



数学编

最新

高考模拟试题精选

(附答案)

大连出版社



~~G633.6~~ / TL
G633.6 / (43)

最新高考模拟试题精选

(数学编)

唐 梁 编

大 连 出 版 社

最新高考模拟试题精选

(数学编)

唐 梁 编

大连出版社出版 新华书店天津发行所发行
(大连市中山区大公街23号) 河北滦县印刷厂印刷

字数: 250千 开本: 787×1092 1/16 印张: 10

印数: 1—23350

1993年1月第1版

1993年1月第1次印刷

责任编辑: 刘 民

封面设计: 克 峻

ISBN 7-80555-678-4/G·211

登记号: (辽)第15号

定 价: 4.90元

目 录

模拟试卷一	1
模拟试卷二	11
模拟试卷三	21
模拟试卷四	31
模拟试卷五	40
模拟试卷六	50
模拟试卷七	59
模拟试卷八	68
模拟试卷九	80
模拟试卷十	89
模拟试卷十一	101
模拟试卷十二	110
模拟试卷十三	119
模拟试卷十四	141
模拟试卷十五	149

模拟试卷一

一、选择题：（本大题共15小题，每小题3分，共45分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的。）

1. 集合 $M = \{x \mid x=n, n \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x \mid x=\frac{n}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x \mid x=n+\frac{1}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$. 则下列各式中正确的是
(A) $N \subset M$; (B) $N \subset P$;
(C) $N = M \cup P$; (D) $N = M \cap P$. ()
2. 下列各命题中，正确的是
(A) 过平面外一点作该平面的垂面有且只有一个;
(B) 过直线外一点作该直线的垂线有且只有一条;
(C) 过直线外一点作该直线的平行平面有且只有一个;
(D) 过平面的一条斜线作该平面的垂面有且只有一个. (D)
3. 若 $X=2^{-\frac{1}{3}}$, $Z=\log_2 \frac{1}{3}$, $W=0.5^{-\frac{1}{3}}$. 则它们的大小关系是
(A) $Z < X < 0 < W$; (B) $Z < W < X < 0$;
(C) $Z < 0 < X < W$; (D) $Z < 0 < W < X$. ()
4. 曲线 $y=ax^2+bx+c$ 的图像经过四个象限的充要条件是
(A) $a < 0$, 且 $f(-\frac{b}{2a}) < 0$; (B) $a > 0$, 且 $b^2-4ac > 0$;
(C) $a \neq 0$, 且 $b=0$; (D) $ac < 0$. ()
5. 函数 $f(x)=\ln x^2$ (其中, x 为正数) 的值域为 $[-1, 1]$, 则它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域为
(A) $[-1, 1]$; (B) $[e^{-\frac{1}{2}}, e^{\frac{1}{2}}]$;
(C) $(-\infty, e^{-\frac{1}{2}}] \cup [e^{\frac{1}{2}}, +\infty)$; (D) $(0, +\infty)$. ()
6. 若 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{5}$ (其中, $0 < \theta < \pi$), 则 $\tan\theta$ 的值等于
(A) $-\frac{3}{4}$; (B) $-\frac{4}{3}$;
(C) $\frac{4}{3}$; (D) $-\frac{3}{4}$ 或 $-\frac{4}{3}$. ()
7. 一个圆台的母线长为5cm, 两底面面积之比为4:25, 侧面展开图扇环的圆心角为 $\frac{3}{5}\pi$, 则此圆台的侧面积是
(A) $\frac{35}{2}\pi \text{cm}^2$; (B) $35\pi \text{cm}^2$;
(C) $70\pi \text{cm}^2$; (D) 以上答案都不正确. ()

8. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^n}{a^{n+1} - b^{n-1}} = -b$, 则正常数 a, b 的关系是

- (A) $a > b$; (B) $a = b$;
(C) $a < b$; (D) 以上都不对. ()

9. 设椭圆的两焦点分别为 $(-2, 1)$ 、 $(2, 1)$ 两准线间距离为13, 则椭圆方程为

- (A) $\frac{x^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$; (B) $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$;
(C) $\frac{x^2}{13} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$; (D) $\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{13} = 1$. ()

10. 设 $5+6i$ 的辐角主值为 θ , 则复数 $12-10i$ 的辐角主值为

- (A) $\frac{3}{2}\pi - \theta$; (B) $\frac{3}{2}\pi + \theta$; (C) $\frac{\pi}{2} - \theta$; (D) $\frac{\pi}{2} + \theta$. ()

11. $\triangle ABC$ 在平面 β 内的射影为 $\triangle ABC$, 若 $\angle ABC = \theta$, $|BC| = a$, 且平面 ABC 与平面 β 所成角为 α , 那么, C 点到平面 β 的距离为

- (A) $a \sin \theta \cos \alpha$; (B) $a \cos \theta \sin \alpha$;
(C) $a \sin \theta \operatorname{ctg} \alpha$; (D) $a \sin \theta \operatorname{tg} \alpha$. ()

12. 已知直线 $l_1 \parallel l_2$, 在 l_1 上取3个点, 在 l_2 上取4个点, 每两个点连成直线, 那么, 这些直线在 l_1 与 l_2 之间的交点 (不算与 l_1, l_2 的交点) 最多有

- (A) 18个; (B) 20个; (C) 24个; (D) 36个. ()

13. (文科) 下列不等式中, 对于任何使式子有意义的实数 x 都成立的是

- (A) $|x-5| > x-5$; (B) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+1) \geq 0$;
(C) $x + \frac{1}{x} \geq 2$; (D) $\frac{2x^2-x+2}{x^2-x+1} > 1$. ()

(理科) 曲线的极坐标方程为 $\theta = \arccos \rho$ ($0 \leq \rho \leq 1$), 它的图形是
(A) 线段; (B) 直线; (C) 圆; (D) 半圆. ()

14. 若直线 $y = kx + 2$ 与双曲线 $x^2 - y^2 = 6$ 的右支交于不同两点, 那么, k 的取值范围为

- (A) $(-\frac{\sqrt{15}}{3}, \frac{\sqrt{15}}{3})$; (B) $(0, \frac{\sqrt{15}}{3})$;
(C) $(-\frac{\sqrt{15}}{3}, 0)$; (D) $(-\frac{\sqrt{15}}{3}, -1)$. ()

15. (文科) 若100个连续正整数的和为 S_{100} , 且 $13400 < S_{100} < 13500$, 则此连续整数中最小的一个数是

- (A) 84; (B) 85; (C) 86; (D) 87. ()

(理科) 在 $\triangle ABC$ 中, 三内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $\lg \sin A, \lg \sin B, \lg \sin C$ 成等差数列. 那么, 直线 $x \sin^2 A + y \sin A = a$ 与直线 $x \sin^2 B + y \sin C = C$ 的位置关系是

- (A) 平行; (B) 重合; (C) 垂直; (D) 相交但不垂直. ()

二、填空题: (本大题共5小题, 每小题3分, 共15分. 把答案填在题中横线上.)

16. 正三棱柱的每条棱长都为1, 过底面的一条棱作与底面成 45° 角的截面. 则此截面面积

23. (本题满分10分)

设复数 z 是模为1, 辐角主值为 α 的复数, 复数 $\omega=1-z$.

(1) 求当 α 变化时, ω 在复平面上对应的点的轨迹方程, 并说出它的图形;

(2) 试求 ω 的复数三角形式;

(3) 求满足 $\omega^2 - 4z\cos^2 \frac{\alpha}{2} = 2 + 2\sqrt{3}i$ 时 z 的辐角.

24. (本小题满分10分)

解不等式 $\frac{1}{\log_2(x-1)} < \frac{1}{\log_2 \sqrt{x+1}}$.

$$\frac{1}{\log_2 \sqrt{x+1}} - \frac{1}{\log_2(x-1)} > 0$$

$$\log_2(x-1) - \log_2 \sqrt{x+1} > 0$$

$$\log_2 \sqrt{x+1} \log_2(x-1)$$

$$\log_2 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$$

$$\log_2 \sqrt{x+1} \log_2(x-1)$$

$$\log_2 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} > 0 \log_2$$

$$\log_2 \sqrt{x+1} \log_2(x-1) > 0$$

$$\frac{x-1}{\sqrt{x+1}} > 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 > 0 & x > 1 \\ \sqrt{x+1} > 0 & x > -1 \\ \sqrt{x+1} \neq 0 & x \neq -1 \\ x+1 \neq 0 & x \neq -1 \end{cases}$$

$$x > 1 \text{ 且 } x \neq 2$$

25. (本题满分10分)

(文科) 设数列 $\{P_n\}$ 由 $P_n \equiv ax^n$ ($n \in N$) 所给定, S_n 是它的前 n 项的和, 要使得关系式 $2P_n - 5P_{n+1} + 3P_{n+2} = 0$ 与 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$ 都满足, a 与 x 应取何值.

(理科) 若数列 $\{a_n\}$, 满足 $\frac{1}{2} < a_1 < 1$, 且 $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n}$.

(1) 求证: $a_n > \frac{1}{2}$;

(2) 求证: $a_n < a_{n-1}$;

(3) 求证: 当 $a_1 = \frac{3}{4}$ 时, $a_1 a_2 \cdots a_n + (1-a_1)(1-a_2) \cdots (1-a_n) > \frac{\sqrt{2}}{2^n}$.

解: $2ax^n - 5ax^{n+1} + 3ax^{n+2} = 0$
 $ax^n(4x^2 + 2x - 1) = 0$
 $x = -\frac{1}{3} \quad x = 1$

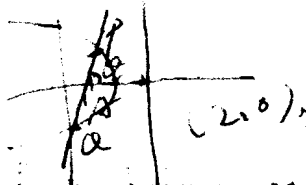
26. (本题满分12分)

(文科) 已知抛物线 $y^2 = 4(x-1)$, 过原点引直线交抛物线于 M 、 N 两点, 如果以线段 MN 为直径的圆过抛物线的焦点, 试问此时直线 MN 的倾斜角的正弦值是多少?

(理科) 若动点 $P(x, y)$ 到定点 $A(1, 0)$ 的距离与到定直线 $x=3$ 距离之和为 4.

(1) 求动点 $P(x, y)$ 的轨迹方程;

(2) 过 $A(1, 0)$ 作倾斜角为 θ 的直线 l 与 (1) 中的曲线交于 P 、 Q 两点, 设 $f(\theta) = |PQ|$. 求 $f(\theta)$ 的函数表达式; 并求出当 θ 为何值时, $f(\theta)$ 有最大值或最小值.



$$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + x - 3$$

$$y^2 = -2(x-2)$$

$$y = k(x-1)$$

$$\begin{cases} y = k(x-1) \\ y^2 = 4(x-1) \end{cases} \Rightarrow k^2(x-1)^2 = 4(x-1)$$

$$k^2 x^2 - (2k^2 + 4)x + k^2 + 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{2k^2 + 4}{k^2} \quad x_1 x_2 = \frac{k^2 + 4}{k^2}$$

$$f(\theta) = |PQ| = \frac{\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}}{|k^2 + 1|}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\frac{2k^2 + 4}{k^2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{k^2 + 4}{k^2}}}{|k^2 + 1|}$$

$$= \frac{2\sqrt{k^2 + 2}}{|k^2 + 1|}$$

$$= \frac{4\sqrt{k^2 + 2}}{k^2 + 1}$$

$$= \frac{4\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{4}{|\sec \theta|}$$

模拟试卷一参考答案及评分标准

一、选择题：题号答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	C	D	C	D	B	B	A	C	C	B	D	A	D	D	B

二、填空题：(16) $\frac{\sqrt{6}}{4}$. (17) 2. (18) (文科)： ± 1 , (理科)： $[k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi]$ ($k \in \mathbb{Z}$). (19) (文科)： $y^2 = 2(x-1)$, (理科)： $2x - y - 3 = 0$. (20) 60.

三、解答题：

21. 原式 = $\frac{\sqrt{3} \sin 48^\circ - \cos 48^\circ}{2} - \cos 36^\circ$ (1分)

$$= \cos 30^\circ \sin 48^\circ - \sin 30^\circ \cos 48^\circ - \cos 36^\circ$$

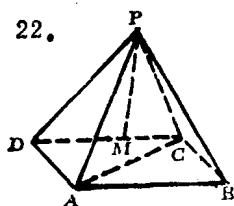
$$= \sin 18^\circ - \cos 36^\circ$$
 (4分)

$$= \cos 72^\circ - \cos 36^\circ$$

$$= \frac{1}{2\sin 36^\circ} [-\sin 72^\circ + \sin 108^\circ - \sin 36^\circ]$$
 (6分)

$$= \frac{1}{2\sin 36^\circ} [-\sin 72^\circ + \sin 72^\circ - \sin 60^\circ]$$
 (7分)

$$= -\frac{1}{2}$$



22. (1) 作 $PM \perp CD$ 于 M } $\Rightarrow PM \perp CD$, 且 $PM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$ } $\Rightarrow$ (1分)

平面 $PCD \perp$ 底面

$PM \perp$ 底面 $\Rightarrow V_{\text{锥} P-ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 2$ (4分)

(2) 连 AC 、 AM , $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}$ 菱形 $ABCD$ 的面积 $= \sqrt{3} = \frac{1}{2} AD \cdot CD \cdot \sin \angle ADC$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = 2 \sin \angle ADC \Rightarrow \angle ADC = 60^\circ \Rightarrow \triangle ADC \text{ 是等边三角形}$$
 (7分)

M 是 CD 中点

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} AM \perp CD \\ PM \perp \text{底面} \\ CD \subset \text{底面} \end{array} \right\} \Rightarrow PA \perp CD$ (9分) (10分)

23. (1) 设复数 $\omega = x + yi$, 设 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ 按题意, 可得:

$$\begin{cases} x = 1 - \cos \theta \\ y = -\sin \theta \end{cases} \text{ 消去参数 } \theta \text{ 得 } (x-1)^2 + y^2 = 1$$
 (2分)

是圆心在 $(1, 0)$, 半径为 1 的圆 (3分)

$$(2) \omega = 1 - (\cos\theta + i\sin\theta) = 2\sin^2\frac{\theta}{2} - 2i\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \quad (4分)$$

$$= 2\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\frac{\theta}{2} - i\cos\frac{\theta}{2}\right) \because 0 < \frac{\theta}{2} < \pi$$

$$= 2\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta-\pi}{2} + i\sin\frac{\theta-\pi}{2}\right) \therefore \sin\frac{\theta}{2} > 0 \quad (6分)$$

$$(3) \left[2\sin\frac{\theta}{2}\left(\frac{\theta-\pi}{2} + i\sin\frac{\theta-\pi}{2}\right) \right] - 4(\cos\theta + i\sin\theta)\cos^2\frac{\theta}{2} = 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$- 4\sin^2\frac{\theta}{2}\left[\cos(\theta-\pi) + i\sin(\theta-\pi)\right] - 4(\cos\theta + i\sin\theta)\cos^2\frac{\theta}{2} = 2 + 2\sqrt{3}i$$

(7分)

$$- 4\sin^2\frac{\theta}{2}(\cos\theta + i\sin\theta) - 4\cos^2\frac{\theta}{2}(\cos\theta + i\sin\theta) = 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$\cos\theta + i\sin\theta = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad (8分)$$

$$\begin{cases} \cos\theta = -\frac{1}{2} \\ \sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \theta = \frac{4\pi}{3} \quad (9分)$$

$$\Rightarrow \text{复数 } z \text{ 的辐角为 } \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \quad (10分)$$

24. 解: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow x > 1, \text{ 且 } x \neq 2 \quad (2分)$

1) 当 $1 < x < 2$ 时, 有 $0 < x-1 < 1 \Rightarrow \log_2(x-1) < 0, \log_2\sqrt{x+1} > 0$

$\Rightarrow$ 原不等式显然成立 $\Rightarrow$ 解为 $1 < x < 2$ (4分)

2) 当 $x > 2$ 时, $x-1 > 1 \Rightarrow \log_2(x-1) > 0, \log_2\sqrt{x+1} > 0$

原不等式变成: $\log_2\sqrt{x+1} < \log_2(x-1)$ (6分)

即 $\begin{cases} x > 2 \\ \sqrt{x+1} < x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x+1 < x^2-2x+1 \end{cases} \Rightarrow x > 3 \quad (9分)$

$\therefore$ 原不等式的解集为:

$$\{x \mid 1 < x < 2, \text{ 或 } x > 3\} \quad (11分)$$

25. (文科) $P_n = ax^n \quad (n \in \mathbb{N}) \Rightarrow \{P_n\}$ 为等比数列, $P_1 = ax \neq 0$, 公比 $g = x$ (2分)

将 $P_n = ax^n$ 代入等式 $2P_n - 5P_{n+1} + 3P_{n+2} = 0$, 得:

$$2ax^n - 5ax^{n+1} + 3ax^{n+2} = 0 \quad \text{解得 } x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3} \quad (5分)$$

当 $x = 1$ 时 $S_n = na$ 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$ 不成立, 故 $x = 1$ 舍去. (6分)

当 $x = \frac{2}{3}$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{ax}{1-x} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ (9分)

$$\therefore \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} \quad (10分)$$

理科

(1) 1) 当 $n=1$ 时, $a_1 > \frac{1}{2}$,

2) 假设 $n=k (k \geq 1)$ 时, 有 $a_k > \frac{1}{2}$,

$$\text{则 } a_{k+1} = 1 - \frac{1}{4a_k} > 1 - \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

由 1)、2) 可知对任意自然数 n , 有 $a_n > \frac{1}{2}$ (3分)

$$(2) a_n - a_{n-1} = 1 - \frac{1}{4a_n} - a_n = \frac{-(4a_n^2 - 4a_n + 1)}{4a_n} = -\frac{(2a_n - 1)^2}{4a_n} < 0$$

$$\therefore a_n < a_{n-1} \quad (6分)$$

$$(3) (1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_{n+1}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4a_1} \cdots \frac{1}{4a_n} = \frac{1}{4^{n+1}} \cdot \frac{1}{a_1 a_2 \cdots a_n}$$

$$a_1 a_2 \cdots a_n (1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_n) = \frac{1}{4^{n+1}} \cdot \frac{1}{1-a_{n+1}} \quad (7分)$$

$$\because a_n > \frac{1}{2} \quad a_{n+1} > \frac{1}{2} > 0 \text{ 且 } a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n} < 1$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} < a_{n+1} < 1 \Rightarrow 0 < 1 - a_{n+1} < \frac{1}{2} \Rightarrow 2 < \frac{1}{1-a_{n+1}} \quad (8分)$$

$$\Rightarrow a_1 a_2 \cdots a_n (1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_n) > \frac{2}{4^{n+1}}$$

$$\therefore a_1 a_2 \cdots a_n + (1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_n) > 2\sqrt{a_1 a_2 \cdots a_n (1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_n)} \quad (9分)$$

$$> 2\sqrt{\frac{2}{2^{2n+2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{2^{n+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2^n} \quad (10分)$$

26. (文科) 焦点 $F(2, 0)$ (1分)

设 MN 方程为 $y=kx (k \neq 0)$, 倾斜角为 α

$M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ (2分)

得 $k^2 x^2 - 4x + 4 = 0$

$$x_1 + x_2 = \frac{4}{k^2}, \quad x_1 x_2 = \frac{4}{k^2} \quad (4分)$$

$$\text{按题意, } MF \perp NF \Rightarrow \frac{y_1}{x_1 - 2} \cdot \frac{y_2}{x_2 - 2} = -1 \Rightarrow \frac{k^2 x_1 x_2}{x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4} = -1 \quad (6分)$$

$$\text{即 } \frac{4}{\frac{4}{k^2} - 2 \cdot \frac{8}{k^2} + 4} = -1 \Rightarrow k = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (9分)$$

$\therefore$ 直线 MN 倾斜角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(理科) (1) 按题意, 列出: $\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + |x-3| = 4$ (1分)

$$\text{讨论得出 } y^2 = \begin{cases} 48-2x & (3 \leq x \leq 4), \\ 4x & (0 \leq x < 3), \end{cases} \quad (4分)$$

(2) 由 $y^2 = -12(x-4)$ 焦点为 $A(1, 0)$

$$y^2 = 4x \quad \text{焦点也为 } A(1, 0) \quad (5 \text{ 分})$$

当 $x=3$ 时, $y=2\sqrt{3}$ 即 $B(3, 2\sqrt{3})$ 是这两抛物线的公共点, $K_{AB} = \sqrt{3}$,

$$\text{即 } \angle BAx = \frac{\pi}{3} \quad (6 \text{ 分})$$

用直线参数方程 $\begin{cases} x=1+t\cos\theta \\ y=t\sin\theta \end{cases} \quad (t \text{ 是参数})$

代入 (1) 得: $t^2 \sin^2 \theta + 12t \cos \theta - 36 = 0$

$$\text{当 } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \text{ 时, } t = \frac{6(1-\cos\theta)}{\sin^2\theta}$$

$$\frac{2\pi}{3} < \theta < \pi \text{ 时, } t = \frac{6(-1-\cos\theta)}{\sin^2\theta} \quad (8 \text{ 分})$$

代入 $y^2 = 4x$ 得: $t^2 \sin^2 \theta - 4t \cos \theta - 4 = 0$.

$$t = \frac{2\cos\theta \pm 2}{\sin^2\theta} = \frac{2(\cos\theta \pm 1)}{\sin^2\theta}.$$

$$0 < \theta \leq \frac{\pi}{3} \text{ 时, } t = \frac{2(\cos\theta - 1)}{\sin^2\theta}$$

$$\frac{2\pi}{3} \leq \theta < \pi \text{ 时, } t = \frac{2(\cos\theta + 1)}{\sin^2\theta} \quad (9 \text{ 分})$$

$$\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2\pi}{3} \text{ 时, } |t_1 - t_2| = \sqrt{\frac{16\cos^2\theta}{\sin^4\theta} - \frac{16\sin^2\theta}{\sin^4\theta}} = \frac{4}{\sin^2\theta}.$$

$$\therefore f(\theta) = \begin{cases} \frac{6(1-\cos\theta)}{\sin^2\theta} - \frac{2(\cos\theta-1)}{\sin^2\theta} = \frac{8(1-\cos\theta)}{\sin^2\theta} = \frac{8}{1+\cos\theta} & (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}) \\ \frac{4}{\sin^2\theta} & (\frac{\pi}{3} < \theta < \pi) \\ \frac{8(1+\cos\theta)}{\sin^2\theta} = \frac{8}{1-\cos\theta} & (\frac{2\pi}{3} < \theta < \pi) \end{cases}$$

(11 分)

当 $\theta=0, \frac{\pi}{2}$ 时, $f(\theta)_{\min}=4$,

当 $\theta=\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ 时, $f(\theta)_{\max}=\frac{16}{3}$. (12 分)

模拟试卷二

第 I 卷(选择题共45分)

一、选择题：本大题共15小题，每小题3分，共45分。每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

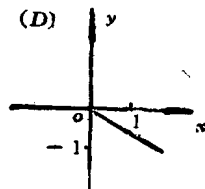
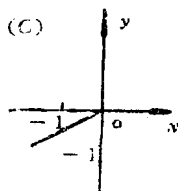
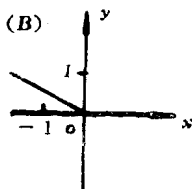
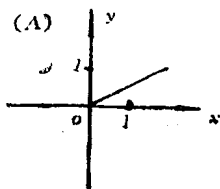
(1) 满足关系式 $\{ \text{小于等于2的正整数} \} \subseteq M \subset \{ x \mid 1 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{Z} \}$ 的集合 M 的个数是 ()

- (A) 4; (B) 3; (C) 2; (D) 1.

(2) 若 $a^{-4} < a^{-2}$, 则 a 的取值范围是 (A)

- (A) $(1, +\infty)$; (B) $(-\infty, -1)$; (C) $\mathbb{R}$; (D) $(0, 1)$.

(3) 函数 $y = 2|x|$ ($x \leq 0$) 的反函数的图像是 ()



(4) (理科) 函数 $f(x) = -x^2 - 2x + 1$, $x \in [-3, 2]$, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是 (C)

- (A) $(-\infty, -1)$; (B) $[-1, 2]$;
(C) $[-3, -1]$; (D) $[-3, 1]$.

(文科) 函数 $y = 4\sin 2x - 4\sqrt{3}\cos 2x$, 振幅和最小周期是 ()

- (A) 2和 π ; (B) 4和 $\frac{\pi}{2}$; (C) 8和 $\frac{\pi}{2}$; (D) 8和 π .

(5) 曲线 $x^2 - y^2 - x + y - 1 = 0$ 关于直线 $x + y = 0$ 对称的曲线方程是 ()

- (A) $-x^2 + y^2 + x - y - 1 = 0$; (B) $x^2 - y^2 + x - y + 1 = 0$;
(C) $x^2 - y^2 + x + y - 1 = 0$; (D) $x^2 - y^2 + x - y - 1 = 0$.

(6) (理科) $\operatorname{arctg}(-3) - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} = ()$

- (A) $-\frac{\pi}{4}$; (B) $\frac{\pi}{4}$; (C) $\frac{3\pi}{4}$; (D) $k\pi + \frac{3\pi}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(文科) 若 $\sin x$ 是减函数, 且 $\cos x$ 是增函数, 则 $\frac{x}{2}$ 是 ()

- (A) 第二或第四象限角; (B) 第二或第三象限角;
(C) 第一或第二象限角; (D) 第一或第三象限角.

(7) $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 设 $a = \log_{\frac{1}{2}} \cos \theta$, $b = \log_2 \cos \theta$, $c = \log_3 \cos \theta$, 那么 a, b, c 之间

的关系是()

- (A) $a > b > c$; (B) $a > c > b$;
(C) $c > a > b$; (D) $b > c > a$.

(8) 把复数 $1 + \sqrt{3}i$ 所对应的向量绕原点按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{2}$, 则旋转后所得向量对应的复数是()

- (A) $1 - \sqrt{3}i$; (B) $-\sqrt{3} + i$;
(C) $-\sqrt{3} - i$; (D) $\sqrt{3} + i$.

(9) (理科) 在轴截面为直角三角形的圆锥内, 作一内接圆柱, 若圆柱全面积等于圆锥的侧面积, 则此圆锥顶点到圆柱上底面的距离等于圆锥母线长的()

- (A) $\frac{1}{5}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{1}{4}$; (D) $\frac{1}{3}$.

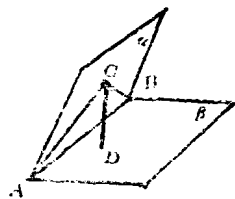
(文科) 二面角 $\alpha - AB - \beta$ 为 30° , $C \in \alpha$,

$AB = \sqrt{3}$,

$\triangle ABC$ 的面积为 S , 则 C 到平面 β 的距离是

()

- (A) S ; (B) $3S$; (C) $2S$; (D) $\frac{3}{2}S$.



(10) (理科) 椭圆 $x^2 - 2ax + 3y^2 + a^2 - 6 = 0$ 的一个焦点在直线 $x + y + 4 = 0$ 上, 则 a 的值是()

- (A) 2; (B) -6; (C) -2 或 -6; (D) 2 或 6.

(文科) 方程 $y = -\sqrt{4x^2 - 4x + 1}$ 表示的曲线是()

- (A) 椭圆; (B) 双曲线; (C) 两条直线; (D) 两条射线.

(11) (理科) 一个正方形的边长为 1, 以四边的中点为顶点画出第二个正方形, 再以第二个正方形四边的中点为顶点画出第三个正方形, 依次下去, 共得到 10 个正方形, 那么这 10 个正方形的面积之和为()

- (A) $(\frac{1}{2})^9$; (B) $(\frac{1}{2})^{10}$;
(C) $2[1 - (\frac{1}{2})^9]$; (D) $2 - (\frac{1}{2})^9$.

(文科) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之和为 $S_n = 3n^2 + 2n$, 那么这个数列的第 r 项是()

- (A) $6r - 1$; (B) $6r$; (C) $3r^2$; (D) $3r^2 + 2r$.

(12) (理科) 如果 4 个男学生和 3 个女学生排成一行, 规定两端不排女生, 并且任何两个女学生都不相邻, 那么不同的排法有()

- (A) $P_7^3 P_7^4$ 种; (B) $P_4^4 P_3^3$ 种;

- (C) $2P_4^4 P_3^3$ 种; (D) $2P_7^3 P_7^4$ 种.

(文科) 6 人排成一行, 其中甲、乙两人不相邻的排法有()

- (A) $2P_5^5$ 种; (B) P_5^5 种;

- (C) $P_6^6 - 2P_5^5$ 种; (D) $P_6^6 - P_5^5$ 种.

(13) $\triangle ABC$ 中, 若 $(a^2 + b^2) \sin(A - B) = (a^2 - b^2) \sin(A + B)$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- (A) 等腰三角形; (B) 直角三角形;
(C) 等腰直角三角形; (D) 等腰三角形或直角三角形.

(14) (理科) 已知抛物线 $\rho = \frac{4}{1 - \cos\theta}$, 过极点且与极轴的夹角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线交抛物线于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()

- (A) 4; (B) 16; (C) $8 + 4\sqrt{2}$; (D) $16 + 8\sqrt{2}$.

(文科) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两条渐近线的夹角为 2α , 则离心率 e 是 ()

- (A) $a \sin \alpha$; (B) $b \cos \alpha$; (C) $\sec \alpha$; (D) $\tan 2\alpha$.

(15) (理科) 正四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 上、下底面边长分别为 a 和 $2a$, 侧棱长为 a , 从棱台表面 A 到 C_1 的最短距离是 ()

- (A) $\sqrt{7}a$; (B) $(1 + \sqrt{2})a$;
(C) $(1 + \sqrt{3})a$; (D) $\sqrt{4 + \sqrt{3}}a$.

(文科) 正四棱台上、下底面边长的比为 $1 : 3$, 侧棱的长是上、下底面边长的等比中项, 则侧面与底面所成的角是 ()

- (A) 30° ; (B) 45° ; (C) 60° ; (D) 75° .

第 II 卷 (非选择题共 75 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分. 把答案填在题中横线上.

(16) (理科) 若不等式 $\log_a(x+3) < \log_a(x-2)$ 成立, 则 x 的取值范围是 $x > 2$,
 a 的取值范围是 $0 < a < 1$.

(文科) 不等式 $2x^2 - 2x - 3 < (\frac{1}{2})^{x(x-1)}$ 的解集是 _____.

(17) (理科) 如果 $S_n = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{2}{5^4} + \cdots + \frac{1}{5^{2n-1}} + \frac{2}{5^{2n}}$,

则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____.

(文科) 方程 $\frac{x^2}{2 - \cos\theta} - \frac{y^2}{\sin\theta - 4} = 1$ 所示的曲线是 _____.

(18) (理科) 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 相交于 P, Q 两点, 则直线 PQ 截在圆 $C_3: x^2 + y^2 = \frac{25}{4}$ 内的弦长是 _____.

(文科) 若 $A = \{(x, y) | y = x^2\}$, $B = \{(x, y) | y = x\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

(19) 设复数 $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 2i$, 则复数 $z = \frac{z_2}{z_1}$ 在复数平面内所表示的点位于第 _____ 象限.

(20) (理科) 异面直线 a, b 之间的距离是 $AB = 6\sqrt{2}$, E, F 分别为 a, b 上的点,