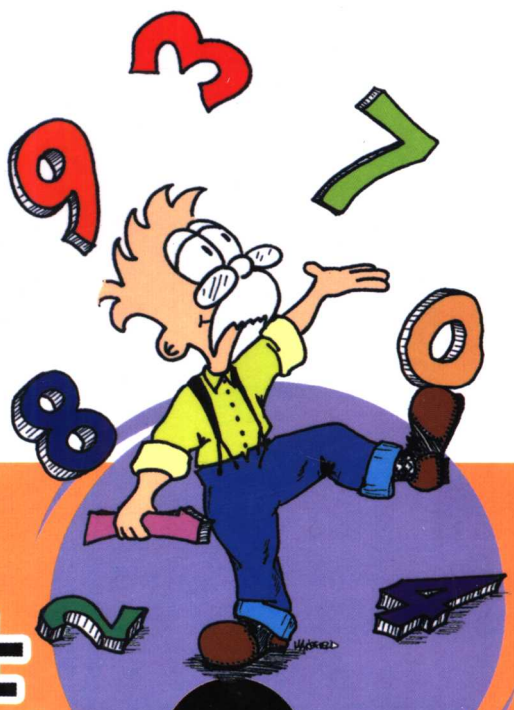


Wonders of Numbers

〔美〕 C.A. 匹克奥弗 著

谈祥柏 译



果戈尔博士

数字奇遇记

上海科学技术出版社



果戈尔博士 数字奇遇记

[美]C. A. 匹克奥弗 著

谈祥柏 译

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

果戈尔博士数字奇遇记/(美)C.A.匹克奥弗著;谈祥柏译. —上海:上海科学技术出版社, 2006.12
ISBN 7-5323-8222-2

I. 果... II. ①匹... ②谈... III. 数学 - 通俗读物
IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第112285号

Wonders of Numbers

Copyright © 2001 by Clifford A. Pickover

This translation of *Wonders of Numbers*, originally published in English in 2001, is published by arrangement with Oxford University Press, Inc.

Simplified Chinese copyright © 2006 Shanghai Scientific & Technical Publishers

All Rights Reserved.

上海世纪出版股份有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社

(上海钦州南路71号 邮政编码 200235)

新华书店上海发行所经销

上海市美术印刷厂印刷

开本 850 × 1168 1/32 印张 16

字数 422 000

2006年12月第1版

2006年12月第1次印刷

印数: 1 - 3 500

定价: 48.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,

请向工厂调换

在一般书的扉页上,通常总是写着:“献给某某人”,本书却一反此种惯例,代之以献给一个引人入胜的数字奇迹。它是一个怪异的六阶幻方,其中所有的数都是只能被1与本身整除的素数,而任一行、任一列或任一对角线^①上各数之和都等于666(《圣经》里著名的野兽数)。

怪异的幻方

3	107	5	131	109	311
7	331	193	11	83	41
103	53	71	89	151	199
113	61	97	197	167	31
367	13	173	59	17	37
73	101	127	179	139	47

❖ 欲知这一幻方的奇妙细节,请看本书第101节。

① 译者注:也包括所谓的“折断对角线”,例如图上的 $131 + 83 + 199 + 113 + 13 + 127 = 666$

我们目前所处的形势就像是一个小孩进入了一间庞大的图书馆，四面墙上都是用各种文字的图书，一直顶到天花板，把墙都遮住了。孩子不懂这些文字，但他注意到书是按照某种明确的意图来放置的，他不能理解这种神秘的安排，而只能暗暗猜度。
——阿尔伯特·爱因斯坦^①

娱乐
是人类最
强烈的动力之一。
尽管数学家们有时也会贬低一本学术著作，称它为“游戏”数学，但许多严肃的数学课题确实来自趣味问题，它们足以检验数理逻辑并显示数学的真实原理。
——伊瓦尔斯·彼得森(Ivars Peterson)《真理群岛》

数学家的任务是把我们送往新的海边，
那里的海水更深，视野更阔。
——弗朗西斯·O·果戈尔博士(Francis O. Googol)

^① 译者注：本书中历史名人一般不附外文原名。

致 谢



克利福德·A·匹克奥弗的话

数学家弗朗西斯·O·果戈尔博士是一位传奇人物,他目前隐居在斯里兰卡海岸外的一座小岛上。他希望隐姓埋名继续从事其研究工作,因而同意让我作本书的作者。以前我经常同果戈尔博士合作,编辑他的著作。要想同他联系,只要写信给我就行。紧接在本节之后,有一段“出版者的话”,你们可以从中了解到果戈尔博士非同一般的生平经历。果戈尔博士自己承认,从我的一些旧著作、论文、讲演以及专利中窃取了某些思想,但他通过读者评论、深层次的领会与创新而使它们跟上了时代前进的步伐。

弗朗西斯·果戈尔博士的话

趣味数学领域中的两颗明星马丁·加德纳(Martin Gardner)与伊恩·斯图尔特(Ian Stewart)永远是灵感的源泉,马丁·加德纳是一位数学家、记者、幽默大师、理性主义者、多产作家,他能使数以万计的人读数学、爱数学、迷上数学,他也因而蜚声世界。

还有许多人多年来也一直在为广大读者提供益智读物,他们的大名如下:阿瑟·C·克拉克(Arthur C. Clarke),J·克林特·斯普罗特(J. Clint Sprott),伊瓦尔斯·彼得森,保尔·霍夫曼(Paul Hoffman),提奥妮·帕帕斯(Theoni Pappas),道格拉斯·霍夫斯塔特(Douglas Hofstadter),查尔斯·阿希伯赫(Charles Ashbacher),道里安·特文斯(Dorian Devins),鲁迪·拉克(Rudy Rucker),约翰·康韦(John Conway),杰克·柯恩(Jack Cohen),以及

艾萨克·阿西莫夫(Isaac Asimov)^①与珍妮·阿西莫夫(Janet Asimov)。

果戈尔博士感谢布赖恩·曼斯菲尔德(Brian Mansfield)先生创造性的建议与鼓励。除了绘制许多数字迷宫之外,他还依据果戈尔为数极少的私人照片绘制了本书全部的卡通画。果戈尔博士也要向凯文·布朗(Kevin Brown),奥列弗·杰拉德(Olivier Gerard),丹尼斯·戈顿(Dennis Gordon),罗伯特·E·斯通(Robert E. Stong),卡尔·斯皮尔(Carl Speare)等先生致谢,他们也给了许多鼓励,出了不少主意。

他还要特别感谢约翰·J·奥康纳(John J. O'Connor)博士及埃德蒙·F·罗伯逊(Edmund F. Robertson)教授(苏格兰圣·安德鲁斯大学数理统计系)非凡的“数学上的重大成就史”,这一网页使用户得以了解1300多位数学家的生平事略,果戈尔博士在编写本书的第29、33以及38节中广泛利用了网上的背景资料。

^① 译者注:家喻户晓的世界著名科普大师,现已去世。他的夫人珍妮·阿西莫夫也是一位科普作家。

出版者的话：果戈尔博士其人



弗朗西斯·果戈尔生于何年何月，人们不得而知。根据法院纪录，他出生于英国伦敦，做过许多不同工作，其中包括：数学家、世界探险家以及发明家。作为多产作家，他写了 300 本以上的出版物，名气最大的一本书是《数的疯狂》，在这本书中他据理力争，认为荷兰人发明了一种粗具形式的微积分。他还进行过抛物线与统计学的先驱性研究，并在 1998 年被授予勋爵称号。果戈尔博士是一位讲求实际的科学家，常常利用他自己设计的仪器设备来检验他的理论。

目前，果戈尔博士有一种陷得很深的癖好，要把他看到的一切事物加以量化：从女人身体的曲线到为他自己画肖像时究竟要刷上几笔。风闻他曾经匿名在英国《自然》杂志上发表过一篇论文，研究究竟应该用多长的绞索才能把罪犯的脖子绞断而不必斩首。总而言之，果戈尔有一种牢不可破的信念：任何事物都能计算、关联，并作为某种模式去理解。克莱门茨·马克汉姆（Clements Markham）（美国国家地理学会前任理事长）曾说过一句话：“他有一个数学与统计头脑，很少或甚至没有幻想。”

当人们问他应当如何生活时，果戈尔答道：“外出旅行，研究数学。”



弗朗西斯·果戈尔，这位查尔斯·达尔文的后裔，出生在一个

信奉贵格会^①教义的银行家与军械匠家庭。他的家庭生活过得很愉快。果戈尔的母亲维奥丽塔活到 91 岁,她的大多数孩子都活到 90 或 80 多岁。祖辈们的长寿也许正是果戈尔家长寿的一大原因。

弗朗西斯·果戈尔生下来以后,他 13 岁的姐姐伊丽莎白要求做他的私人看护。她把果戈尔的轻便小床放在她的房间里,开始教他认数字,结果是:他在开始说话以前就能指认这些数字。一旦把数字拿开,他就要哭闹。

长大成人以后,果戈尔对英国的生活感到厌倦,想走出国门,进行全球性的探险。他说,“我渴望旅行,想进行各种冒险。”在下一个十年期间,他陶醉于自我发现,这种奥德赛式的经历耗费了他大量的精力和金钱;实际上,他的传记很像是皮尔锡格(Pirsig)的《禅与摩托车维修技术》或者西蒙(Simon)的《木星旅行》,而不像是一位数学天才的传记。果戈尔的行动毫无规律可言,就像是公园里供广大游客使用的滑行铁道,他在世上一些神秘的土地上倏然出现:在加德满都研究雌猴子,在埃及沙漠里骑着骆驼旅行,在非洲坦桑尼亚丛林里无视死亡的大逃亡……任何人听到果戈尔的冒险生涯都将为之动容,包括他对异国风光的描述、对逆境的适应能力、他的幽默与果断,但最重要的是他的深刻体会:为了理解他的世界,他必须置身于危险的境地之中,以便改造自身。

① 译者注:又名公谊会或教友派,是基督教的一个流派。

序

一条鱼,两条鱼……

关于整数方面遇到的困难是:我们实际上只是研究了较小的整数。也许激动人心的事情只是在庞大的整数上出现,而它们是我们既不能动手,也不能用明确的方式加以思考的。兴许,一切手段都无法达到目的,我们不过是在转圈子。我们的头脑进化得帮助我们躲雨,告诉我们哪里有浆果、怎样才能舍死求生。但我们的头脑进化得还远远不够!不能掌握真正庞大的整数,或者在成千上万的高维空间里看待问题。

——罗纳德·格雷厄姆(Ronald Graham)

正确地说,数学不仅掌握着真理,而且拥有一种至高无上的美,冷峻而质朴,就像是雕塑一样。

——伯特兰·罗素,《逻辑与神秘主义》,1918年
一切数学的源泉是整数。

——赫尔曼·闵可夫斯基(Herman Minkowski)

果戈尔博士热爱整数,尤其是像1 000 000那样的大数,还有像2或3那样较小的数。在这本书里,你将看到整数频频出现,远远多于分数(例如 $1/2$ 之类)、三角函数(例如正弦 $\sin$),乃至无穷冗长的无理数(例如 $\pi = 3.141\,592\,6\cdots$),他关心的主要是整数。

世界著名的探险家与杰出的数学家果戈尔博士清楚地懂得,

他对整数的痴迷对你们而言听起来十分可笑,然而整数是超越时空的一条重要通道。探讨这些数字之间的神奇关系将会提高我们的想象能力,帮助我们制造空间飞船,研究宇宙的结构。数也将是我们同智能外星生物进行通讯的首选工具。

希腊人等古代文明人深深地迷上了数。在困难时期,一个变动纷繁的世界中唯一能保持稳定的东西不就是数吗?对毕达哥拉斯主义者(一个古老的希腊学派)来说,数是可触摸的,固定不变的,赏心悦目的与永恒的东西——远比朋友可靠,又没有天神宙斯那么可怕。

本书中神奇有趣的动脑筋题目甚至能使最有左脑倾向的读者迷上数字。关于某些数学家的生活、丑闻、感情纠纷的奇特与独一无二的篇章肯定能吸引各种数学水平的读者。实际上,本书的重点是在创造、发现与挑战等方面。第一、第四章特别适宜初学者阅读,其主要内容是有趣的课堂探索与实验。第二章的内容涉及课堂上的不同看法或者是餐桌旁以及因特网上的争议。第三章则包含了需要较多数学技巧的问题。

果戈尔博士向学生们介绍本书中的一些奇妙数时,他们马上就入迷了,因为他们懂得,利用个人电脑,他们自己就有可能打破世界纪录,作出新的发现。只要用一支笔,一张纸,对绝大多数概念都可以进行探索!



数论——整数性质的研究——是一门古老的学科。早期论文中充斥着大量神秘主义,譬如说,毕达哥拉斯学派的人用整数来解释宇宙中许多事物。仅仅在数百年前,所有大学生都要读谶纬学^①(研究数的神秘与宗教性质的学问),时至今日,诸如 13, 7, 666 等数仍会在许多人的心目中唤起复杂感情。目前,整数算法

① 译者注:日文称为“数秘学”,起源于中国。从东汉至明末都极流行,尤其在改朝换代时。姚雪垠先生的名著《李自成》一至五卷中即有大量描述。

在人类活动的广泛领域内都很重要,在自然科学的进展中也一再起着决定性作用。(数论在通讯、计算机科学、密码学、物理、生物、艺术等领域都有应用,其有关论述请参看曼弗雷德·施罗德(Manfred Schroeder)的《科学与通讯中的数论》一书。)

数学家们常犯的错误之一是对完善性的执着——一种强烈的愿望,想用几条基本原理去解释他们的研究工作。正因为如此,读者们就经常被迫去阅读冗长的背景材料,而后才能进入到本题(真正的精髓)。为了避免这种毛病,本书中每一节的长度都不超过5页。你想知道起伏数吗?请翻到第52节,要不了几页你就可以一试身手,迎接挑战了。你对斐波那契数感兴趣吗?那就翻到71节去看看。需要了解8位最有影响的女数学家吗?可以翻到33节。想了解土法炸弹制造家的10篇深不可测的数学论文吗?请看40节。罗马数字为什么不再使用了?请看第2节。分形几何的最新应用是什么?请参阅第54节的进一步探索材料。第一位女数学家何故被杀害,请看第29节。总而言之,你将能迅速抓住评述、难题、游戏和疑问的要点!

这种写法的一个优点是使你直接跳到动手实验,迅速尝到有趣的菁华,而不必在一大堆瓦砾里挑选。这本书不是写给打算寻找正式数学证明的数学家看的。当然,这样的写法也有一些不利之处,果戈尔博士在寥寥几页中不可能把一个问题说得很透彻。你们也不可能找到有关该问题的历史背景或进一步讨论。但这并不碍事,在本书的“进一步探索”与“进一步阅读”部分,他已提供了不少补充资料。

书中收入的专题在某种程度上说是随意的,尽管它们已经介绍了数论与数学游戏中一些常见与不常见的问题,可以作为一本很好的入门书。这些也是果戈尔博士自己研究的问题以及读者来信提及的问题,其中不少问题具有代表性,表明了新一代数学家们的兴趣所在。书中的某些信息不惮重复,以便你任意选读,迅速投入。书中所收录的各章节,难度差别甚大,以便你们自由选择。



人们何以特别重视整数？成就突出的数学家保罗·爱多士 (Paul Erdős, 详见第 46 节) 迷恋于数论, 十分强调以下看法: 他可以用整数提出问题, 叙述起来十分简单, 但解起来却极端困难。爱多士相信, 如果有人提出一个数学问题, 过了 100 年还解决不了, 那它必定是个数论问题。宇宙间存在的和谐可以用整数来表示。数字模式可用来解释雏菊中小花的排列、兔子的繁殖、行星的轨道、乐音的和声, 以及周期表中元素之间的关系。德国代数学家兼数论学者利奥波德·克罗内克 (Leopold Kronecker, 1823—1891) 曾经说过一句名言: “整数来自上帝, 其他一切都是人造的。”他的言外之意是: 一切数学的基本源泉是整数。从毕达哥拉斯时代开始, 整数比在音阶中的作用已获得广泛的认可与赞赏。

更重要的是在人类科学认识的进步上整数所起的决定性作用。譬如说, 在 18 世纪, 法国化学家拉瓦锡发现, 化合物中各元素的组成有着确定的最小整数比。这是原子存在的强有力证据。1925 年, 受激原子所发射的光谱线波长之间的某些整数比给出了原子结构的最早暗示。原子量之间非常接近于整数的比值隐隐暗示: 原子核是由个数为整数的相近核子 (质子与中子) 所组成。整数比的微小偏差终于导致一些元素的同位素 (化学性质几乎全同而放射性有异) 的发现。纯净同位素的原子量同整数之间的细微差别证实了爱因斯坦的著名方程式 $E = mc^2$ 以及制造原子弹的可能性。在原子物理学中整数随处可见。这个整数关系是编织成全部数学最基本的几股线。正如德国数学家高斯所说, “数学是自然科学的女王, 而数论则是数学的女王。”

跟随《果戈尔博士数字奇遇记》去作一次奇妙的旅行, 它将开启你的幻想之门。书中有着为数众多引人深思的神奇故事、脑筋趣题以及各式各样的问题, 从拉马努金 (Ramanujan, 印度最出名的数学家) 最美妙的公式到莱维森 (Leviathan) 数 (这是个很大很大的数, 连亿、兆都无法与之相比)。书中的每一节都是奇谈怪论

与神秘的世界。请你赶快抓起一支笔,不要害怕。书中有些话题也许纯属猎奇,很少有实用价值,也并无目的或意向。尽管如此,果戈尔博士发现这些实验是有用的,也是有教育意义的,在他漫长的一生中,与他通信交流的许多学生、教育家与科学家也都如此认为。回顾历史,来自心灵深处的实验、概念与结论终究会被发现有出人意料的实际应用价值。为了进一步鼓励你们深入钻研,果戈尔博士也提供了计算方面的提示。

在本书行将正式出版之际,牛津大学出版社欣然宣布,已经准备好了一个网页(www.oup-usa.org/sc/0195133420),其中含有一份本书作者提供的几十种计算机程序菜单。读者们也不断要求在线提供代码以便研究、实验。我们希望这些代码将会进一步澄清书中所阐述的概念。作者所提供的程序与在线代码如下:

- 第2节 我们何以不再使用罗马数字(BASIC程序可以产生与你按入之数相应的罗马数字)

- 第16节 耶路撒冷的上天之路(扫描拉丁方的C程序)

- 第17节 巴布亚的管乐器(生成巴布亚旋律的伪代码)

- 第22节 克林根通路(生成与探索克林根通路的C语言与BASIC语言代码)

- 第49节 冰雹数(计算冰雹数与步长的BASIC代码)

- 第50节 名为“科斯洛夫之春”的地毯(用以设计波斯地毯的BASIC代码)

- 第51节 奥米伽棱柱(求出相交子块个数的BASIC代码)

- 第53节 外星雪花:方格世界漫游记(探讨外星雪花的C代码)

- 第54节 帕斯卡三角形的美与对称(计算与描绘帕斯卡三角形的BASIC代码)

- 第56节 果戈尔博士的素数披肩(研究素数与方格的BASIC代码)

- 第62节 三角形数(计算三角形数的BASIC代码)

- 第63节 六角形猫(计算多角形数的BASIC代码)

- 第 64 节 X 档案数(计算 X 档案“世界末日数”的 BASIC 代码)
- 第 66 节 寻觅难以捉摸的平方数(产生成对平方数的 BASIC 代码)
- 第 68 节 五边形大饼(计算卡塔朗数的 BASIC 代码)
- 第 71 节 斐波那契先生的芳邻(计算斐波那契数的 BASIC 代码)
- 第 73 节 神奇的倒读也素数 1 597(计算斐波那契素数的 REXX 代码)
- 第 83 节 莱维森数(比较斯特林数与阶乘数值的 C 代码与 BASIC 代码)
- 第 85 节 从独立日算起的外星人(计算人类总数与性别的 C 代码与 BASIC 代码)
- 第 88 节 闲话水仙数的新发现(寻找全部立方水仙数的 BASIC 代码,搜寻阶乘数的 C 代码)
- 第 89 节 abcdefghij 问题(求解 abcdefghij 问题解答的 REXX 代码)
- 第 94 节 完全数、相亲数与升华数(寻找完全数与相亲数的 BASIC 代码)
- 第 96 节 扑克、青蛙与分形序列(计算分形签名数列的 REXX 代码以及计算蛙类动物的 BASIC 代码)
- 第 99 节 三角形的一切,你都想知道,但又不愿去问(生成毕达哥拉斯三角形的 BASIC 代码并计算祈祷三角形的边长)
- 第 100 节 作为自组织系统的洞穴生成(探讨钟乳石形成过程的 C 代码)
- 第 123 节 射箭之禅(解决禅宗问题的 Java 代码)

对你们中的大多数人来说,看了计算机程序将有助于进一步弄清语言难以阐明的一些概念

目录

第1章 趣题与巧思妙解	1
第1节 业余爱好者的进攻	2
第2节 我们何以不再使用罗马数字?	6
第3节 在一家赌场里	12
第4节 最终的《圣经》密码	13
第5节 有多少血?	15
第6节 蚂蚁在哪里?	16
第7节 蜘蛛的数学	18
第8节 迷失于高维空间	20
第9节 来了3只蜘蛛	21
第10节 出乎想象的数	22
第11节 丘比特之箭	24
第12节 海神阵列	25
第13节 天平称害虫	27
第14节 奇妙的正方形	28
第15节 五点梅花形	29
第16节 耶路撒冷的上天之路	35
第17节 巴布亚的管乐器	37
第18节 分形社团的有奖棋赛	42
第19节 三角形周期	45
第20节 智商板	46
第21节 市井无赖——噪声“音乐家”	48

第 22 节	克林根通路·····	50
第 23 节	吞食自己的妖蛇·····	51
第 24 节	寻访吸血鬼数·····	53
第 25 节	大西洲的梦虫·····	54
第 26 节	撒旦轮回·····	57
第 27 节	持续步数·····	59
第 28 节	引起幻觉的公路·····	60
第 2 章 奇特的问题,名单与调查材料 ·····		62
第 29 节	第一位女数学家何故被杀害? ·····	63
第 30 节	收到外星信息后我们该怎么办? ·····	65
第 31 节	历史上 5 位最怪异数学家·····	69
第 32 节	爱因斯坦,拉马努金,霍金·····	73
第 33 节	8 位最有影响的女数学家 ·····	76
第 34 节	5 桩最悲惨的数学丑闻 ·····	82
第 35 节	10 个最重要的尚未解决的数学问题 ·····	83
第 36 节	历史上 10 位最有影响的数学家 ·····	88
第 37 节	哥德尔关于上帝存在的数学证明究竟是 什么? ·····	93
第 38 节	今天仍健在的 10 位最有影响的数学家 ·····	95
第 39 节	10 个最有趣的数及其排序 ·····	101
第 40 节	土制法炸弹制造家的 10 篇最深奥的数学 论文 ·····	105
第 41 节	改变世界面貌的 10 大数学公式·····	107
第 42 节	10 个最艰深难解的数学领域 ·····	112
第 43 节	迄今发表过的 10 篇最奇特的数学论文的 标题 ·····	116
第 44 节	15 个最著名的超越数 ·····	119
第 45 节	迷信与畏惧某些数字的怪病 ·····	122
第 46 节	谁是数字之王? ·····	125