

# 鐵路線路上部建築 構件靜力計算

В · И · 庫茲涅錯夫著

人民鐵道出版社

## 目 录

作者的話

### 第一章 鐵路線路上部建築構件靜力計算

§ 1. Н·П·甫澤列夫斯基教授的初始參數法（正比例法）	5
§ 2. 勢力計算及梁底切应力的影响	9
§ 3. 分布荷載的影响	11
§ 4. 不用正比例假定理論計算置於彈性基底上的梁	12
§ 5. 梁和基底的位移	16
§ 6. 軸向橫压应力的影响計算	17
§ 7. 置於彈性基底上的梁，其任意点上載有集中力时所产生的 变形	17
§ 8. 對於梁中央載有两个对称的集中力时，該梁所产生的变形	25
§ 9. 載有分布荷載时梁的变形	33
§ 10. 置於彈性半空間上的梁，其某一点上載有集中力时的积分 方程式	35
§ 11. 置於彈性半空間上的梁，對其中央載有两个对称的集中力 时的积分方程式	36
§ 12. 置於彈性半空間的梁，其上載有不同荷載时的积分方程式	39
§ 13. 积分方程式的一般推演	43
§ 14. 积分方程式的解法	46
§ 15. 按彈性半空間理論計算鐵路枕木的实例	55
§ 16. 用彈性半空間理論計算梁的結果	62
§ 17. 用正比例法与彈性半空間理論計算枕木結果之比較	68
§ 18. 鋼軌靜力計算	74
§ 19. 按兩個坐标軸計算置於連續彈性基底上的鋼軌（彈性理論）	

的平面問題) .....	80
§ 20. 按三个坐标軸計算置于連續彈性基底上的鋼軌(空間問題)…	86

## 第二章 接触应力

§ 1. 引言 .....	94
§ 2. 在接触面上沒有切应力时，兩個物体初次接触于一点上的 挤压 .....	95
§ 3. 个别的情况 .....	105
§ 4. 計算的示例 .....	108
§ 5. 沿着綫开始相接触的兩個物体的压力，並考慮到接触面上 的切应力 .....	114

## 参 考 文 献

## 作 者 的 話

鑑於鐵路通過能力和行車速度的提高，線路上部建築靜力及動力計算的問題對運輸工作來說就具有了特殊意義。

靜力計算系檢算鐵路線路上部建築構件在承受機車車輛荷載時的堅固性；這種荷載可視為靜荷載。至於動力計算則是計算與行車速度有影響的動力系數。

線路上部建築構件的靜力計算：主要是計算線路各構件內部在承受荷載時所產生的應力（例如：機車車輪對鋼軌所產生的壓力），計算這些構件的變形及其內部的應力。

在計算時，是將鋼軌視作支承在彈性支座上的多孔梁，或是把它看成為設在連續彈性基底上的梁。至於枕木，則是看作置在連續彈性基底上的梁。這樣一來，鐵路鋼軌和枕木的計算，可按照設在連續彈性基底上的梁計算方法進行之。

計算置於連續彈性基底上的梁的理論具有很大的實際意義。用此理論可以計算與房屋基礎有關的許多問題，計算鐵路線路上部建築及隧道襯砌，以及設計水閘、船塢和其他水利工程建築物某些構件時，也可採用這個理論。這個理論不局限於與土壤直接有聯繫的建築物才能採用，而且還頗有成效的可用於設計一系列的機器製造結構和在車輛製造業、器具製造業、以及一些其他的國民經濟部門中。

最初在計算置於連續彈性基底上的梁時，曾經是以在彈性基底面上每一點的彈性基底壓力強度與該點基底之下沉成正比例的假定理論為基礎的，也就是說：假定在該點上彈性基底的反力（抵抗力）和其他各點之下沉是沒有什麼關係的，因而就認為，

只是在梁將壓力傳布到的地段表面上，才會產生彈性基底面的下沉。

但是，經驗證明，土壤或道碴表面的下沉，在基礎或枕木範圍以外也是同樣會產生的。除此而外，還證明基底表面的下沉與作用在該表面的壓力強度（或基底的反力強度）之間的關係，不僅取決於土壤及道碴的性質，而且還取決於基礎及枕木的大小、傳布荷載的性質以及其他各種因素。

假若是把彈性基底當作一種各向同性的彈性半空間時，即否定正比例的假定理論，則這些基礎和枕木作用的特點在理論上也是可以證明的。

本書第一章是研究線路上部建築各構件的計算問題，在這裡既使用了彈性半空間法，也使用了正比例的假定理論。第二章在研究關於計算接觸應力問題時，利用彈性半空間的方法。

教授 B·И·庫茲涅錯夫

## 第一章 鐵路線上部建築構件靜力計算

### § 1. H·П·甫澤列夫斯基教授的初始參數法 (正比例法)

置於彈性基底上固定(不變)斷面的梁(枕木, 鋼軌, 以及其它等等), 其彎曲微分方程式為:

$$EIw''(x) = q(x) - p(x), \quad (1,1)$$

式中  $EI$ ——梁在彎曲時的剛度, 以公斤/平方公分計算;

$q(x)$ ——梁上每一單位長度給定的主動荷載, 以公斤/公分計算;

$p(x)$ ——彈性基底上每一單位的反力, 以公斤/公分計算;

$w(x)$ ——梁軸的垂直位移(撓度), 以公分計算。

根據正比例的假定理論, 彈性基底面所受之荷載與其下沉之關係為:

$$p(x) = -cw(x), \quad (1,2)$$

式中  $c$ ——比例系數, 其值等於在 1 公分長的基底上促使其下沉 1 公分之力量的大小。

負號表示反力  $p(x)$  作用的方向與位移  $w(x)$  相反。

方程式 (1,1) 系梁之計算軸的位移與彈性基底接近之邊緣縱向纖維位移之間的差數, 該數是無限小的。因此, 可把  $w(x)$  理解為基底之下沉及梁軸彈性線之縱座標。當彈性基底為土壤時, 則方程式 (1,2) 只適用於  $w(x)$  在梁為正號的一些區段。

如果一個梁上有些區段沒有分佈荷載, 例如作用於梁上只有

集中荷載時，則微分方程式 (1,1) 中之  $q(x)$  應該等於零，這樣一來，其形式可寫成如下：

$$w''(x) + 4k^4 w(x) = 0, \quad (1,3)$$

式中

$$k^4 = \frac{c}{4EI}.$$

方程式 (1,3) 之總積分為

$$w(x) = \sum_1 A_n e^{s_n x},$$

式中  $A_n$ ——任意常數；

$s_n$ ——適合於微分方程式 (1,3) 的特性曲線方程式

$$s^4 + 4k^4 = 0 \text{ 的根，等於：}$$

$$s_1 = k + ik;$$

$$s_2 = k - ik;$$

$$s_3 = -k + ik;$$

$$s_4 = -k - ik.$$

上述微分方程式 (1,3) 的總積分可以變為下列形式：

$$w(x) = c_1 \operatorname{ch} kx \cos kx + c_2 \operatorname{ch} kx \sin kx + c_3 \operatorname{sh} kx \cos kx + \\ + c_4 \operatorname{sh} kx \sin kx \quad (1,4)$$

或

$$w(x) = e^{kx}(B_1 \cos kx + B_2 \sin kx) + e^{-kx}(B_3 \cos kx + \\ + B_4 \sin kx), \quad (1,5)$$

式中  $C_1, C_2, C_3, C_4$  是適應於  $B_1, B_2, B_3, B_4$  的任意常數；這些數可以用常數  $A_1, A_2, A_3, A_4$  表示之。

任意常數可以用所謂之初始參數  $w_0, \varphi_0, M_0$  及  $Q_0$  表示，即初次在梁上所取之某一段面（圖 1）相應的撓度，轉角（傾斜角），彎矩和剪力的各數值。

函數  $w(x)$  及其微商在坐標起點上必須適合於下列各項條件：

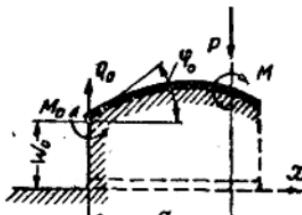


圖 1

$$\begin{aligned} w(x)|_{x=0} &= w_0; \\ w'(x)|_{x=0} &= \varphi(x)|_{x=0} = \varphi_0; \\ EIw''(x)|_{x=0} &= M(x)|_{x=0} = M_0; \\ EIw''(x)|_{x=0} &= Q(x)|_{x=0} = Q_0. \end{aligned}$$

位移之正方向  $w$  和  $\varphi$  及梁橫截面內之  $M$  和  $Q$  可見圖 1.

以微分方程式 (1,3) 算出之 (1,4) 形式為基礎，並使自變數  $x=0$  代入  $w(x)$  及有關微商的方程式內，則得下列方程式：

$$\begin{aligned} w_0 &= C_1; \\ \varphi_0 &= k(c_2 + c_3); \\ M_0 &= 2EIk^2c_4; \\ Q_0 &= 2EIk^3(c_2 - c_3). \end{aligned}$$

由式中找出任意常數值：

$$c_1 = w_0;$$

$$c_2 = \frac{1}{2k}\varphi_0 + \frac{1}{4k^3EI}Q_0;$$

$$c_3 = \frac{1}{2k}\varphi_0 - \frac{1}{4k^3EI}Q_0;$$

$$c_4 = \frac{1}{2k^2EI}M_0.$$

將其代入撓度方程式 (1,4) 內，便得：

$$w(x) = w_0A_x + \frac{1}{k}\varphi_0B_x + \frac{1}{k^2EI}M_0c_x + \frac{1}{k^3EI}Q_0D_x \quad (1,6)$$

式中  $A_x, B_x, C_x, D_x$  代表之函數為：

$$\begin{aligned} A_x &= \operatorname{ch} kx \cos kx; \\ B_x &= \frac{1}{2}(\operatorname{ch} kx \sin kx + \operatorname{sh} kx \cos kx); \\ C_x &= \frac{1}{2} \operatorname{sh} kx \sin kx; \\ D_x &= \frac{1}{4}(\operatorname{ch} kx \sin kx - \operatorname{sh} kx \cos kx). \end{aligned} \quad (1,7)$$

$A_x, B_x, C_x, D_x$  之函數曲線，見圖 2。

其数字所示之值已列入『彈性基底』一書中表內<sup>①</sup>。

將(1,6)方程式中之剛度 $EI$ , 以 $\frac{C}{4k^4}$ 值代之, 即得:

$$w(x) = w_0 A_x + \frac{1}{k} \varphi_0 B_x + \frac{4k^2}{c} M_0 c_x + \frac{4k}{c} Q_0 D_x, \quad (1,8)$$

將方程式(1,8)先后微分之, 即可得出 $\varphi(x)$ ,  $M(x)$ 及 $Q(x)$ 各公式。

綜合其在梁上作用有集中橫向荷載系統 $P_i$ 及彎矩 $M_i$ 時(見圖1), 即可得出:

$$\left. \begin{aligned} w(x) &= w_0 A_x + \frac{1}{k} \varphi_0 B_x + \\ &+ \frac{4k^2}{c} \sum M_i c_{x-x_i} - \frac{4k}{c} \sum P_i D_{x-x_i}; \\ \varphi(x) &= \varphi_0 A_x + \frac{4k^3}{c} \sum M_i B_{x-x_i} - \\ &- \frac{4k^2}{c} \sum p_i c_{x-x_i} - 4k w_0 D_x; \\ M(x) &= \sum M_i A_{x-x_i} - \frac{1}{k} \sum P_i B_{x-x_i} - \\ &- \frac{c}{k^2} w_0 c_x - \frac{c}{k^3} \varphi_0 D_x; \\ Q(x) &= - \sum P_i A_{x-x_i} - \frac{c}{k} w_0 B_x - \\ &- \frac{c}{k^2} \varphi_0 c_x - 4k \sum M_i D_{x-x_i}. \end{aligned} \right\} (1,9)$$

梁的兩個初始參數往往在計算梁之前就是已知的, 或者可以用兩個其他的初始參數來代替。因此在運用初始參數法時, 無論遇到任何型的荷載及任何種類的連結接頭, 其置於連續彈性基底上之梁的計算問題, 經常需要解算帶有兩個未知數的兩個代數聯立方程式。

於是置於連續彈性基底上梁的計算理論就成為極普遍性的和不複雜的方法, 因而也就成為一個完全合乎實際的一個計算方法。

<sup>①</sup> 見B·И·庫茲涅佐夫所著“彈性基底”, 1952年國家建築出版社。

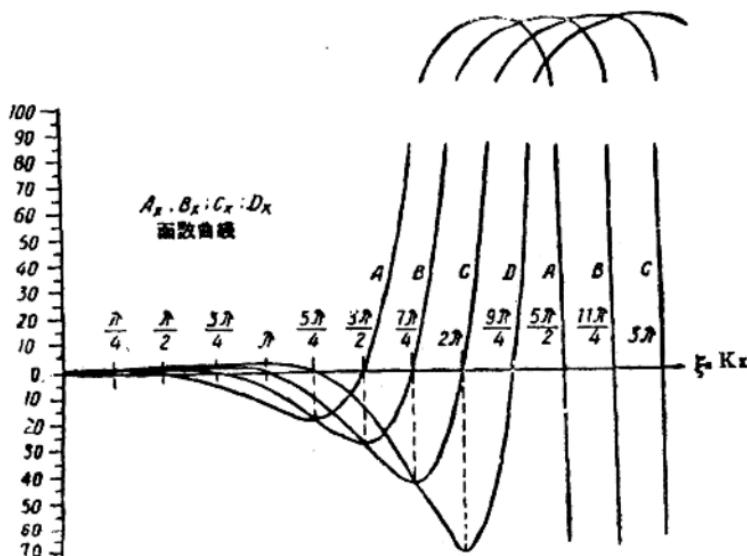


圖 2

## § 2. 剪力計算及梁底切应力的影响

### a) 剪 力 計 算

除由弯矩所产生的垂直应力而外，在梁的横截面上还作用着由剪力所产生的切应力。切应力在某些情况下對於梁的变形影响頗大，故在計算时對於这一点必須予以考慮。

梁上任何截面的撓度  $w(x)$  都是由於弯矩所引起的撓度  $w_1(x)$  及因剪力所产生的撓度  $w_2(x)$  而組成的：

$$w(x) = w_1(x) + w_2(x). \quad (1,10)$$

微分这个方程式，即得

$$w'(x) = w'_1(x) + w'_2(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) = \varphi_1(x) - \frac{Qm}{GF};$$

$$w''(x) = \varphi'_1(x) - \frac{Q'm}{GF} = \frac{M(x)}{EI} - \frac{P(x)m}{GF},$$

或根据 (1,2) 式得：

$$w''(x) = \frac{M(x)}{EI} + w(x) \frac{Gm}{GF};$$

$$w''(x) = \frac{Q(x)}{EI} + \frac{w'(x)cm}{GF};$$

$$w^{IV}(x) = \frac{P(x)}{EI} + \frac{w''(x)cm}{GF}$$

又根据 (1,2) 式得

$$w^{IV}(x) - \frac{mc}{GF}w''(x) + \frac{c}{EI}w(x) = 0.$$

使相对横座标  $\xi = \frac{x}{a}$  便得

$$w^{IV}(\xi) - 4sw''(\xi) + 4w(\xi) = 0, \quad (1,11)$$

式中

$$s = \frac{mc}{4GFk^2};$$

$F$  —— 梁横截面的面积;

$G$  —— 剪移的模量;

$m$  —— 梁横截面内切应力分布不平衡的系数; 对圆形物体

$m = 1.185$ , 矩形物体  $m = 1.2$ 。

### δ ) 梁底切应力影响的计算

如考虑由於梁底的縱向位移所产生之基底的切縫反力, 則置於彈性基底上梁的弯曲微分方程式將变为 (1,11) 的形式<sup>①</sup>:

$$w^{IV}(\xi) + 4s_1w''(\xi) + 4w(\xi) = 0. \quad (1,12)$$

式中  $s_1 = -\frac{\epsilon d^2}{4EIk^2}$ ;

$d$  —— 梁的一半高度;

$\epsilon$  —— 弹性基底抵抗切縫位移的系数(其值类似於  $c$  值)。

在符合於初始参数方法的形式中, 积分方程式 (1,11) 及 (1,12) 之形式为:

$$w(\xi) = A_\xi w(0) + B_\xi w'(0) + C_\xi w''(0) + D_\xi w''(0). \quad (1,13)$$

① И. В. 乌尔畔教授著“在弹性基底上薄板微分方程式的积分”及其一些附录。建筑物的理论研究。见1949年建筑出版社出版的第四号集。

微商  $w'(0)$ ,  $w''(0)$  及  $w'''(0)$  可以梁的初始参数表示之。

$A_\xi$ ,  $B_\xi$ ,  $C_\xi$ ,  $D_\xi$  函数若把前面所列的函数  $A_x$ ,  $B_x$ ,  $C_x$ ,  $D_x$  [見 (1,7)] 累总起来, 便得出下式:

$$\left. \begin{aligned} A_\xi &= \operatorname{ch} u \xi \cos v \xi - \frac{u^2 - v^2}{2uv} \operatorname{sh} u \xi \sin v \xi; \\ B_\xi &= \frac{3v^2 - u^2}{2v(u^2 + v^2)} \operatorname{ch} u \xi \sin v \xi + \\ &\quad + \frac{3u^2 - v^2}{2u(u^2 + v^2)} \operatorname{sh} u \xi \cos v \xi; \\ C_\xi &= -\frac{1}{2uv} \operatorname{sh} u \xi \sin v \xi; \\ D_\xi &= \frac{1}{2(u^2 + v^2)} \\ &\quad \left( \frac{\operatorname{ch} u \xi \sin v \xi}{v} - \frac{\operatorname{sh} u \xi \cos v \xi}{u} \right). \end{aligned} \right\} \quad (1,14)$$

式中所採用的:

$$\left. \begin{aligned} u &= \sqrt{1+s}; & v &= \sqrt{1-s}; \\ \text{或者} \quad u &= \sqrt{1-s_1}; & v &= \sqrt{1+s_1}. \end{aligned} \right\} \quad (1,15)$$

若設  $s=0$  (不包括剪力的影响) 或  $s_1=0$  (不包括梁底切应力的影响), 則將  $u=v=1$ , 而 (1,14) 式內之函数即將变为 (1,7) 式內之函数。

### § 3. 分布荷載的影响

利用 (1,9) 公式, 可以得出計算分布荷載的附加影响公式。为此, 對於每一个小段上  $\Delta z_i$  的荷載可用集中力代替之 (圖3)。那么, 分布荷載對於几个小段  $\Delta z_i$  之挠度  $w(x)$  的影响值可使其近似於下列之总和形式:

$$\sum_{i=1}^{n-1} -\frac{4k}{C} q_i \Delta z_i D_{x-z_i}$$

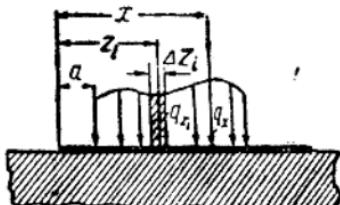


圖 3

为了精确地計算这个影响力，必須尽量使每一个小段  $\Delta z_i$  的数值趋近於零。將上式所列的总和改写为定积分，其下限  $a$  等於受荷载区段起点的座标，其上限  $x$  等於計算該分布荷载影响力終点的座标。則分佈荷载對於撓度的影响可以下列积分式表示之：

$$f(x) = -\frac{4k}{C} \int_a^x q_z D_{x-z} dz.$$

若使  $q_z = q = \text{con st}$ , 則得；

$$f(x) = -\frac{4x}{C} \int_a^x q D_{x-z} dz = \frac{1}{C} q (A_{x-a} - 1).$$

該式為考慮在梁上作用有均布荷載撓曲方程式中的附加項，其作用的区段为自  $x=a$  起，至欲研究的断面  $x$  处止。轉角、弯矩、剪力和基底反力各方程式的附加項均可用类似的方法求得之。其均布荷載的数值均列入表 1 內。

### 方程式 (1.9) 之附加項

表 1

撓 $w(x)$	轉 $\varphi(x)$	弯 $M(x)$	剪 $Q(x)$	基底反 $p(x)$
$\frac{1}{c} q (A_{x-a} - 1)$	$-\frac{4k}{c} q D_{x-a}$	$-\frac{1}{k^2} q C_{x-a}$	$-\frac{1}{k} q B_{x-a}$	$-q (A_{x-a} - 1)$

## § 4. 不用正比例假定理論計算置於彈性基底上的梁

### (彈性半空間法)

前几节各計算公式所依据的正比例假定理論是假定彈性基底面上每一点的下沉，仅仅有賴於該点基底上梁底的压力强度。而实际上，下沉是与梁的整个底面傳到基底面上压力有关系。这种情况可以当作彈性基底来計算，例如可以看作为彈性半空間。

当在該彈性基底上作用有一集中力  $p$  时，其基底面的下沉則成圖 4 所示的形狀。由集中力到  $a$  点的距离为  $x$  时，则  $a$  点之下沉可以下列公式表示之。

$$w(x) = p f(x);$$

若  $x=0$  时, 則彈性半空間函數  $f(x)$  即成為無限大。

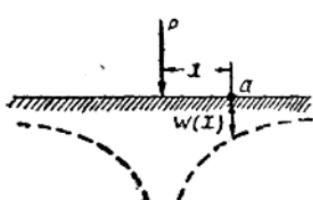


圖 4

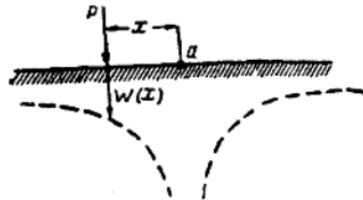


圖 5

圖 4 內所示之下沉圖可當作影響線使用。如有一單位荷載置於  $a$  点 (圖 5) 上, 即依該單位荷載在  $a$  点上繪一下沉圖, 則該圖即將為  $a$  点的下沉影響線。為了求算距作用力  $p$  为  $x$  距离的  $a$  点的下沉量, 可將荷載下之縱座標乘以  $p$  值即可。

設梁上的荷載是按某一曲線  $p(x)$  (圖 6) 分布到基底上, 則可求出由坐標起點至  $x$  距离上之  $a$  点的下沉的一般算式。

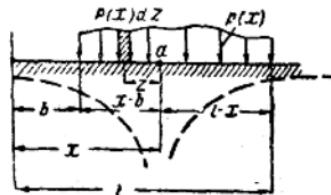


圖 6

將荷載分為無限多的集中荷載, 並使每一個荷載等於  $p(x) dz$ 。其次繪出  $a$  点之下沉影響線, 使其縱座標等於  $f(z)$ 。如果把集中荷載乘以  $f(z)$ , 則  $a$  点之全部下沉將等於:

$$w(x) = \int_0^{x-b} p(x-z) f(z) dz + \int_0^{l-x} p(x+z) f(z) dz.$$

該式是不能進行積分的, 因為在積分式內有未知函數  $p(x-z)$  和  $p(x+z)$ 。

將算式  $w(x)$  代入 (1,1) 方程式內, 則得下列之微積分方程式:

$$w^{IV}(x) = \frac{d^4}{dx^4} \left\{ \int_0^{x-b} p(x-z) f(z) dz + \right.$$

$$+ \int_0^{l-x} p(x+z) f(z) dz \Big\} = - \frac{p(x)}{EI}.$$

要想精确地解此方程式是很困难的。

为了进行下一步的推算，我们可以引用在弹性半空间理论中众所熟知的表面下沉方程式，在该表面上作用有一个垂直的集中力（图4）。

设边界表面（半空间面）之任意一点a，沿垂直方向的位移为w，则求位移w的方程式如下：

$$w(x) = \frac{1}{\pi E'_o} \cdot \frac{p}{r}, \quad (1,16)$$

式中 p——作用于半空间上的垂直压力；

$$E'_o = \frac{E_o}{1 - \mu_o^2};$$

$E_o$ ——半空间的弹性模量；

r——着力点p至a点的距离；

$\mu_o$ ——横向变形的系数（泊桑系数）。

按公式(1,16)位移w与x值之关系，可见图4之虚线；随着a点逐渐地接近于集中力p之着力点时，其位移w值即逐渐增大，及至x=0时，则位移w即变为无限大。

但是，这种结论完全是一种形式，因为在实际情况中，像这样作用的集中力是不会有的，而在公式(1,16)如作用有分布荷载时，则公式(1,16)就会得出一个最后的位移w值来。

承受分布荷载的弹性半空间表面任何一点之位移w值等於：

$$w(x_1, y_1) = \frac{1}{\pi E'_o} \int_F \frac{p(x, y) dF}{r}, \quad (1,17)$$

式中  $dF$ ——弹性半空间表面上的微面积，在该面上作用有压力  $p(x, y)$ ，以公斤/平方公分计；

$x_1$ 及  $y_1$ ——半空间表面上之研究点的座标；

$x$  及  $y$ ——微面积  $dF$  的座标。

当梁为长方形，其底边之长、宽为  $2a$  及  $2b$ ，而  $x$ ， $y$  之座标（图 7）又在其中心时，则公式 (1,17) 应採用下列形式：

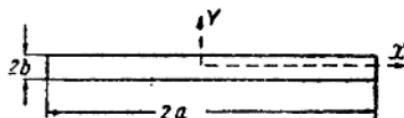


圖 7

$$w(x_1, y_1) = \frac{1}{\pi E'_o} \int_F \frac{p(x, y) dx dy}{r(x, y, x_1, y_1)} \quad (1,18)$$

因为  $a \gg b$ ，那么，顺着每一条平行于  $Y$  轴的直线所受之压力  $p(x, y)$ ，可以用平均压力  $p_1(x)$  代替之。

因此，公式 (1,18) 可以改写为：

$$w(x_1, y_1) = \frac{1}{\pi E'_o} \int_{-a-b}^{+a+b} \int_{-a-b}^{+a+b} \frac{p_1(x) dx dy}{\sqrt{(x_1-x)^2 + (y_1-y)^2}} \quad (1,19)$$

为了积分我们可以把新的变数代入公式 (1,19) 内：

$$x_1 = a\xi;$$

$$y_1 = b\eta;$$

$$x = at;$$

$$y = bs;$$

$$b = a\Delta.$$

将公式 (1,19) 积分之后，则得

$$w(\xi, \eta) = \frac{a}{\pi E'_o} \int_{-1}^{+1} p_1(t) \left\{ \text{Ar sh} \frac{\Delta(\eta+1)}{|\xi-t|} - \right. \\ \left. - \text{Ar sh} \frac{\Delta(\eta-1)}{|\xi-t|} \right\} dt. \quad (1,20)$$

由於  $a \gg b$ ，則在  $Y$  軸上的弯曲就可以不加研究，設使  $\eta=0$ ，則

$$w(\xi) = \frac{2a}{\pi E'_o} \int_{-1}^{+1} p_1(t) \text{Ar sh} \frac{\Delta}{|\xi-t|} dt. \quad (1,21)$$

設若  $w(\xi) = a_o \zeta$ ;

$$p(t) = 2b p_1(t).$$

則，(1,21) 方程式即成为下列形式

$$\xi_o = \frac{1}{\pi E'_o b} \int_{-1}^{+1} p(t) \operatorname{Arsh} \frac{\Delta}{|\xi - t|} dt = a_o k_o(\xi), \quad (1,22)$$

式中

$$a_o = \frac{1}{\pi E'_o b},$$

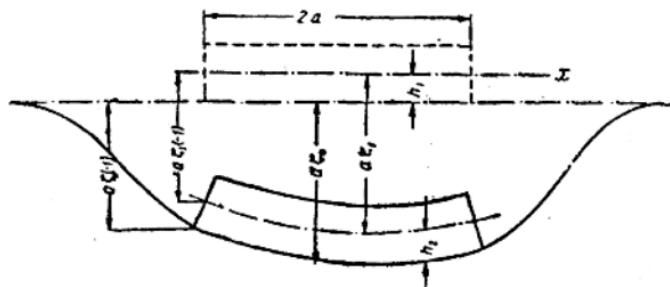
$$K_o(\xi) = \int_{-1}^{+1} p(t) \operatorname{Arsh} \frac{\Delta}{|\xi - t|} dt.$$

公式 (1,22) 乃是表述当梁之底部为長方形时，其基底反力之分布与变形的关系。

### § 5. 梁和基底的位移

我們研究一下置於連續彈性基底上的梁，其橫斷面為長方形，並承受有任意的荷載。

設使由於梁底垂直应力  $\sigma_y$  (基底反力) 的作用，对梁之橫斷面下半部所产生的相对变形用  $\zeta(\xi)_{ex}$  表示，用  $\zeta(\xi)_s$  表示基底的相对下沉，並用  $\zeta_1(\xi)$  表示梁橫斷面重心的相对垂直位移。



■ 8

則相对的变形、下沉及位移即等於下沉和位移变形的数值再用梁之一半長度  $a$  除之即得。至於他們彼此相互間的关系(圖8)