

中等专业学校教材

工科专业通用

数 学

(第三版)

第二册

工科中专数学教材编写组 编



高等教育出版社

中等专业学校教材

工科专业通用

数 学

(第三版)

第 二 册

工科中专数学教材编写组编

高等教育出版社

(京)112号

本书是受国家教育委员会职业技术教育司委托,由上海市教育局组织的上海市中专数学教材编写组集体修订的。本书在工科中专数学教材编写组编的《数学》第二册(1985年5月第二版)的基础上,根据1991年修订的中等专业学校《数学教学大纲》(工科专业通用)的要求修订而成。

第二册内容包括空间图形、直线、二次曲线、极坐标和参数方程、数列。

本书可供招收初中毕业生的中等专业学校工科各专业使用。

中等专业学校教材

工科专业通用

数 学

(第三版)

第 二 册

工科中专数学教材编写组编

*

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 8.625 字数 178 000

1979年12月第1版

1994年4月第3版 1994年4月第1次印刷

印数 00001—111 070

ISBN 7-04-004696-2/O·1326

定价 3.50 元

编者的话

本教材是根据1979年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲(试行草案)》编写的。

本教材共分四册。第一册、第二册包括代数、三角、立体几何与解析几何；第三册包括微积分与微分方程；第四册包括概率、行列式、矩阵、级数与逻辑代数等内容。在编写过程中，力求适应四个现代化发展的要求和加强基础知识的需要，并注意了与全日制十年制初中数学教材的衔接。本教材可供招收初中毕业生工科各专业试用，第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用。带*号的内容可供选学。附录供学生自学。

本教材是由教育部组织的工科中专数学教材编写组集体编写的。参加初稿编写的有上海机器制造学校任必(第一、二册主编)、上海科技大学分部周桐孙(第一、二册主编)、天津纺织工业学校鲍年增、西北建筑工程学院肖同善、鞍山钢铁工业学校张景华(第三、四册主编)、沈阳黄金专科学校郑宏业(第三册主编)、北京机械学校朱镛道(第四册主编)、北京建筑工程学院范尚志、济南交通学校白孝温、西安航空工业学校卜文兰、成都水力发电学校聂际奎、长征航空工业学校谢迪恭等同志。根据各地所提意见，有些章节由主编作了较大修改。最后经北京师范大学钟善基同志审阅。

在编写过程中，曾得到有关单位的大力支持和帮助。在征求意见的过程中，全国大多数省、市和有关部、委教育部门、

部分中专和大专院校的教师,人民教育出版社有关编辑,以及华东师范大学余元希同志、南京工学院数学教研组提出了许多宝贵意见,在此一并致谢。

由于编者的水平所限,加以编写时间仓促,教材中难免有缺点和错误,恳切期望大家批评指正,以便今后进一步修改提高。

工科中专数学教材编写组

1979年11月



第二版修订者的话

本教材是根据1983年教育部审定工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》的要求，在1979年工科中专数学教材编写组编中等专业学校试用教材《数学》的基础上修订而成的。

第二版教材仍分四册出版。第一册、第二册内容包括代数、三角、立体几何、平面解析几何；第三册内容包括微积分、常微分方程；第四册内容包括级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计等。在修订过程中，根据各地工科中等专业学校所提意见，注意了与全日制初中数学教材的衔接，加强了数学基础知识的系统性和科学性，考虑了大多数工科专业对数学的要求，从而在内容上作了适当的增删，系统上作了一些调整，文字叙述上作了不少修改，并充实了例题和习题。

本教材是受教育部委托，由上海市教育局组织的上海市中专数学教材编写组集体修订的。参加修订的有上海机械专科学校任必、上海市纺织专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌、上海市公用事业学校陈荣基、上海市第二仪表电子工业学校巢溢谦等同志。这次修订，第一、二、三册由任必同志和秦柏前同志负责，第四册由张又昌同志和陈荣基同志负责，全书由任必、秦柏前统稿。

本教材由余元希（第一、二册）、王嘉善和曹敏谦（第三册和第四册级数、拉氏变换部分）、蔡溥（第四册行列式、矩阵与

线性方程组、概率、数理统计部分)四位副教授主审。

本教材在修订过程中,曾得到全国大多数省、市、自治区和有关部门、委教育部门、部分中专学校的教师的大力支持和帮助,对教材修订提出了许多宝贵意见,在此一并致谢。

本教材可供招收初中毕业生工科各专业选用。第三、四册也可供招收高中毕业生工科各专业选用。

第二版教材难免有缺点和错误,殷切希望使用本教材的学校和老师批评指正。

上海市中专数学教材编写组

1984年8月

第三版修订者的话

本教材是根据1991年4月国家教育委员会审定的工科类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》的要求,在1985年中等专业学校教材《数学》(第二版)的基础上修订而成的。

修订后的教材仍分四册出版。第一册、第二册内容包括代数、三角、立体几何、平面解析几何;第三册内容包括微积分学;第四册内容包括常微分方程、级数、行列式、矩阵与线性方程组、拉氏变换、概率、数理统计等。在修订过程中,充分重视了全国大多数省、自治区、直辖市中专数学教研会或数学会中专分会所提意见;切实注意与1992年国家教育委员会制订的九年义务教育全日制初级中学《数学教学大纲》(试用)内容上的衔接;并努力贯彻修订教材的四条原则:(1)降低理论水平,加强应用;(2)稳定原有体系,适当调整;(3)根据专业共性,精选内容;(4)保证必要基础,按需选学。因而在内容上作了较大的增删,系统上作了局部的调整,文字叙述上作了必要的修改,在习题的题型方面适当补充了一定数量的填空题和选择题,并在每章最后增加了“本章内容小结”。

本教材是受国家教育委员会职业技术教育司委托,由上海市教育局组织的上海市中专数学教材编写组集体修订的。参加修订工作的有上海机械高等专科学校任必、上海纺织高等专科学校秦柏前、上海市航空工业学校张又昌、上海市公用事业学校陈荣基、上海市港湾学校袁时中等同志。这次修订,

第一、二、三册由任必同志和秦柏前同志负责，第四册由张又昌同志和陈荣基同志负责，全书由任必、秦柏前统稿。

本教材由全国中专数学课程组组织审稿，第一、二、三册的审稿会于1992年11月在杭州召开，第一册由陈柏林主审、第二册由邵玉书主审、第三册由吴伟贤主审。

本教材在修订过程中，曾得到广大中等专业学校的数学教师的大力支持和帮助，他们对教材的修订提出了许多宝贵意见，在此一并致谢。

本教材可供招收初中毕业生的中专工科各专业选用，第三、四册也可供招收高中毕业生的中专工科各专业选用。

本书修订后难免仍有错误和不当之处，恳切希望使用本教材的学校和老师批评指正。

上海市中专数学教材编写组

1993年1月

目 录

第九章 空间图形	1
§ 9-1 平面	1
§ 9-2 直线和直线的位置关系	6
§ 9-3 直线和平面的位置关系	12
§ 9-4 平面和平面的位置关系	26
§ 9-5 多面体	39
§ 9-6 旋转体	59
第十章 直线	83
§ 10-1 两点间的距离公式线段的中点公式	83
§ 10-2 直线的方程的概念	88
§ 10-3 直线方程的几种形式	96
§ 10-4 点、直线间的关系	104
第十一章 二次曲线	123
§ 11-1 曲线与方程	123
§ 11-2 圆	130
§ 11-3 椭圆	139
§ 11-4 双曲线	151
§ 11-5 抛物线	165
§ 11-6 坐标轴的平移	173
第十二章 极坐标和参数方程	193
§ 12-1 极坐标	193
§ 12-2 参数方程	207
第十三章 数列	223

§ 13-1 数列的概念.....	223
§ 13-2 等差数列.....	228
§ 13-3 等比数列.....	236
习题答案	251

第九章 空间图形

在平面几何里,我们研究了平面图形的一些概念、性质和它们的应用.但在日常生活和生产实际中还会遇到一些几何图形,这些图形上的点不完全在同一个平面内,这样的图形叫做空间图形(或立体图形).例如,桌子、书、粉笔、螺母、车刀等物体,它们的几何形状都是空间图形.平面图形是由同一平面内的点、线组成的,空间图形是由空间的点、线、面组成的.

本章将在平面几何知识的基础上研究空间图形的一些概念、性质和它们的应用.

§9-1 平 面

一 平面及其表示法

平面是广阔无涯的.也就是说,平面是可以无限伸展的.我们日常见到的平面图形,如黑板面、窗玻璃面、课桌面、纸面等,都可看作平面的一部分,它们大都具有矩形的形状.当我们站在适当的位置看一个矩形时,会感觉它们都像平行四边形.因此,通常把一个平面画成平行四边形,并用一个希腊字母 α 、 β 、 γ 、 $\cdots$ 写在平行四边形某一顶角的内部来表示,如图9-1(1)、(2)、(3)中的平面 α 、 β 和 γ .有时也用平行四边形顶点的字母来表示一个平面,如图9-1(4)中的平面可表示为平

面 $ABCD$ 或平面 AO .

画一个水平放置的平面时，一般把平行四边形的锐角大约画成 45° ，把横边的长度画得大约等于另一边长度的两倍。

如图 9-1(4) 中的平面 AO 就是大约按 $\angle DAB = 45^\circ$ ， $AB = 2AD$ 画成的。

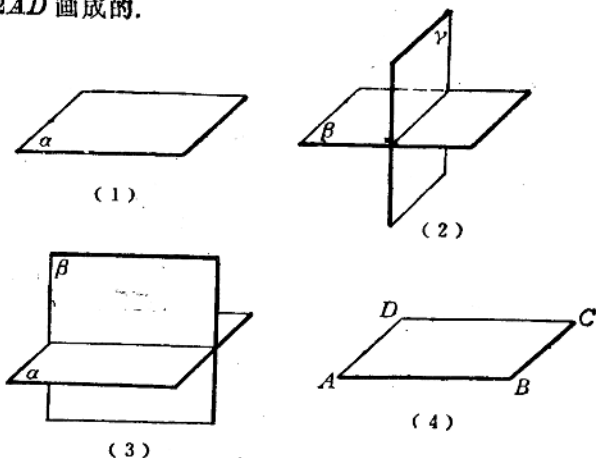


图 9-1

画一个直立的平面时，可以把平面画成矩形或平行四边形。如画图 9-1(2) 中的平面 γ 或 (3) 中的平面 β 时，要使它们的一条竖边与水平平面的横边垂直。

如果一个平面的一部分被另一个平面遮住时，那末被遮住部分的线段应画成虚线或不画(图 9-1(2)、(3))。

二 平面的基本性质

下面的三条公理说明了平面的基本性质，它们是研究空间直线、平面的位置关系的理论基础。

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内，那末这条直线上所有的点都在这个平面内。

如图 9-2 所示，设直线 l 上两点 A 和 B 在平面 α 内，则 l 上所有的点都在平面 α 内。这时，我们说直线 l 在平面 α 内或平面 α 经过直线 l 。

公理 2 如果两个平面有一个公共点，那末它们相交于经过这点的一条直线。

如图 9-3 所示，设 A 是平面 α 和平面 β 的一个公共点，则平面 α 和平面 β 就相交于过点 A 的一条直线 a 。这时，我们说平面 α 和平面 β 相交于直线 a 。

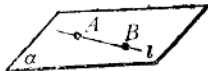


图 9-2

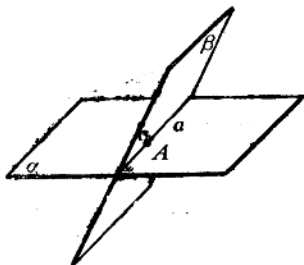


图 9-3

天花板和墙壁的交线，折纸的折痕等都说明了两个平面相交是成一条直线的。

公理 3 经过不在同一直线上的任意三点，可以引一个平面，并且只可以引一个平面。

如图 9-4 所示，设 A 、 B 、 C 是不在同一直线上的任意三点，则经过这三点可以画一个平面，并且只可以画一个平面。公理 3 可以简单地说是“不在同一直线上的三点可以确定一

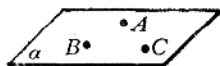


图 9-4

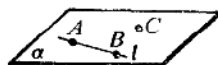


图 9-5

个平面”。这里的“确定一个平面”是指“可以引并且只可以引一个平面”的意思。

例如，测量仪和照相机的支承架采用三个脚，就是应用这个道理。

根据公理 1 和公理 3，还能推得可以确定一个平面的三个推论。

推论 1 一条直线和这条直线外的一点可以确定一个平面。

如图 9-5 所示，设 O 是直线 l 外的一点，在 l 上取 A 、 B 两点，这样， A 、 B 和 O 组成不在同一直线上的三点。根据公理 3，这三点可以确定一个平面 α 。因为直线 l 上有两点 A 、 B 在平面 α 内，根据公理 1，可知直线 l 在平面 α 内，所以一条直线和这条直线外的一点可以确定一个平面。

例如，门绕轴旋转，说明经过一条直线（门轴）可以作无数个平面，只要轴外有一定点（如门框上的锁）就可以把门固定，这就是推论 1 的具体应用。

推论 2 两条相交的直线可以确定一个平面。

如图 9-6 所示，设直线 l 与 m 相交于点 A ，除点 A 外，在直线 l 上取点 B ，直线 m 上取点 C ，这样， A 、 B 和 C 就是不在同一直线上的三点。根据公理 3，这三点可以确定一个平面 α 。因为直线 l 和 m 上都分别有两点在平面 α 内，根据公理 1，

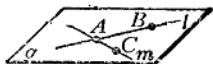


图 9-6

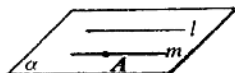


图 9-7

可知直线 l 和 m 都在平面 α 内，所以两条相交的直线可以确定一个平面。

推论 3 两条平行直线可以确定一个平面。

如图 9-7 所示，设 l 和 m 是两条平行直线。根据平行线的定义可知，两条平行直线必在一个平面内，所以两条平行直线可以确定一个平面。

由于点是构成直线和平面的最基本的元素，因此直线和平面都可以看成是点的集合，它们相互间的关系可以用集合之间的关系来表示。我们规定：

- (1) 点 A 在直线 l 上，记作 $A \in l$ ；
- (2) 点 A 在平面 α 内，记作 $A \in \alpha$ ；
- (3) 直线 l 在平面 α 内，记作 $l \subset \alpha$ 或 $\alpha \supset l$ ；
- (4) 直线 l 与直线 m 交于点 N ，记作 $l \cap m = N$ ，直线 l 与直线 m 没有交点，记作 $l \cap m = \emptyset$ ；
- (5) 直线 l 与平面 α 交于点 N ，记作 $l \cap \alpha = N$ ；直线 l 与平面 α 没有交点，记作 $l \cap \alpha = \emptyset$ ；
- (6) 平面 α 与平面 β 相交于直线 l ，记作 $\alpha \cap \beta = l$ ；平面 α 与平面 β 没有公共点，记作 $\alpha \cap \beta = \emptyset$ 。

在下面的讨论中，我们将经常用到这些规定，读者也可以用这些规定的记号去表述上面讨论的公理和推论。

习 题 9-1

1. 回答下面的问题:

(1) 一条线段在一个平面内, 这条线段的延长线是否也一定在这个平面内?

(2) “任意三点可以确定一个平面”的说法对吗?

(3) “两个平面相交只有一个公共点”的说法对吗?

(4) 一条直线是否可以确定一个平面?

(5) 三条直线相交于一点, 最多能确定几个平面?

(6) 空间有四个点, 它们中间的任何三点都不在一条直线上, 这样的四个点可以确定多少个平面?

(7) 空间三条直线两两平行, 且不在同一个平面内, 这样的三条直线可以确定几个平面?

2. 四条线段依次首尾相接, 所得的图形一定是平面图形吗? 举例说明.

3. 填空题(用记号 $\in$, $\subset$, $=$, $\cap$):

(1) “ A, B, C 是平面 α 内的三点,”可记作_____;

(2) “直线 AB 经过点 C ”可记作_____;

(3) “直线 l 与 m 是平面 α 内的两条相交直线, 它们的交点是 A ”可记作_____.

§ 9-2 直线和直线的位置关系

一 两条直线的位置关系

我们知道, 平面内两条直线的位置关系只有相交和平行两种, 那末在空间, 两条直线的位置关系是否也是如此呢? 先看下面的例子.

如图 9-3 所示的长方体中, 它的每一个侧面都是矩形. 线段 A_1B_1 、 AA_1 和 AB 在同一平面内, 它们的位置关系是: