

数学教育学 概论

周学海 / 著

东北师范大学出版社



数学教育与 教师教育

周志德 / 著

北京邮电大学出版社

数学教育学概论

周学海 著

东北师范大学出版社

1996·长春

(吉) 新登字 12 号

数学教育学概论

SHUXUE JIAOYUXUE GAILUN

周学海 著

责任编辑: 杨述春	封面设计: 李冰彬	责任校对: 李树阳
东北师范大学出版社出版	吉林省新华书店发行	
(长春市斯大林大街 110 号)	吉林工学院印刷厂制版	
(邮政编码: 130024)	吉林农业大学印刷厂印刷	
开本: 850×1168 毫米 1/32	1996 年 5 月第 1 版	
印张: 15.75	2001 年 6 月第 2 次印刷	
字数: 400 千	印数: 3 001—5 000 册	
ISBN7 - 5602 - 1862 - 8/0 · 92		定价: 18.00 元

序

60年代，数学教育的改革虽说没有成功，却也推动了数学教育的研究工作。最近几十年来，数学教育的研究活动可以说是十分活跃的。我以为数学教育研究的来源和进展的方向应该是与数学保持密切的关系，同时也应注意在课堂内的实用价值，否则数学教育的意义就不太大了。这正是数学教育应“上通数学，下达课堂”。

本世纪数学的新进展无可否认首推其新应用。数学的传统的应用是在天文学、物理学以及其他科学方面，现在数学的应用已扩充到经济学、环境学等古典科学以外的领域。由于新应用，许多新的数学学科也应运而生，诸如统计学、运筹学、计算数学、离散数学等等。再加上计算机的使用，旧有的数学面貌已经改观了。这就促使大学的课程也应作出相应的更改，中小学数学教学是不能忽视这一不可逆转的大趋势的。因此数学教育必须“上通数学”。

另一方面，数学课堂教学也在改变中，社会的变迁影响了课堂的环境。中小学课程在改变，譬如少了几何，多了统计。教学法也在改变。其主导思想是少教多学，即教师少教，学生多学。假如数学教育的研究不能最终协助课堂教学的改进和提高，就将被重视，因此数学教育必须“下达课堂”。

我在1980年首次访问中国，目睹15年来中国在数学教育及其他方面有了飞跃的进展。东北师范大学居于领导的地位，也显

著地参与了这项发展工作。任何对推动数学教育研究有帮助的工作，我们都应该给予鼓励和支持。周学海教授是东北师范大学学科教育工作的主要成员之一，他撰写的《数学教育学概论》一书，系统地阐述了数学教育的本体论、目标论、课程论、学习论、教授论、媒体论、评价论和研究论等学科教育的基本理论。在构建数学教育学的理论体系和数学教育原理，如数学教育的哲学基础和方法论，逻辑起点，理论框架，中心线索以及基本范畴和主要概念系统等方面颇具特色。我认为本书较好地体现了“上通数学，下达课堂”。据了解，周学海教授长期深入城市、农村中学，坚持为基础教育服务。本书正是在对中学数学教学有较为充分调查了解的基础上撰写的，这就为本书体现“下达课堂”奠定了较为坚实的基础。由于我尚未来得及详细拜读本书，因此只得谈谈数学教育的走向和对本书的初步体会，聊以为序。我真诚地感谢周学海教授提供给我与中国广大数学教育界同仁交流意见的机会。

李秉彝*

1995. 12. 10

* 李秉彝教授现任国际数学教育委员会副主席，新加坡大学数学教授，是国际上在数学和数学教育界很有影响的著名学者。

祝贺周学海先生《数学教育学概论》的出版

东北师范大学客座教授

北京师范大学客座教授 内蒙古师范大学客座教授

横地 清*

今天，信息社会在飞速发展。例如，计算机及其联网的研究，对数学教育来说已经成为当务之急。与信息社会发展相适应的，构建现代数学教育学也成为世界各国的重大研究课题。

1991年11月，在日本医科大学召开了日中数学教育研究会。会上，周学海先生发表了题为《关于数学教育原理建构的探索》的演讲，提出了解决上述课题的设想。我认为，周学海先生是把他的研究成果整理成专著出版的。数学教育学是建立在广泛基础之上的综合性学科。周学海先生的专著特别使我注目的是它以本体论、目标论这些本质问题为基础，按课程论、学习论、教学论、媒体论这些实践性问题逐步展开，用具有价值和意义的问题整理成评价论、研究论，使全书体现了既有系统性又有综合性的风格。周学海先生专著的出版，对数学教育当今的课题，中国当然了，我认为日本和其他国家的同行们也值得一读。

1996.02.07 于东京

* 横地 清先生是日本山梨大学教授，日本数学教育学会会长，日本三大学数学教育学会会长，中日数学教育研究会会长。横地 清教授不仅在日本、在中国，而且在国际上，也是一位很有影响的学者。

前 言

数学教育学是一门研究数学教育现象、揭示数学教育规律的科学。它是建立在数学和教育学的基础上，并综合运用逻辑学、心理学、认知科学、行为科学和思维科学等成果于数学教育实践而形成的一门多学科“交叉”性综合学科。数学教育学是一门正在发展着的数学教育基本理论学科，它属于学科教育，是科学教育的一个重要组成部分。

长期以来，数学教育一直停留在特征归纳和经验描述阶段。数学教育作为一门经验科学很难看出它有深厚的理论基础。一个没有坚实的理论作指导的学科，不可避免地使它的实践不同程度地带有某种盲目性和片面性。传统数学教育除了为教师的日常工作提供极为有限的局部经验外，在其他方面却很少有所作为。虽然经验对教学实践也具有一定的指导作用，但经验毕竟是经验，经验只有上升为理论才具有普遍的指导意义。因此，作为一门经验学科的数学教育既不利于传播，也不利于获得理想的社会效益。因而，改变数学教育经验学科的状态，把它建设成为一门理论学科，是数学教育学一项基本任务。

在当代，由于系统论、控制论、信息论等现代科学方法论以及数学科学、教育科学、心理学、认知科学、行为科学和思维科学等科学所取得的重大成就和进展，为数学教育提供了新的思想来源、理论前提和崭新的方法论，使数学教育在追求什么样的目标、课程结构、学习理论、教学方法、教学过程的组织与控制、教

学效果的鉴定与评价以及教学手段的现代化等方面，均取得了重大的进展和某些实质性的突破。与传统数学教育相比较，现代数学教育，在不少问题上均呈现出不同于传统数学教育的本质特征。因此，本书在力求体现具有中国教育特色的同时，也要尽力做到既包括传统数学教育的基本内容又能概括反映现代数学教育理论所取得的新成果。

本书，除引论外，共十三章。引论和第一章主要阐述数学教育学概念本身的问题，回答了数学教育学的研究对象、性质、任务和特点、理论体系及其逻辑结构。由于数学教育目标既是数学教育的出发点又是最后的归宿，因此，紧接着在第二、三章阐述了这方面的内容，它有总管全书各章内容的作用。第三章主要论述了数学思维和数学能力，这是数学教育目标带有实质性的内容。第四至十二章分别论述了数学教育的客体系统、主体系统和主导系统的基本理论，即课程论、学习论和教学论等。第四至七章阐述了主体系统的基本理论，即学习论，着重论述了学习理论，数学学习的思维过程、思维形式、思维方法，它是数学教育学中占有中心地位的篇章。这是因为我们坚持数学思维训练是数学教育中使学生受用终生的东西，并坚持数学教育应以思维教育来带动知识教育、技能教育、数学美育和数学应用教育等思想。其中除第四至六章论述了常规思维和强思维方法外，第七章专门论述了非常规思维和弱思维方法，这就意味着数学教育不仅应当重视培养提高学生一般性能力，而且要重视培养发展学生创造性思维能力，尽管后者还是数学教育需要进一步探讨的问题。第八、九章阐述了客体系统的基本理论，即课程论，着重论述了中学数学课程、教材和数学教育的基本题材。依据“即使是学生把教给他的所有知识都忘记了，但还能使他获得受用终生的东西的那种教育，才是最高最好的教育”〔14〕^①的思想，我们认为在数学教育中，使

^① 本书中的引文凡出自本书最后所列出的参考文献的，一律采用方括号中的数字注明。

学生获得受用终生的东西，不是别的什么，而正是数学的研究精神，数学的发明发现的思想方法，大脑的思维训练和数学能力。因此，第九章主要用来阐述数学的精神、思想和方法。第十至十二章阐述了数学教育主导系统（或称手段系统）的基本理论，即教学论，主要论述了数学教育的基本原理、原则、方法、形式、手段以及教学工艺学等。尽管这些内容大都是传统数学教育论述较多的问题，但我们将它纳入现代数学教育体系之中，并对它注入了许多现代观点，如控制论观点、系统科学教育哲学观点、教育优化、教育评价和教学手段现代化观点等。最后一章，即第十三章，主要阐述了数学教育研究的基本问题。教育要发展，就必须改革；要改革，也就必须研究。把数学教育发展和改革全面纳入数学教育科学研究轨道，形成不间断的改革与创新的局面，这是当代改革数学教育的一个显著特征。因此，我们认为，数学教育研究的基本的技能是未来数学教师必备的技能，不然，数学教育质量就无法提高，数学教育就无法摆脱经验学科的状况，数学教育理论也就无法得到发展，教育改革也就难以持久地继续下去。而只有把数学教育实践引向数学教育研究，上升到理论高度，从而发展数学教育理论，数学教育的革命才会到来。

作 者

1995年6月于长春

目 录

引 论

一、数学教育学的研究对象和任务	1
1. 数学教育学的研究对象	1
2. 数学教育学的任务	2
二、数学科学的教育价值	2
1. 数学科学的实践价值	2
2. 数学科学的认识价值	6
3. 数学科学的德育价值	9
4. 数学科学的美育价值	10
三、数学教育的本质	13
四、数学教育学的方法	16
1. 历史分析法	16
2. 特征归纳法	17
3. 逻辑推演法	17
4. 实现综合法	18
5. 观察实验法	19
6. 量化方法	20
五、数学教育学结构简图	21

第一章 数学教育学的理论模式与结构

1.1 理论模式.....	23
1.2 基本类型.....	30
1.3 学科特点.....	33

第二章 数学教育目标

2.1 数学教育目标概述.....	39
2.2 数学教育目标的功能.....	43
2.3 数学教育目标的理论基础.....	46
2.4 正确处理几种关系.....	49
2.5 中学数学教学目的.....	51
2.6 数学教育目标的逻辑层次.....	61

第三章 数学思维和数学能力

3.1 数学思维.....	66
3.2 数学能力.....	92

第四章 数学学习的基本理论

4.1 什么是数学学习	111
4.2 研究学习理论的意义	112
4.3 数学学习中的智力因素与非智力因素	113
4.4 数学概念的学习	120
4.5 数学技能的学习	136
4.6 解决问题的学习	150

第五章 数学学习的基本思维过程

5.1 分析与综合	155
5.2 正搜索与逆搜索	163
5.3 抽象与概括	172
5.4 归纳与演绎	184

第六章 数学学习的思维形式

6.1 概念	186
6.2 判断与命题	192
6.3 推理	200
6.4 证明与反驳	224
6.5 分段式命题	226

第七章 数学学习与创造性

7.1 常规数学问题与非常规数学问题	229
7.2 强思维方法和弱思维方法	234
7.3 非常规数学问题解答	247

第八章 数学课程的基本理论

8.1 数学课程概述	254
8.2 制约数学课程发展的基本因素	272
8.3 数学课程的基本理论	286
8.4 数学教材构成的基本原理	303

第九章 数学教育的基本题材

9.1 数学知识题材	311
9.2 数学技能题材	330
9.3 数学思维训练题材	336
9.4 数学应用教育题材	341
9.5 数学美育题材	351

第十章 数学教学论原理、原则、方法和手段

10.1 数学教学论基本原理和规律	370
10.2 数学教学论原则	386
10.3 教学方法	389
10.4 教学媒体和手段	397

第十一章 数学教学与教学工艺

11.1 数学教学概述	411
11.2 教学技能	423
11.3 教学能力	429
11.4 “双基”教学、思维训练、能力培养的 基本教学途径	431

第十二章 教学评价

12.1 数学教学评价概述	438
12.2 数学教学评价的基本类型	442
12.3 教师授课质量的评价	447

第十三章 教学研究

13.1 数学教学研究概述.....	457
13.2 数学教育测量.....	466
13.3 数学教学实验研究举例.....	479
主要参考文献.....	486

一、数学教育学的研究对象和任务

1. 数学教育学的研究对象

数学教育作为人类社会一定发展阶段上出现的一种特有的社会现象，不仅具有普遍性，而且是一种具有本质性的社会现象。数学教育作为一门独立的科学，还很年轻，最早它依附于数学，后来又依附于教育学中的教学论，最后将这二者结合起来才逐步发展成为一门独立的科学。数学教育作为人类一种独有的社会现象，有着悠久的历史。数学教育科学的形成和发展经过了长期的奠基时期——数学教学法经验科学阶段，而目前，它正在朝着理论科学的方向发展。

数学教育学的研究对象是数学教育。数学教育是一个追求一定的目标（如知识教养性目标、情意教育性目标、智能发展性目标），由一定要素（如课程、教授、学习）组成，包含一定成分（如目标、题材、学习过程、教学组织、教学方法和形式、教学手段和教学评价等）和构成一定的组织形式，实现其一定功能（如教养性功能、教育性功能、发展性功能）的具有一定的逻辑结构和时间序列的完整周期性的“人—人”双向系统。这是一个多因素、高层次、多功能的动态发展系统。

2. 数学教育学的任务

以普通中学数学教育为主要研究对象的数学教育学叫作普通数学教育学。普通数学教育学的基本任务是，在理论上，以社会提出的培养目标为依据，研究数学处于一定发展阶段上数学教育发展的规律性；在应用上，依据一定的理论基础，探讨提高普通中学数学教育质量的途径和办法，寻求根据社会发展的需要改革普通中学数学教育的方向和路子。普通数学教育学所要研究的基本内容，一是数学课程结构，二是数学学习理论，三是数学教学原理。围绕这三方面，它还要研究中外普通数学教育的发展，探讨普通数学教育的作用，研究中学数学教育的效用问题，研究一般教育、教学规律运用于中学数学教育的特殊性，以及数学教育思想等。

二、数学科学的教育价值

古往今来，凡是受过适度教育的人，无一例外地都要接受程度不同的数学教育。那么，为什么要进行数学教育？为什么要教数学，又为什么要学数学？对于诸如此类问题的回答都不同程度地有待对数学科学教育价值的理解和认识。如何认识数学科学的教育价值，这是数学教育的一个基本理论问题，也是数学教育工作者为了卓有成效地进行数学教育而必须具备的一种数学教育理论修养。下面从数学科学的实践价值、认识价值、德育价值和美育价值等方面来阐明数学科学的教育价值。

1. 数学科学的实践价值

所谓数学科学的实践价值，是指数学科学对于认识客观世界、改造客观世界的实践活动所具有的教育作用和意义。任何一门科