荣德基 总主编

特高级教师

点拨®

高一数学 下

试验修订版

不要看着远方 就忽略了脚下的路 再猛烈的冲刺你也要跑好最后一步

内蒙古少年儿童出版社

特高级教师

点拨

高一数学（下）

（试验修订版）

总 主 编：荣德基
本册主编：李俊之
编写人员：张金玲　陈军锋

内蒙古少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

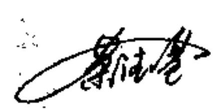
特高级教师点拨. 高一数学. 下/荣德基主编. —通辽：内蒙古少年儿童出版社，2006.10

ISBN 7-5312-2137-3

Ⅰ.特...　Ⅱ.荣...　Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 107813 号

你的差距牵动着我的心



责任编辑/巴　木
装帧设计/典点瑞泰
出版发行/内蒙古少年儿童出版社
地址邮编/内蒙古通辽市霍林河大街西 312 号(028000)
经　　销/新华书店
印　　刷/衡水蓝天印刷有限责任公司
总 字 数/2828 千字
规　　格/880×1230 毫米　1/16
总 印 张/91.75
版　　次/2006 年 10 月第 1 版
印　　次/2006 年 10 月第 1 次印刷
总 定 价/131.00 元(全 8 册)

一粒雾

一粒雾渴望亲近大地，为此它已等待了很久很久。终于又到了一次气温降低的时候，它发誓要把握这次机会，完成它的愿望。

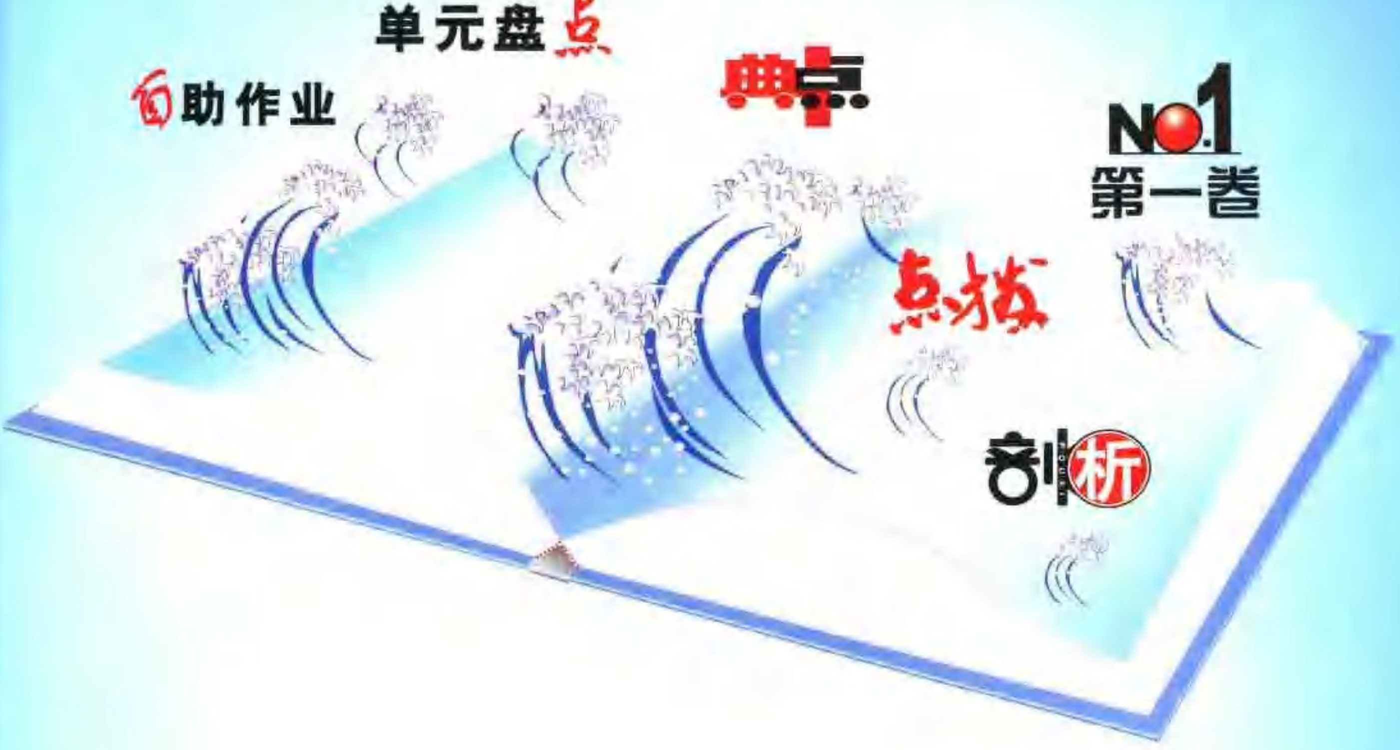
它努力地靠近大地，可身体的轻浮让它无能为力。它知道必须借助风的力量，否则就回不到地面。它焦急地在空中飘荡，它再也不想过没有根的生活了。哪怕一着地就会被植物吸收，哪怕一着地就被人踩得无影踪，它也愿意。

它焦急地哀求上帝：“请让我实现这个愿望吧，我等得快要绝望了。”另一粒雾听见了，同情地说：“这样求上帝是没用的，上帝可管不了那么多。还是靠近我吧，用你自己的力量。”于是这粒雾拥抱了那粒雾，这时它开始有下沉的感觉。它们下沉，下沉。又遇到了许多雾，它们亲热地拥抱在一起。

雾感到自己渐渐变大，一直向地面滑了下去。“叭嗒”，雾终于掉在了地上，溅成了幸福的泪花。

很多时候，我们的理想是要靠别人的帮助才能实现的，就看你有没有勇气去争取别人的力量。

有句古话：**智者，当借力而行。**



在知识的海洋里汲取智慧的浪花

见过一片海，

用渊博的知识激荡起壮阔的海面；

采过一丛花，

因智慧的碰撞绽放开含蓄的花瓣；

有过一个梦，

决定从这里启程……

《点拨》特色

◆ 遵循课前预习——课堂学习——课后复习的教学步骤设计板块。宏观至微观地对每章、每课、每节进行讲解，观点与例证结合，真正做到让学生明白大纲要求学什么，自己应该学什么，重点怎么学，非重点怎么学，基础怎么打，能力怎么抓，知识怎么用，试题怎么答……总之，讲就讲到点上，学就学个通透。

◆ 信息含量高。透过一个知识点的讲解，可以延伸到知识背景、专题、特例、反例等等。多角度、全方位地诠释每一个知识点，所有需要辅助了解的信息，所有可能忽略的信息，所有可能被误导的信息，总之，所有可能均在讲解范围内。

◆ "点拨"到位。对每一个问题的讲解均做到有理论，有例证，有思路引导，有解题过程，有解题思路、技巧、方法的分析，此精神在答案中尤其得到贯彻。答案加"点拨"是荣老师的首创。

◆ 题型丰富，命题结构科学。分教材跟踪练习题及综合应用创新练习题。其中除常见题型之外，还有许多创新题型。

《点拨》新版丛书特写

点拨，取点准、点精、点透，拨开迷雾，开发智力潜能之义。"点拨"二字，由中国书法家协会主席沈鹏先生题写，他自然畅达、墨趣横生、气韵生动、意象联翩的创作笔法，淋漓尽致地诠释出了点拨一书的精神主旨。而《点拨》丛书编委会的老师们也将荣德基老师独创的这一"点拨"理念贯彻至今，不曾有丝毫的松懈，可谓精益求精。也正因为如此，《点拨》才可以一直被读者朋友们奉为心目中的精品图书，这不只是对《点拨》的肯定，更是一种鼓励和鞭策。所以，读者朋友们每年如期看到《点拨》丛书在坚持它优良传统的同时，也在不断地看到它的改变……

《点拨》系列

1. 点拨新课标各版本教材配套用书：
   七年级至九年级，高中必修、选修用。
2. 点拨高考用书
3. 点拨中考用书：
   新课标各版本，人教试验修订版。
4. 点拨试验修订版教材配套用书：
   高一、高二、高三用。

《点拨》丛书贯彻的荣德教辅策划理念

点拨理念——用易学、易掌握、易变通的方式，用妥帖、精辟的语言，深入浅出，使同学们在思维里顿悟，在理解中通透，在运用中熟练。

创新理念——深入挖掘贯彻同步辅助教学的两个概念：教材新知识学习同步和教材知识复习同步。

精品理念——精益求精，策划读者需要的、做最适合读者的精品图书。

差距理念——荣老师的独创，贯彻荣德教辅始终的CETC循环学习法的精髓。

高考在平时理念——在练习中融入对应本课（节）知识点的高考真题，培养高考应试能力。

编委会祝福

感谢一直以来关心支持《点拨》丛书的老师、家长和同学们，是你们给了我们动力和灵感。因此，你们来信中的鼓励和建议都将在荣德教辅新书中找到影子，希望你们能仔细观察、认真使用，也在本书中找到您的汗水！

最后，祝老师和家长朋友们工作顺利、身体健康！

荣德基

2006年2月

震撼学生心灵的学习方法

撬动灵感的杠杆——荣德基老师创造CETC学习法灵感的由来

创造从学习开始。1997年两本书叫醒了荣老师沉睡的灵感神经，点亮了CETC循环学习法的灵魂之光。她们是《在北大等你》（光明日报出版社出版）和《等你在清华》（中国检察出版社出版）。

书中考入清华和北大的文、理科高考状元及优秀学生，用自己的切身经历，介绍了他们高效率的复习方式和独特的高考心态平衡法。摘录如下：

1. “我习惯于把每次测验中出现的错误记录下来，到下一次考试前翻过来看看，这样就不会重犯过去的错误。”

（熊远萌，1996年广西文科高考第一名 北京大学经济学院）

2. “题不二错。我们班同学大都有一个错题本。通过分析错题，可以明白自己的弱点，更好地查缺补漏。同学们不妨一试。”

（聂楠，1995年北京文科高考第一名 北京大学经济学院）

3. “对高考来说，重视一道错题比你做一百道习题也许更为重要。”

（洪森，1996年河北省文科高考第三名 北京大学法律系）

4. “我高中三年的单元考和期末考的卷子以及高三的各种试卷基本上都保存着，在最后关头把它们拿出来看看，主要是看其中的错题，分析一下错误原因，讨论一下正确做法，使我加深了印象，不让自己再犯相同的错误。”

（徐海燕，1995年四川省理科高考第三名 北京大学生命科学学院）

CETC的灵魂——差距

C—comprehension：听老师讲课，读教材，看教辅，不懂的地方——差距。（为什么不懂，有差距）

E—exercise：做练习题的错题——差距。（练习时为什么做错题，有差距）

T—test：各种考试中做错的题——差距。（考试时为什么做错题，有差距）

C—countermeasure：应对措施——消灭差距的方式方法。（再次做题时，保证题不二错）

锁定差距：C 、E、 T

缩小差距与消灭差距：C

CETC：锁定差距——缩小差距——消灭差距（这是CETC的目标和核心）

荣德基CETC循环学习法：CETC不停地循环——循环——再循环，差距在循环中锁定，在循环中缩小，在循环中消灭。

5. “我建议同学们能建立一个‘错题记录’，仔细分析原因，找出相应的知识点加以巩固强化，这样能避免重复犯同样的错误。”

（尹华，1997年山东省理工科高考第一名 清华大学化学系）

6. “一个很有效的方法就是做完题后写总结、感想，尤其是对那些想了半天没做出来的或者会做做错的题尤为重要。要把自己为什么不会做或者为什么做错的原因记下来，这样才会有真正的收获，做题的意义也在于此。我自己就一直是这样做的，如果你翻看我做过的习题集或试卷，就会发现随处都是用红笔写的批注，我从中收获极大。”

（张卓慧，1997年保送清华大学经济管理学院 1997年北京市理工科高考第七名）

7. “要重视自己的学习方法。在学习中，学习方法非常重要，两个智力和勤奋程度差不多的人，方法好的可能会优秀很多。这里我只提供一个比较适用的方法：自己准备一个笔记本，把平时做题中出现的错误都整理上去，写上造成错误的原因和启示。如果你平时做题出错较多，比如一张练习卷要错五、六处或更多，抄错题恐怕得不偿失，这时你可以在试卷上把错题做上标记，在题目的旁边写上评析，然后把试卷保存好，每过一段时间，就把‘错题笔记’或标记错题的试卷翻着看一看，好处会很大。在看参考书时，也注意把精彩之处或做错的题目做上标记，这样以后你再看这本书时就有所侧重了，不必再整个看一遍。”

（魏少岩，1996年平时成绩优秀保送清华）

荣老师规律总结：

如何对待错误？考上清华、北大的同学们，都有一个错题记录本，关注做错的题，花精力复习做错的题！

目录

CONTENTS

第五章　平面向量

第四章 三角函数

知识链接

1. 经验链接：初中已学习了锐角三角函数，那么在把角推广到任意角的背景下，能不能将锐角三角函数推广为任意角的三角函数？

2. 趣味链接：在体操、花样滑冰等比赛中，常常会听到"转体两周"（即转体720°）、"转体三周半"（即转体1260°）这样的解说，可见角的范围不仅仅局限于0°～360°内，那么如何定义此范围以外的角呢？

3. 问题链接：已知任意一个角，我们可以求出它存在的三角函数值；反之，已知一个三角函数值，如何求出与它对应的角呢？

第一节 角的概念的推广

Ⅰ 课前准备

关链概念和原理提示

关键概念：正角、负角、零角、象限角、终边相同的角、象限界角（轴线角）.

关键原理：任一与已知角终边相同的角构成的集合.

Ⅱ 基础知识必备

一、必记知识背牢

序号	必记项目	必记知识	必记内容	巧记方法
1	基本概念	角	平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形	旋转
2	基本概念	正角、负角、零角	射线绕端点按逆时针方向旋转所成的角为正角，按顺时针方向旋转所成的角为负角，不旋转就是零角	逆正顺负零不动
3	基本概念	象限角	当角的顶点与坐标原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合，角的终边（除端点外）在第几象限，这个角就是第几象限角	平面直角坐标系中点的位置
4	定理	终边相同的角	所有与角α终边相同的角，连同角α在内，可构成一个集合$S=\{\beta\mid\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$	分针从12点转整数圈后到12点

二、精彩点拨教材知识

知识点1：角的概念（这是重点）

详解：平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形叫做角. 按逆时针方向旋转形成的角叫做正角，按顺时针方向旋转形成的角叫做负角. 如果一条射线没有作任何旋转，我们称它形成了一个零角. 零角的始边与终边重合.

引申思考：始边和终边重合的角一定是零角吗？

【例1】 经过4小时20分，时钟的时针和分针各旋转了多少度？

解：时针旋转的角度为$-\left(4+\frac{20}{60}\right)\times30°=-130°$；

分针旋转的角度为$-\left(4+\frac{20}{60}\right)\times360°=-1560°$.

点拨：此题解决的关键是弄清1小时时针和分针各旋转多少度.

知识点1针对性练习：

1. 已知角α、β满足$-90°<\alpha<\beta<90°$，则$\alpha-\beta$的范围是（　　）

A. $-180°<\alpha-\beta<0°$　　B. $-90°<\alpha-\beta<90°$

C. $-180°<\alpha-\beta<180°$　　D. $-90°<\alpha-\beta<0°$

知识点2：终边相同的角（这是难点）

详解：所有与角α终边相同的角，连同角α在内，可以构成一个集合$S=\{\beta\mid\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，即任一与角$\alpha$终边相同的角都可以表示成角$\alpha$与整数个周角的和.

警示：终边相同的角的前提条件是角的顶点与坐标原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合. α是任意角即正角、负角、零角均可. 终边相同的角不一定相等，但相等的角终边一定相同. 终边相同的角有无数多个，它们相差360°的整数倍.

【例2】 若角α与β的终边相同，则角$\alpha-\beta$的终边（　　）

A. 在x轴的非负半轴上

B. 在x轴的非正半轴上

C. 在y轴的非正半轴上

D. 在y轴的非负半轴上

解：A　**点拨**：由角α与β的终边相同得$\alpha=k\cdot360°+\beta,k\in\mathbf{Z}$，所以$\alpha-\beta=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$. 故$\alpha-\beta$的终边在$x$轴的非负半轴上，应选A.

知识点2针对性练习：

2. 与$-457°$角终边相同的角的集合是（　　）

A. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360°+457°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360°+97°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360°+263°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360°-263°,k\in\mathbf{Z}\}$

3. 如果角α与$x+45°$具有相同的终边，角β与$x-45°$具有相同的终边，那么α与β之间的关系是（　　）

A. $\alpha+\beta=0°$

B. $\alpha-\beta=0°$

C. $\alpha+\beta=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$

D. $\alpha-\beta=90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$

知识点3：象限角和象限界角（轴线角）（这是重难点）

详解：当角的顶点与坐标原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合，那么角的终边（除端点外）在第几象限，就说这个角是第几象限角. 当角的顶点与坐标原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合，如果角的终边落在坐标轴上，这时这个角不属于任何象限，我们称之为象限界角（轴线角）.

警示：象限角和象限界角定义的前提条件是角的顶点与坐标原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合.

【例3】 若α是第四象限角，则$180°-\alpha$是（　　）

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

解：C　**点拨**：因为α为第四象限角，所以$k\cdot360°-90°<\alpha<k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$.

所以 $-k\cdot 360°<-\alpha<-k\cdot 360°+90°(k\in\mathbf{Z})$.

所以 $-k\cdot 360°+180°<180°-\alpha<-k\cdot 360°+270°(k\in\mathbf{Z})$.

所以 $180°-\alpha$ 为第三象限角，应选 C.

知识点 3 针对性练习：

4.若角 α 是第二象限角，那么角 $\frac{\alpha}{2}$ 是(　　)

A.第一、二象限角　　B.第一、三象限角

C.第二、三象限角　　D.第二、四象限角

5.已知角 2α 的终边在 x 轴的上方，那么 α 的终边所在位置是(　　)

A.第一象限　　B.第一、二象限

C.第一、三象限　　D.第一、四象限

三、易错点和易忽略点导析

易错点：角的概念、象限角的概念、终边相同的角的概念及其区别

易错点导析：角的概念已推广到任意角，可正，也可负，也可为零角，考虑问题时要全面，不能忽视象限角和终边相同的角的前提条件.

【例 1】 下列命题中正确的是(　　)

A.终边相同的角都相等

B.第一象限的角比第二象限的角小

C.第一象限的角都是锐角

D.锐角都是第一象限的角

错解：A、B 或 C

错解分析：错选 A 是因为对终边相同的角的概念理解不透彻；错选 B 是对象限角的概念不清，象限角只反映角的终边的位置，而不反映角的大小. 错选 C 是对象限角与锐角概念理解不清.

正确解法：D

针对性练习：

6.已知集合 $A=\{$第一象限角$\}$，$B=\{$锐角$\}$，$C=\{$小于 90° 的角$\}$，下列四个命题：

①$A=B=C$；②$A\subsetneqq C$；③$C\subsetneqq A$；④$A\cap C=B$，其中正确命题的个数是(　　)

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

易忽略点：讨论角的终边所在的象限

易忽略点导析：在讨论角的终边所在的象限时，一方面要注意必须是 360° 的整数倍加上一个角，另一方面要特别注意不能忽略终边在坐标轴上的情况.

【例 2】 已知 α 的终边落在第二象限，问 2α 的终边落在何处？

错解：因为 α 为第二象限角，所以 $k\cdot 360°+90°<\alpha<k\cdot 360°+180°$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $2k\cdot 360°+180°<2\alpha<2k\cdot 360°+360°$，$k\in\mathbf{Z}$. 所以 2α 的终边在第三或第四象限.

错解分析：根据角的终边所在位置，角可分为象限角与轴线角. 在已得出 $2k\cdot 360°+180°<2\alpha<2k\cdot 360°+360°$，$k\in\mathbf{Z}$ 后漏考虑 y 轴的非正半轴.

正确解法：2α 的终边在第三、四象限或 y 轴的非正半轴上.

针对性练习：

7.角 α 的终边落在 $y=-x(x>0)$ 上，那么角 α 是第几象限的角？(　　)

A.第一、三象限　　B.第二象限

C.第二、四象限　　D.第四象限

四、构建知识网络

角(正角、负角、零角) → 象限角、轴线角；终边相同的角

五、针对性练习答案及点拨

1.A　点拨：因为 $\alpha<\beta$，所以 $\alpha-\beta<0°$，因为 $-90°<\beta<90°$，所以 $-90°<-\beta<90°$，又因为 $-90°<\alpha<90°$，所以 $-180°<\alpha-\beta<180°$，故 $-180°<\alpha-\beta<0°$.

2.C　点拨：因为 $-457°$ 与 $-97°$ 角的终边相同，又因为 $-97°$ 与 $263°$ 角的终边相同，所以 $-457°$ 角应与 $k\cdot 360°+263°(k\in\mathbf{Z})$ 角终边相同.

3.D　点拨：由已知得 $\alpha=k_1\cdot 360°+x+45°$，$k_1\in\mathbf{Z}$，$\beta=k_2\cdot 360°+x-45°$，$k_2\in\mathbf{Z}$，$\alpha-\beta=(k_1-k_2)\cdot 360°+90°=k\cdot 360°+90°$，$k\in\mathbf{Z}$.

4.B　点拨：由 α 是第二象限角得 $k\cdot 360°+90°<\alpha<k\cdot 360°+180°$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $k\cdot 180°+45°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180°+90°$，$k\in\mathbf{Z}$.

当 $k=2n$，$n\in\mathbf{Z}$ 时，$2n\cdot 180°+45°<\frac{\alpha}{2}<2n\cdot 180°+90°$，$n\in\mathbf{Z}$，故 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角.

当 $k=2n+1$，$n\in\mathbf{Z}$ 时，$2n\cdot 180°+225°<\frac{\alpha}{2}<2n\cdot 180°+270°$，$n\in\mathbf{Z}$，故 $\frac{\alpha}{2}$ 是第三象限角.

综上可知 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一或第三象限的角.

5.C　点拨：由角 2α 的终边在 x 轴上方得 $k\cdot 360°<2\alpha<k\cdot 360°+180°$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $k\cdot 180°<\alpha<k\cdot 180°+90°$，$k\in\mathbf{Z}$.

当 $k=0$ 时，$0°<\alpha<90°$，当 $k=1$ 时，$180°<\alpha<270°$，故选 C.

6.错解：B　**错解分析：**$\{$小于 90° 的角$\}$中有负角，$\{$第一象限角$\}$中也有负角，但$\{$锐角$\}$中没有一个负角，故$\{$小于 90° 的角$\}\cap\{$第一象限角$\}\neq\{$锐角$\}$.

正确解法：A

7.错解：C　**错解分析：**只考虑了终边落在 $y=-x$ 上，没有考虑 $x>0$，从而错选 C. 因为角 α 的终边落在 $y=-x(x>0)$ 上，所以 α 是第四象限角.

正确解法：D

Ⅲ 综合应用创新能力培养

一、学科综合思维专题点拨

学科综合思维导析：理解并正确表示各种角，注意各种角的定义及范围，通过画图，利用数形结合的方法求解角与角的终边的关系的问题.

【例 1】 角 α 小于 180° 而大于 $-180°$，它的 7 倍角的终边又与自身终边重合，求角 α.

解：角 α 与它的 7 倍角的终边重合，故 $7\cdot\alpha=k\cdot 360°+\alpha$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $\alpha=k\cdot 60°$，$k\in\mathbf{Z}$.

又因为 $-180°<\alpha<180°$，所以当 $k=-2,-1,0,1,2$ 时均满足条件，此时角 α 分别为 $-120°$，$-60°$，$0°$，$60°$，$120°$.

点拨：利用终边相同的角列出等式求解，注意角的范围.

【例 2】 已知 α 角的终边与 $-690°$ 角的终边关于 y 轴对称，则 $\alpha=$________；β 角的终边与 $-690°$ 角的终边关于原点对称，其中绝对值最小的 $\beta=$________.

解：(1) $-690°=-2\times 360°+30°$，所以 $-690°$ 角的终边与 30°

角的终边相同.

又因为150°角的终边与30°角的终边关于 y 轴对称.所以 α 角的终边与150°角的终边相同.所以 $\alpha=k\cdot 360°+150°,k\in\mathbf{Z}$.

(2)因为210°角的终边与30°角的终边关于原点对称.所以 β 角的终边与210°角的终边相同.所以 $\beta=k\cdot 360°+210°,k\in\mathbf{Z}$.其中绝对值最小的 β 角是当 $k=-1$ 时.此时 $\beta=-150°$.

点拨:终边对称是角与角常见的一种关系,解决此类问题可利用数形结合的方法进行求解.

二、实际应用思维专题点拨

实际应用思维导析:角的概念常用来解决有关时针、分针等实际问题,解题重点放在审题和分析上.审题过程中,要学会把题干中各种条件列于草稿纸上,根据问题正确选择公式,便可轻松准确做答.

【例3】 (1)时钟的分针所转的角是正的还是负的?分针走2小时15分钟所转的角是多少度?(2)若将时钟拨慢5分钟,则此过程中时针转了多少度?分针转了多少度?

解:(1)时钟的分针所转的角是负的,每经过1分钟分针所转过的角是 $-\frac{360°}{60}=-6°$.故分针走2小时15分钟所转的角是 $-6°\times 135=-810°$.

(2)拨慢钟表,即将表针逆时针旋转,所得角为正角.60分钟对应360°,则5分钟对应 $5\times\frac{360°}{60}=30°$.故分针转30°.60分钟对应1小时,则5分钟对应 $\frac{5}{60}$ 小时,而时针转30°对应为1小时,故时针转 $\frac{5}{60}\times 30°=2.5°$.

点拨:钟表上有十二个大格.每格30°,又有六十个小格,每小格6°,秒针每秒钟走1小格即6°,分针每分钟走1小格即6°,故分针5分钟走30°,时针每小时走1大格即30°.解答钟表类问题关键要弄清时针、分针、秒针的关系.

三、创新思维专题点拨

创新思维导析:从任意角的概念出发,注意旋转的方向,善于将问题转化为数学模型,应用数学知识来进行求解,在解题过程中不断提高自己的创新意识.

【例4】 (新情境题)半径为1的圆的圆心位于坐标原点,点 P 从点 $A(1,0)$ 出发,依逆时针方向等速沿单位圆周旋转,已知 P 点在1s内转过的角度为 $\theta(0°<\theta<180°)$,经过2s到达第三象限,经过14s又回到出发点 A 处,则 $\theta=$________.

解:因为 $0°<\theta<180°$,且 $k\cdot 360°+180°<2\theta<k\cdot 360°+270°,k\in\mathbf{Z}$.所以 $k=0$ 且 $90°<\theta<135°$.

又因为 $14\theta=n\cdot 360°,n\in\mathbf{Z}$,所以 $\theta=\frac{180°}{7}\cdot n$.

代入上式 $90°<\frac{180°}{7}\cdot n<135°$,所以 $\frac{7}{2}<n<\frac{21}{4}$.

又因为 $n\in\mathbf{Z}$,所以 $n=4$ 或 $n=5$.所以 $\theta=\frac{720°}{7}$ 或 $\theta=\frac{900°}{7}$.

点拨:题中"P 点回到出发点 A"转化为数学语言即"角 14θ 的终边与 x 轴的非负半轴重合".在解决此类问题时,我们应善于把问题转化为数学模型.

【例5】 (巧题妙解)在一般的时钟上,自零时刻到分针与时针第一次重合,分针所转过的角度是多少?

解:设时针转过的角度为 θ,则分针转过的角度为 $-360°+\theta$.

因为时针转$-1°$相当于经过 $\frac{1}{30}$h=2min,分针走$-1°$相当于 $\frac{1}{6}$min,所以 $2\theta=\frac{1}{6}(-360°+\theta)$.所以 $\theta=-\frac{360°}{11}$.故分针所转过的角度为 $-360°-\frac{360°}{11}=-\frac{4320°}{11}$.

点拨:解题时要巧妙利用角的旋转方向及时针与分针所转过的角度的关系.

四、研究性学习思维专题点拨

(一)科学探究思维专题点拨

科学探究思维导析:探究有关角概念类问题,关键是要能理解终边相同的角的"周期现象"亦即角的"同余现象",即终边相同的角的度数除以360°的余数相同.

【例6】 若今天是星期一,(1)$7k(k\in\mathbf{Z})$天后的那一天是星期几?(2)$7k(k\in\mathbf{Z})$天前的那一天是星期几?(3)158天后的那一天是星期几?

解:每周从周一到周日呈现周期性变化.

(1)因为今天是星期一,所以 $7k(k\in\mathbf{Z})$ 天后的那一天是星期一;

(2)因为今天是星期一,所以 $7k(k\in\mathbf{Z})$ 天前的那一天是星期一;

(3)因为 $158=7\times 22+4$,所以158天后的那一天是星期五.

点拨:从上题求解过程可以看出,许多出现周期性变化的类似问题均可转化为终边相同的角的问题.

(二)综合思维专题点拨

综合思维导析:将函数与角结合在一起放在坐标系中讨论.考查分类讨论和数形结合的思想.

【例7】 在直角坐标系中,α 的顶点在坐标原点,始边在 x 轴的非负半轴上,若 α 的终边过函数 $y=-2^x$ 与 $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 的图象的交点,求满足条件的 α 的集合.

解:由题意可知函数 $y=-2^x$ 与 $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 的图象的交点在 α 的终边上,设此交点的坐标为 $P(x,y)$,则 $y<0,x<0$,所以 α 为第三象限的角.

又因为 $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)=\log_2(-x)$,$y=-2^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递减,则存在反函数,其反函数为 $y=f^{-1}(x)=\log_2(-x)$.即 $y=-2^x$ 与 $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 互为反函数,其图象关于直线 $y=x$ 对称.故其交点 P 必在直线 $y=x$ 上,又因为 P 在第三象限,所以 $\alpha=k\cdot 360°+225°,k\in\mathbf{Z}$,则 α 的集合为 $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+225°,k\in\mathbf{Z}\}$.

点拨:利用函数的性质:互为反函数的两函数图象的交点在直线 $y=x$ 上,而得到满足条件的角的集合.

五、高考思维专题点拨

高考思维导析:高考中这节内容多与三角函数的定义及三角函数符号的判断放在一起考查,因而,要对这节的基本内容,特别是象限角熟练掌握.

【例8】 (2005,全国,5分)已知 α 为第三象限的角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是( )

A.第一或第二象限　　B.第二或第三象限

C.第一或第三象限　　D.第二或第四象限

解:因为 $k\cdot 360°+180°<\alpha<k\cdot 360°+270°,k\in\mathbf{Z}$,所以 $k\cdot 180°+90°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180°+135°,k\in\mathbf{Z}$.

当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$ 时,$\frac{\alpha}{2}\in(n\cdot 360°+90°,n\cdot 360°+135°)$ 为第二象限的角;

当 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$ 时，$\frac{\alpha}{2}\in(n\cdot 360^\circ+270^\circ,n\cdot 360^\circ+315^\circ)$ 为第四象限的角.

故 $\frac{\alpha}{2}$ 为第二或第四象限角. 故选 D.

点拨：本题主要考查角的基础知识，得出 $\frac{\alpha}{2}$ 的范围后需对 k 进行分类讨论.

Ⅳ 轻松一刻

"三角学"一词来自希腊文三角形与测量，原意是三角形的测量，也就是解三角形，这是三角学的基本问题之一. 后来，范围逐渐扩大，成为研究三角函数及其应用的一个数学科目.

Ⅴ 强化练习题

Ⅰ卷：教材跟踪练习题（100 分 60 分钟）P(145)

一、选择题（每题 5 分，共 25 分）

1.（测试知识点 1）设 α、β 满足 $-180^\circ<\beta<\alpha<180^\circ$，则 $\alpha-\beta$ 的范围是（　　）

A. $0^\circ<\alpha-\beta<360^\circ$

B. $-180^\circ<\alpha-\beta<180^\circ$

C. $0^\circ<\alpha-\beta<180^\circ$

D. $-360^\circ<\alpha-\beta<360^\circ$

2.（测试知识点 3）若 α 是第一象限角，则下列各角中是第四象限角的是（　　）

A. $90^\circ-\alpha$　　B. $90^\circ+\alpha$

C. $360^\circ-\alpha$　　D. $180^\circ+\alpha$

3.（测试知识点 2）终边与坐标轴重合的角 α 的集合是（　　）

A. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 180^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 180^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 90^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

4.（测试易错点）下列命题中，正确的是（　　）

A. 第一象限的角必是锐角

B. {第一象限的角}∩{小于 90° 的角}={锐角}

C. 锐角在第一象限或第四象限

D. 锐角必是第一象限角

5.（测试易忽略点）集合 $M=\{x|x=k\cdot 90^\circ\pm 45^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$，与 $P=\{x|x=m\cdot 45^\circ,m\in\mathbf{Z}\}$ 之间的关系为（　　）

A. $M\subsetneqq P$　　B. $M\supsetneqq P$

C. $M=P$　　D. $M\cap P=\varnothing$

二、填空题（每题 5 分，共 15 分）

6.（测试知识点 3）已知 α 是第二象限的角，那么 $\frac{\alpha}{3}$ 是第______象限角.

7.（测试知识点 2）已知角 α 与 -1050° 角的终边相同，则适合不等式 $-720^\circ\leqslant\alpha\leqslant 720^\circ$ 的角的集合为__________.

8.（测试知识点 2）与 -1999° 的终边相同且绝对值最小的角是______.

三、解答题（每题 7 分，共 28 分）

9.（测试知识点 3）把下列各角写成 $k\cdot 360^\circ+\alpha(0^\circ\leqslant\alpha<360^\circ)$ 的形式，并指出它们所在的象限.

(1) -140°；(2) -550°；(3) 1110°；(4) 766°.

10.（测试知识点 3）若 α 是第三象限角，则 2α 的终边落在何处？

11.（测试知识点 2）若 $-540^\circ<\alpha<-180^\circ$，且 α 与 40° 角的终边相同，求 α.

12.（测试易忽略点）设角 α 的终边落在函数 $y=-|x|$ 的图象上，求角 α 的集合.

四、实际应用题（10 分）

13.（测试知识点 1）自行车大链轮有 m 个齿，小链轮有 n 个齿，当大链轮转过一周时，小链轮转过的角度是多少？

五、研究性学习练习题(每题11分,共22分)

14.(探究题,测试知识点1)经过5小时25分钟,时钟的时针转过了多少度?

15.(探究题,测试知识点2)已知 $f(x)=15°\cdot x+20°$, $g(x)=6°\cdot x+30°$,是否存在正整数 T,使得对于任意的 x 的值,都有 $f(x+T)$ 与 $f(x)$, $g(x-T)$ 与 $g(x)$ 均表示终边相同的角?若存在,求出 T 的最小值;若不存在,说明理由.

第二节 弧度制

Ⅰ 课前准备

关键概念和原理提示

关键概念:角度制、弧度制.

关键原理:弧长公式、扇形面积公式.

Ⅱ 基础知识必备

一、必记知识背牢

序号	必记项目	必记知识	必记内容	巧记方法
1	基本概念	角度制	用度作为单位来度量角的单位制	度对角度
2	基本概念	弧度制(rad)	用弧度作为单位来度量角的单位制	弧度对弧度
3	公式	弧长公式	弧长等于弧所对的圆心角(的弧度数)的绝对值与半径的积	$l=\lvert\alpha\rvert r$
4	公式	扇形面积公式	面积等于弧长与半径乘积的一半	$S=\frac{1}{2}lR$

二、精彩点拨教材知识

知识点1:角度与弧度(这是重点)

详解:规定周角的$\frac{1}{360}$为1度的角.1弧度的角是指长度等于半径长的弧所对的圆心角.正角的弧度数是一个正数,负角的弧度数是一个负数,零角的弧度数是0.

引申思考:1度等于1弧度吗?

【例1】 下列命题中,不正确的是( )

A.半圆所对的圆心角是π弧度

B.1弧度的圆心角所对的弧长等于该圆的半径

C.周角的大小等于2π弧度

D.长度等于半径的弦所对的圆心角的大小是1弧度

解:D **点拨**:本题主要考查弧度的概念,根据1弧度角的定义是长度等于半径长的弧所对的圆心角,比较各选项,利用排除法可知选D.

知识点1针对性练习:

1.下列命题中,不正确的是( )

A.“度”与“弧度”是度量角的两种不同的度量单位

B.一度的角是周角的$\frac{1}{360}$,一弧度的角是周角的$\frac{1}{2\pi}$

C.根据弧度的定义,$180°$一定等于π弧度

D.不论是角度制还是弧度制度量角,它们都与圆的半径大小有关.

知识点2:角度与弧度的换算(这是重点)

详解:用度作为单位来度量角的单位制叫做角度制.用弧度作为单位来度量角的单位制叫做弧度制,它的单位符号是rad,读作弧度.在进行角度和弧度的换算时关键是要记住“$180°=\pi$ rad”这个基本等式.

警示:角度制与弧度制的度量单位不同;角度制与弧度制二者表示角的形式不同;角度制是六十进制而弧度制是十进制.但角度制和弧度制表示的角的大小均是与半径大小无关的定值.

【例2】 将$-1485°$表示成$2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z})$的形式,且$0\leqslant\alpha<2\pi$.

解:因为$-1485°=-5\times360°+315°$, $315°=315\times\frac{\pi}{180}=\frac{7\pi}{4}$,所以$-1485°=-5\cdot2\pi+\frac{7\pi}{4}$.

点拨:本题主要考查角度与弧度之间的转化.

知识点2针对性练习:

2. $300°=$______弧度,$165°=$______弧度.

3. $\frac{7}{10}\pi=$______°, $-\frac{\pi}{5}=$______°.

知识点3:弧长公式、扇形面积公式(这是重点)

详解:(1)弧长公式:弧长等于弧所对的圆心角(的弧度数)的绝对值与半径的积,即$l=\lvert\alpha\rvert r$.

(2)扇形面积公式$S=\frac{1}{2}lR$,其中l是扇形的弧长,R是圆的半径.

角度制:半径为R,圆心角为$n°$的扇形中,圆心角所对的弧长$l=\frac{n\pi R}{180}$,所以扇形的面积$S=\frac{n\pi R^2}{360}$.

弧度制:半径为R,圆心角为α rad的扇形中,圆心角所对的弧长$l=\lvert\alpha\rvert R$,扇形的面积$S=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}\lvert\alpha\rvert R^2$.

警示:运用弧长公式$l=\lvert\alpha\rvert R$及扇形面积公式$S=\frac{1}{2}lR=$

$\frac{1}{2}\alpha|R^2$ 时，圆心角 α 的单位必须是弧度.

【例 3】 一个扇形的面积是 $1cm^2$，它的周长是 4cm，则圆心角的弧度数为________.

解：2 点拨：本题考查弧长公式及扇形面积公式的应用，由弧长公式及扇形面积公式可得圆心角及半径的方程，由方程便可求出圆心角. 设圆心角为 α、半径为 R. 由扇形面积公式有 $\frac{1}{2}\alpha\cdot R^2=1$；由扇形周长公式有 $2R+\alpha\cdot R=4$，联立解方程组得 $R=1,\alpha=2$，所以圆心角 $\alpha=2$rad.

知识点 3 针对性练习：

4. 如图 1-2-1，已知扇形 AOB，C、D 分别为 OA 和 OB 的中点，求弧 CD 将扇形 AOB 分成的两部分的面积比.

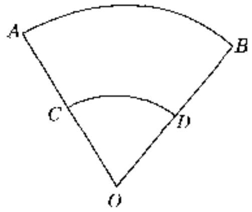


图 1-2-1

三、易错点和易忽略点导析

易错点：角度制和弧度制.

易错点导析：角度制和弧度制是两种不同的表示角的单位制，角度制是六十进制，弧度制是十进制. 在表示角时，只能用角度制或弧度制中的一种来表示，不能混用.

【例 1】 用集合表示与 30°角的终边相同的角的集合.

错解：$\{\alpha|\alpha=2k\pi+30°,k\in\mathbf{Z}\}$.

错解分析：对角度制和弧度制的概念不理解，误认为两种表示方法是统一的，可以混合使用，实则不然.

正确解法：$\left\{\alpha\middle|\alpha=2k\pi-\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$或$\{\alpha|\alpha=k\cdot360°-30°,k\in\mathbf{Z}\}$.

针对性练习：

5. 用弧度制表示终边在第一、三象限角平分线上的角的集合.

易忽略点：角度制和弧度制的换算.

易忽略点导析：将角度制转化为弧度制 $2k\pi+\alpha(k\in\mathbf{Z},0\leqslant\alpha<2\pi)$形式时易忽略两点：其一是忽略 α 为正角，其二是忽略 $2k\pi$ 中 $k\in\mathbf{Z}$，应引起重视.

【例 2】 把下列各角化成 $\alpha+2k\pi(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in\mathbf{Z})$的形式.

(1) $-1500°$；(2) 1999π；(3) -4.

错解：(1) $-1500°=-4\cdot360°-60°=-\frac{\pi}{3}-8\pi$；

(2) $1999\pi=-\pi+2000\pi$；

(3) $-4=-(2\pi+4)+2\pi$.

错解分析：忽略题中 α 的范围，α 应为正角.

正确解法：(1) $-1500°=-5\times360°+300°=\frac{5}{3}\pi-10\pi$；

(2) $1999\pi=\pi+1998\pi$；

(3) $-4=(2\pi-4)-2\pi$.

针对性练习：

6. 把 $-1125°$化成 $\alpha+2k\pi(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in\mathbf{Z})$的形式是( )

A. $\frac{\pi}{4}-6\pi$ B. $\frac{7\pi}{4}-6\pi$

C. $-\frac{\pi}{4}-8\pi$ D. $\frac{7\pi}{4}-8\pi$

四、构建知识网络

弧度制(定义)
- 弧长公式
- 扇形面积公式
- 角度与弧度的换算
  - 角度化为弧度
  - 弧度化为角度
  - 特殊角的弧度数

五、针对性练习答案及点拨

1. D **点拨：**本题主要考查"度"与"弧度"的基本概念，主要应从其定义来进行考虑. 由其定义可知，无论是角度制还是弧度制，角的大小都与圆的半径大小无关，故选 D.

2. $-\frac{5}{3}\pi$；$\frac{11}{12}\pi$ **点拨：**因为 $180°=\pi$ 弧度，所以有 $-300°=-\frac{300°}{180°}\pi=-\frac{5}{3}\pi$，同理 $165°=\frac{165°}{180°}\pi=\frac{11}{12}\pi$.

3. 126；-36 **点拨：**$\frac{7}{10}\pi=\frac{7}{10}\times180°=126°$，同理 $-\frac{\pi}{5}=-\frac{1}{5}\times180°=-36°$.

4. **解：**设圆心角为 α，$AO=2l$，则 $OC=l$，根据扇形面积公式，得 $S_{扇形COD}=\frac{1}{2}|\alpha|R^2=\frac{\alpha\cdot l^2}{2}$，$S_{ACDB}=S_{扇形AOB}-S_{扇形COD}=2\alpha\cdot l^2-\frac{\alpha\cdot l^2}{2}=\frac{3\alpha\cdot l^2}{2}$，所以 $S_{ACDB}:S_{扇形COD}=3:1$.

5. **错解：**终边在第一、三象限角平分线上的角的集合为$\{\alpha|\alpha=k\pi+45°,k\in\mathbf{Z}\}$.

错解分析：注意角度制和弧度制的用法，不要混用.

正确解法：终边在第一、三象限角平分线上的角的集合为$\left\{\alpha\middle|\alpha=k\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

6. **错解：**A **错解分析：**误认为 $-1125°=-3\times360°-45°=-6\pi-\frac{\pi}{4}$，忽略题中 α 的范围.

正确解法：D

Ⅲ 综合应用创新能力培养

一、学科综合思维专题点拨

学科综合思维导析：运用本节知识与前面一节所学各种角知识相结合，可以比较完整地解答学习与生活中遇到的很多问题.

【例 1】 集合 $M=\left\{x\middle|x=\frac{k}{2}\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\middle|x=\frac{k}{4}\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则( )

A. $M=N$ B. $M\supsetneqq N$

C. $M\subsetneqq N$ D. $M\cap N=\varnothing$

解：集合 M 表示终边在第一、二、三、四象限的角平分线上的角的集合，而集合 N 表示终边在坐标轴和终边在第一、二、三、四象限的角平分线上的角的集合，故 $M\subsetneqq N$，选 C.

点拨：利用前一节所学知识，集合表示的终边相同的角的概念要清楚并理解掌握，知道各集合表示的意义便可轻松解答此题.

二、实际应用思维专题点拨

实际应用思维导析：角是通过旋转而得到的，而弧长、面积都是与之有联系的. 许多与旋转有关联的实际问题，都可通过弧长公式、扇形面积公式来求解，因而弧长公式、扇形面积公式就

显得非常重要，而用弧度制表示的这两种公式又十分简单，因而应用更广泛.

【例 2】 在直径为 10cm 的轮上有一长为 6cm 的弦，P 是该弦的中点，轮子以 5rad/s 的角速度旋转，则经过 5s 后，点 P 转过的弧长是多少？

解：如图 4-2-2 所示，$CD=6cm$，$OD=5cm$，$CP=PD=3cm$，故 $OP=4cm$. 经过 5s 点 P 转过的角度为 25rad.

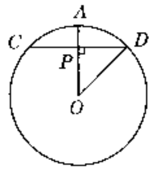


图 4-2-2

由弧长公式可得点 P 转过的弧长为 $l=\alpha\cdot R=25\times1=100(cm)$.

点拨：求解实际应用题时，关键是要把实际问题转化为数学模型，用所学的数学知识来求解实际应用问题.

三、创新思维专题点拨

创新思维导析：在与圆的有关内容结合时，运用弧长公式 $l=\alpha R$，其圆心角 α 的单位必须是弧度，在此基础上，联系一些以前学过的知识就可以解答很多综合性试题.

【例 3】 （变型题）扇形 OAB 的面积是 $1cm^2$，它的周长是 4cm，求它的圆心角和弦 AB 的长.

解：设弧长 $\overset{\frown}{AB}=l$，半径 $OA=r$，则周长 $C=l+2r$，即 $4=l+2r$. ①

扇形面积公式 $S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}(4-2r)\cdot r=1$. ②

由②得 $r=1$，代入①得 $l=2$，圆心角 $\alpha=\frac{l}{r}=\frac{2}{1}=2(rad)$.

由三角形知识得 $AB=2\cdot r\cdot\sin\frac{\alpha}{2}=2\sin1(cm)$.

综上可知，扇形 OAB 的圆心角为 2rad，弦 AB 的长为 2sin1cm.

点拨：本题旨在考察将扇形面积公式与周长公式综合应用求解未知量，这两个公式在解决扇形问题时必不可少.

【例 4】 （新信息题）半径为 2 的⊙O 切直线 MN 于点 P，射线 PK 从 PN 出发绕点 P 逆时针旋转到 PM，旋转过程中，直线 PK 交⊙O 于点 Q，记 $\angle POQ=x$，弓形 PQ 的面积 $S=f(x)$，那么 $f(x)$ 的图象大致是图 4-2-3 中的（ ）

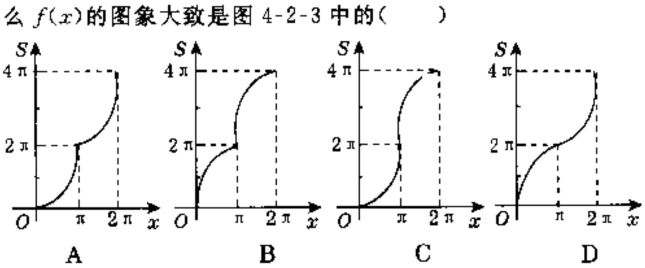


图 4-2-3

解：$S=f(x)=\frac{1}{2}x\cdot2^2-\frac{1}{2}\cdot2^2\cdot\sin x=2x-2\sin x$，则 $S_0=f(0)=0$，$S_{\frac{\pi}{2}}=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi-2$，$S_\pi=f(\pi)=2\pi$，$S_{\frac{3}{2}\pi}=f\left(\frac{3}{2}\pi\right)=3\pi+2$，$S_{2\pi}=f(2\pi)=4\pi$. 因为 $S_{\frac{\pi}{2}}<\frac{S_0+S_\pi}{2}$，$S_{\frac{3}{2}\pi}>\frac{S_\pi+S_{2\pi}}{2}$，所以选 C.

点拨：此题关键之处在于把扇形面积与函数及其图象结合起来.

四、研究性学习思维专题点拨

（一）科学探究思维专题点拨

科学探究思维导析：弧度制的引入使弧的概念得到推广，弧度制使角的集合与实数集之间建立了一一对应的关系. 弧度制与角度制及弧度的概念，在日常生活中有广泛的应用.

【例 5】 设 $\alpha-\beta\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right)$，$\alpha+\beta\in\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$，求 $\alpha+2\beta$ 和 $2\alpha-3\beta$ 的取值区间.

解：设 $\alpha+2\beta=m(\alpha-\beta)+n(\alpha+\beta)=(m+n)\alpha+(n-m)\beta$.

所以 $m+n=1$，$n-m=2$. 所以 $m=-\frac{1}{2}$，$n=\frac{3}{2}$.

又因为 $-\frac{\pi}{4}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{3}$，$\frac{3\pi}{4}<\alpha+\beta<\pi$，所以 $-\frac{\pi}{6}<-\frac{1}{2}(\alpha-\beta)<\frac{\pi}{8}$.

$\frac{9\pi}{8}<\frac{3}{2}(\alpha+\beta)<\frac{3\pi}{2}$. 所以 $\frac{23}{24}\pi<\alpha+2\beta<\frac{13}{8}\pi$，同理 $-\frac{9}{8}\pi<2\alpha-3\beta<\frac{11}{24}\pi$.

点拨：由已知角的取值区间来求解所求角的取值区间，关键是找出两者之间的关系，利用关系式来进行求解.

（二）实践性思维专题点拨

实践性思维导析：此类题目多数从与现实生活结合紧密的应用题出发，审题时需将题干和问题转化成数学语言，运用所学过的适当的公式便能较轻松的解题.

【例 6】 视力正常的人，能读远处文字的视角不小于 5′，试求：

(1)视力正常的人，在 10m 远处所能阅读文字的大小如何？

(2)视力正常的人要看清长、宽均为 5m 的大字标语，人离标语的最远距离为多少米？

解：(1)半径为 10m 时，圆心角 5′所对应的弧长与弦长可近似看为相等. 设文字的长、宽均为 lm，则由弧长公式可知 $l=\alpha\cdot R$，其中 $R=10$，$\alpha=5'\approx0.00145rad$，所以有 $l=\alpha\cdot R\approx0.00145\times10=0.0145(m)=1.45(cm)$.

(2)设人离标语的最远距离是 xm，则由弧长公式变形可得 $x=\frac{l}{\alpha}$，其中 $l=5m$，$\alpha=5'\approx0.00145rad$，所以 $x=\frac{l}{\alpha}\approx\frac{5}{0.00145}\approx3448(m)$.

故视力正常的人，在 10m 处所能阅读的最小文字的长、宽约为 1.45cm. 能看清长、宽均为 5m 的大字标题的最远距离约为 3448m.

点拨：从本题可以看出弧长公式、扇形面积公式应用十分广泛，许多问题均可由这两个公式或其变形来进行求解，因此应掌握这两个公式，并会灵活运用.

五、高考思维专题点拨

高考思维导析：本节知识在高考中一般不独立出现，主要结合三角函数知识来进行综合考查，或考弧度制的应用，一般为选择题、填空题，且一般出题难度不大.

【例 7】 （2002，上海，5 分）若 α 是第四象限角，则 $\pi-\alpha$ 是（ ）

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

解：由已知得 $2k\pi+\frac{3\pi}{2}<\alpha<2k\pi+2\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $-2k\pi-2\pi<-\alpha<-2k\pi-\frac{3\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$. 所以 $-2k\pi-\pi<\pi-\alpha<-2k\pi-\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $2k\pi+\pi<\pi-\alpha<2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$. 所以 $\pi-\alpha$ 是第三象限角. 故选 C.

点拨：由已知角所在象限推出所求角所在象限，上一节已讲

过,区别仅在于本题用弧度制表示角,亦可转化为用角度制表示角,即转化为上节知识.

Ⅳ 轻松一刻

把圆周角分成360度是巴比伦天文学家在公元前最末一个世纪里首创的,欧拉在1748年发表的《无穷小分析引论》中引入角的弧度概念,认为如果半径为一个单位,那么半圆周的长就是π,同样,四分之一圆周的长就是$\frac{\pi}{2}$,引入弧度制,使得度量直线段和圆弧的单位得到统一,也简化了三角公式和计算.

Ⅴ 强化练习题

卷:教材跟踪练习题(70分 50分钟)☞(145)

一、选择题(每题5分,共30分)

1.(测试知识点1)下列说法中正确的是(　　)

A. 1弧度就是1度的圆心角所对的弧

B. 1弧度就是长度为半径长的弧

C. 1弧度是1度的角与1度的弧之和

D. 1弧度是长度等于半径长的弧所对的圆心角

2.(测试知识点1)下列说法中,不正确的是(　　)

A. 度与弧度是两种不同的度量角的单位

B. 1°的角是周角的$\frac{1}{360}$,1 rad的角是周角的$\frac{1}{2\pi}$

C. 1rad的角等于1度的角

D. 用角度制和弧度制度量角,均与圆的半径无关

3.(测试知识点2)把112°30′化成弧度是(　　)

A. $\frac{5}{16}\pi$　B. $\frac{5}{8}\pi$　C. $\frac{5}{4}\pi$　D. $\frac{5}{6}\pi$

4.(测试知识点3)半径为πcm的圆中,120°的圆心角所对的弧长是(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$cm　B. $\frac{\pi^2}{3}$cm

C. $\frac{2\pi}{3}$cm　D. $\frac{2\pi^2}{3}$cm

5.(测试知识点3)一个半径为R的扇形,它的周长是$4R$,则这个扇形所含弓形的面积是(　　)

A. $\frac{2-\sin2}{2}R^2$　B. $\frac{1}{2}R^2\sin2$

C. $\frac{R^2}{2}$　D. $2-\sin2$

6.(测试易忽略点)$\frac{16}{3}\pi$化为$\alpha+2k\pi(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in \mathbf{Z})$的形式是(　　)

A. $\frac{\pi}{3}+5\pi$　B. $\frac{4\pi}{3}-4\pi$

C. $\frac{2\pi}{3}+6\pi$　D. $\frac{7\pi}{3}+3\pi$

二、填空题(每题4分,共16分)

7.(测试知识点2)18°=________rad,2rad≈________度.(精确到0.1)

8.(测试知识点3)半径为3的圆内,弧长等于5的弧所对的圆心角为________rad.

9.(测试知识点1)若三角形三内角之比为3∶4∶5,则三内角的弧度数分别是________.

10.(测试易错点)(用弧度制表示)第一或第三象限角的集合为________.

三、解答题(10分)

11.(测试知识点3)扇形的周长为a,试问当扇形的圆心角α和半径r各取何值时扇形的面积最大?

四、一题多解题(14分)

12.(测试知识点3)扇形的周长为20,当扇形的圆心角为何值时,它的面积最大?并求出最大面积.

卷:综合应用创新练习题(70分 50分钟)☞(146)

一、学科内综合题(每题5分,共15分)

1.将−1650°化成$\alpha+2k\pi(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in \mathbf{Z})$的表达式是(　　)

A. $-\frac{5}{6}\pi-10\pi$　B. $-11\pi+\frac{11}{6}\pi$

C. $\frac{11}{6}\pi-10\pi$　D. $\frac{5\pi}{6}-10\pi$

2.集合$A=\left\{x\,\middle|\,x=k\pi+(-1)^k\cdot\frac{\pi}{3},k\in \mathbf{Z}\right\}$,$B=\left\{x\,\middle|\,x=k\pi\pm\frac{\pi}{3},k\in \mathbf{Z}\right\}$,则$A$、$B$的关系是(　　)

A. $A=B$　B. $A\subsetneqq B$　C. $A\supsetneqq B$　D. $A\cap B=\varnothing$

3.已知$A=\{\alpha\mid 2k\pi\leqslant\alpha\leqslant(2k+1)\pi,k\in \mathbf{Z}\}$,$B=\{\alpha\mid -4\leqslant\alpha\leqslant4\}$,则$A\cap B=$(　　)

A. $\varnothing$　B. $\{\alpha\mid -4\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

C. $\{\alpha\mid 0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$　D. $\{\alpha\mid -4\leqslant\alpha\leqslant-\pi$ 或 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

二、创新题(每题10分,共20分)

4.(教材变型题)扇形AOB的周长为8cm.

(1)若这个扇形的面积为3cm²,求圆心角的大小;

(2)求这个扇形的面积取得最大值时圆心角的大小.