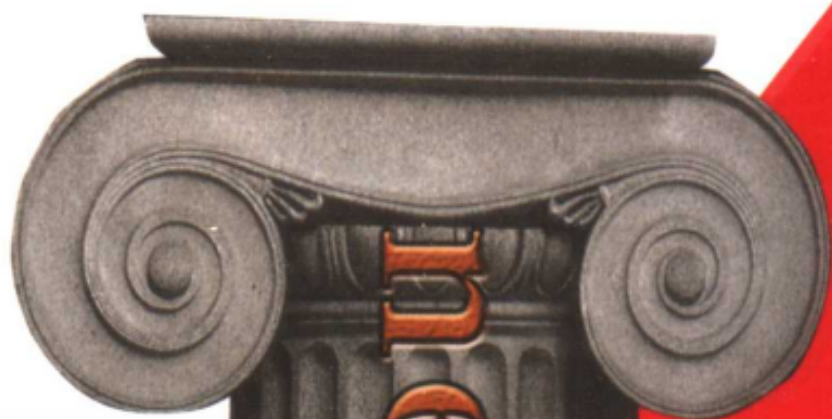


新课程

# 解题探究



CHAOJI BAODIAN

## 超级宝典

掌握一种解题方法

比做一百道题更重要



## 初中数学

山西教育出版社

徐榻 编著





新课程

# 解题探究

超级宝典

XINKECHENGJIETITANJIUCHAOJIBAODIAN

## 初中数学

徐 榻 编著



## 图书在版编目 (C I P) 数据

新课程解题探究超级宝典. 初中数学/李殿起主编. —太原: 山西教育出版社, 2006. 9

ISBN 7-5440-3071-7

I. 新… II. 李… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 043950 号

## 新课程解题探究超级宝典. 初中数学

---

责任编辑 康 健  
复 审 张宝东  
终 审 张金柱  
装帧设计 王耀斌  
印装监制 贾永胜

出版发行 山西教育出版社 (太原市水西门街庙前小区 8 号楼)  
印 装 山西文博印业有限公司  
开 本 790×960 1/16  
印 张 24.75  
字 数 503 千字  
版 次 2006 年 9 月第 1 版 2006 年 9 月山西第 1 次印刷  
印 数 1—5000 册  
书 号 ISBN 7-5440-3071-7/G·2785  
定 价 29.00 元

---



# 出版宣言

**我们的口号：掌握 1 种解  
题方法比做 100 道题更重要！**

**方法是什么？**

方法是攀登顶峰时你选择的最佳路径；方法是茫茫大海上引你前行的点点白帆；方法是身陷困境后突然伸出的一只援手；方法是无边沙漠中远处传来的声声驼铃；方法是皓首穷经后的会心一笑；方法是苦思冥想中的恍然大悟；方法是百思千转而获得的关键“巧解”；方法是眉头紧皱涌上心间的锦囊“妙计”……

方法是举一反三，以一当十；方法是以勤补拙，触类旁通；方法是科学高效，事半功倍；方法是以平常的付出，考出能够上北大清华的成绩。方法是你做过三道同类题后的驾轻就熟；方法是你遇到似曾相识时的推己及彼；方法是你拨开杂芜透过现象看到的本质；方法是你题海泛舟得到秘诀和启迪的片刻轻松……

正是基于这样的  
认识，我们在

全国范围内约请一批富有经验的知名学科老师，从现有教材尤其是新课标教材所呈现的理念内容，知识体系中，从全国数以百计的各类考试状元、竞赛获奖者的学习经验和总结提炼中，从每位老师各自数十年的教学实践和体会感受中，提纯归纳、总结升华、探索规律、凝炼方法，精心编写了这一套“新课程解题方法超级宝典”系列丛书，意在为广大中小學生提供最优质的材料、最精当的训练、最科学的思路、最实用的方法，意在使你付出一倍的汗水，取得十倍的喜悦，花同样的心血，收获骄人的成绩。

这是我们的一种理想，一种孜孜不倦的追求。究竟能实现多少，还有待广大师生试用检验。**你的建议和意见（书末附有专纸奉候）**，我们将视为珍宝，并将在以后的修订中进一步吸收消化，完善提高。你的关注和参与，将会给我们带来新的希望和动力。在你成长求知的过程中，愿我们的这本书能成为你学习路上的好伙伴，在你实现人生理想的奋斗中，愿我们的这本书能为你留下一段值得回味的美好记忆。

编委会

## 编者的话

近年来,全国各地的中考试题中越来越多地出现了归纳、探究、创新的题型,它们或是单独出现,或是作为压轴题的最后部分,是考生感到棘手、容易失分的地方,更是拉开分数档次的关键所在。如何应对这类题型,是摆在考生面前的重要课题!本书专门阐述初中阶段数学学习过程中的创新思维活动,帮助同学们突破这一难点。

本书有以下三大显著特点:

一、选材精当 实用性强 选材均取自近年来全国各地的中考试题,以及我们身边经常出现的数学现象,还有各级各类竞赛试题,难度与课本C组题相当或略在其之上,都是大家日常训练、培优等活动中常见的内容,具有很强的实用性。

二、通俗易懂 可读性强 经过“提出问题→探究问题→得出结论→总结方法→实践运用”这个程序,将数学现象或问题的已知条件、要求解的结论、问题的重难点和症结层层剖析,重点向大家展示探索的全过程,改革了传统教辅资料重解题过程轻思维过程的倾向。行文深入浅出,简明流畅,很适合学生课外阅读和自学。

三、精讲精练 操作性强 每节内容只探究一个或一类具体的问题和现象,并力求把它讲深讲透。同时配备两至三道与文中内容相关联的习题,供读者演练。读者只要看懂了文中介绍的方法技巧,就能够顺利解决相应的问题,而不是多题雷同重复训练,浪费时间。通过这样的一讲一练,收到学以致用,立竿见影的效果。

另外,每节内容还配备了“七嘴八舌”小板块,它也有两大显著特点:

一、形式新颖 趣味性强 每次都由一名主持人与三个特邀嘉宾在一种融洽、和谐的氛围中进行交流,而这种氛围最有利于人的大脑进行思维、推理、创新活动。由于这种形式有很强的趣味性,所以容易被大家接受,所介绍的解题方法、技巧和思路也就能让大家留下深刻的印象。

二、篇幅短小 针对性强 每个小板块都在七百字左右,短小精悍。每次只求解决一个具体的问题,并通过这个具体问题的解决介绍一种相应的方法技巧和思路,而不是长篇大论,泛泛而谈,让人不着边际,具有很强的针对性。

本书是广大初中生突破数学中考难点,提高中考数学成绩的必备资料,也

是广大初中数学教师开展课外辅导活动的得力助手,还可作为社会青年或一切爱好初等数学的人士业余品茗休闲的读物。

限于本人的水平、能力与视角,书中的错漏之处在所难免,恳请大家在使用本书的过程中,将发现的问题以及你的宝贵意见及时反馈给作者,以便修订时参考,在此先表示诚挚的谢意!(反馈意见请 E-mail 至 wxxt19650615@tom.com)

本书在出版过程中,得到山西教育出版社及众多同行的大力支持,在此一并表示感谢!

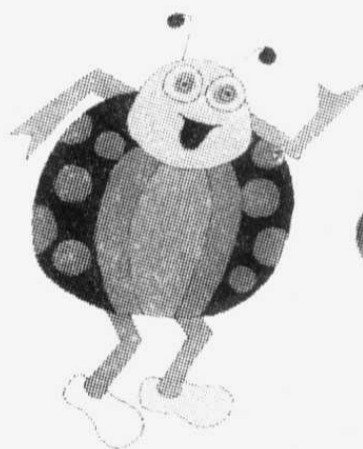
徐榻于湖北黄冈



# 《新课程解题方法超级宝典》系列图书

## 读者编者作者交流互动平台

非常感谢您选择和使用《新课程解题方法超级宝典》系列图书,为了使本书更加完善,为了使本书能够成为您学习中更加得力的助手,为了能更加周到地为您服务,请将您阅读本书后的感受、意见、想法、建议尽快寄给我们,我们将在下一版的编写出版工作中做进一步的改进,让本书真正成为您学习中的良师益友。



1. 您是怎样得到本书的\_\_\_\_\_:

A. 自己购买 B. 同学介绍 C. 老师推荐 D. 家人代购



2. 您认为本书的优点在哪里?



3. 您认为本书不足之处是什么?



4. 您从本书中学到了哪些有用的方法? 还需要做哪些补充?



5. 在数、理、化的学习中你最需要哪一类的书?

您的反馈是我们的期待,您的建议是我们的宝藏,您的参与对我们很重要!您可以通过以下方式和我们取得联系:

1. 电子邮件:sxjyzjz@yahoo.com

2. 写信:山西省太原市水西门街庙前小区8号楼

收信人:《新课程解题方法超级宝典》编辑室

邮编:030002

3. 电话:0351—4729831





# 创新思维 智慧之光

## (代序)

创新是一个民族的灵魂!

初中数学的学习,总是伴随着一系列的思维活动进行的,或猜想,或推理,或类比,或分析,或综合,或归纳,或反驳,或……在这些林林总总的解题思路和方法中,如果没有很好的创造性,只是停留在人云亦云,依葫芦画瓢的层面,那是很难学好数学的.反之,如果解题思路和方法能够独具一格,富有创造性,则能大大提高学习数学的效率,收到事半功倍的效果.

本书将通过一百多个有趣味、有深度,同时又常见、实用的数学问题,向大家展现初中阶段数学学习中的创新思维.

先带大家稍稍领略一下创新思维的绰约风姿!

### 一、创新思维 耳目一新

有一个趣题是这样的:

今有四个外观完全相同的金属球,其中三个是合格产品,每个重5克,另外一个为次品,重量不是5克.现在要把次品挑出来,并确定它比5克重还是轻,可利用的工具是一架等臂天平和一只5克砝码.请问至少要称几次?怎么称?

先说一个连傻瓜都会的思路:

如果你不愿意思考,只求能找出次品,当然可以不假思索地说:“称四次”。即把每个金属球都与砝码称一次.这种办法,再笨的人也会.

能不能减少称量的次数呢?

“称四次”是一种索然无味的解法,肯定不会令善于思考的同学满意.那么称三次如何?这就需要动动脑筋了.

用 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 表示四个金属球, $m$ 表示砝码.

第一次可任选两个金属球来称,不妨设为 $a$ 、 $b$ ,结果会有两种可能:

若 $a = b$ ,说明次品必在 $c$ 、 $d$ 之中,把 $c$ 、 $d$ 分别与 $m$ 各称一次,就能得出结果.

若 $a \neq b$ ,说明次品必在 $a$ 、 $b$ 之中,把 $a$ 、 $b$ 分别与 $m$ 各称一次,就能得出结果.

问题的解法似乎已经很精彩了!

可是,还有进一步优化的空间!

“称三次”的解法动了脑筋,在“称四次”的基础上有了很大的改进.能否再减少称量的次数呢?这就要看你的创新能力了.答案是肯定的!具体方法如下:

第一次先称 $a$ 、 $b$ 与 $c$ 、 $m$ ,结果有三种可能性:

1. 若  $a + b = c + m$ , 说明次品必为  $d$ , 第二次再称  $d$  与  $m$ , 即可确定  $d$  比 5 克重还是轻.

2. 若  $a + b > c + m$ , 说明次品必在  $a, b, c$  中(若次品在  $a, b$  中, 说明该次品比 5 克重, 若次品是  $c$ , 则  $c$  比 5 克轻).

第二次再称  $a$  与  $b$ , 如果  $a > b$ , 则  $a$  是次品, 且  $a$  比 5 克重; 若  $a = b$ , 则  $c$  是次品, 且  $c$  比 5 克轻; 若  $a < b$ , 则  $b$  是次品, 且  $b$  比 5 克重.

3. 若  $a + b < c + m$ , 则次品必在  $a, b, c$  中(若次品在  $a, b$  中, 说明该次品比 5 克轻, 若次品是  $c$ , 则  $c$  比 5 克重).

第二次再称  $a$  与  $b$ , 如果  $a > b$ , 则  $b$  是次品, 且  $b$  比 5 克轻; 若  $a = b$ , 则  $c$  是次品, 且  $c$  比 5 克重; 若  $a < b$ , 则  $a$  是次品, 且  $a$  比 5 克轻.

如果你只需称两次, 说明你将来一定是一个创新高手!

## 二、同样解题 意境有别

请看一道习题:

已知  $A = \frac{1999}{2006}$ ,  $B = \frac{199920002001}{200620052004}$ , 试比较  $A$  与  $B$  的大小.

照理说, 这道题是很简单的, 如果你不嫌麻烦, 或是借助计算器之类的工具, 很容易算出  $A$  与  $B$  的近似值是:  $A \approx 0.996510468$ ,  $B \approx 0.996510568$ , 所以得出  $A < B$ .

可是这样做, 总觉得索然无味!

$A$  与  $B$  相差得实在太少了, 你看! 它们的近似值在小数点后面的第七位才有区别! 这样小的差别, 如果不通过精确地计算, 真的不好作出判断了.

还有的人会想, 如果没带计算器, 或是考试的时候不允许使用计算器, 用笔算出这两个数的近似值到小数点后面的第七位, 真有点麻烦!

有没有不用计算器, 又能很快得出答案的办法呢? 这就要动脑筋了.

把  $A$  的分子分母分别乘以一个 100010001, 则有

$$A = \frac{1999}{2006} = \frac{1999 \times 100010001}{2006 \times 100010001} = \frac{199919991999}{200620062006}$$

再与  $B$  比较, 分子比  $B$  的分子小, 分母比  $B$  的分母大, 故  $A < B$ .

这样做, 这道题的意境或者说是韵味, 才可以说是凸显出来了!

## 三、精益求精 档次提升

我们每天都要解数学题, 但各人解题的能力高低不同, 所运用的思路、方法、技巧也不尽相同. 有的人不能得出正确的答案, 有的人不仅能得出正确的答案, 而且方法还很巧妙. 这里举一个例子, 谈谈解题思维境界中的四个“档次”.

有一道智力测试题是这样的:

某甲从  $A$  地到  $B$  地的速度是 60 千米/小时, 从  $B$  地返回  $A$  地的速度是 30 千米/小时, 则他在  $AB$  两地间往返一趟的平均速度是( ) (要求在 4 秒钟之内回答)

A. 40 千米/小时;

B. 45 千米/小时;

C. 50 千米/小时;

D. 55 千米/小时.

第一档次:基础不牢,跌入陷阱

解法一:  $(60 + 30) \div 2 = 45$ , 故选 B.

解题者根本就没有弄清“平均速度”的意义,把它理解成“求两个速度的平均值”,其实,它的正确求法是“整个运动过程中的总路程除以总时间”.在四个选择支中恰好有一个答案与这个错误的想法不谋而合,这是命题者设下的一个陷阱,如果基本功不扎实,就很容易跌入这个陷阱.这种境界是解题的最低档次.

第二档次:只求能解,不求巧解

解法二:设 A、B 两地之间的路程为  $S$ ,则往返两趟的总路程是  $2S$ ,总时间是  $\frac{S}{60} + \frac{S}{30}$ ,于是

平均速度是  $2S \div \left(\frac{S}{60} + \frac{S}{30}\right) = 40$ ,故应选 A.

解题者能正确理解平均速度的意义,并能运用“设参数”的方法,顺利得出正确答案,对比第一档次是一大进步.但嫌因循守旧,没有新意,在解题时间上不能达到题目的要求.

第三档次:善于总结,形成规律

解法三:如果每道类似的求平均速度的问题都重复上述解法二的思路,在解题速度上就要大打折扣.我们可以把这个思路总结成一个固定的公式:

某甲从 A 地到 B 地的速度是  $a$  千米/小时,从 B 地返回 A 地的速度是  $b$  千米/小时,则他在 AB 两地间往返一趟的平均速度是  $\frac{2ab}{a+b}$  千米/小时.

有了这个公式,就可以把相关的数据直接代入,达到提高解题速度的目的.如本题,只需  $\frac{2 \times 60 \times 30}{60 + 30} = 40$ ,即可知选 A.

解法三把解法二的思路进行归纳、总结,形成了规律性的东西,并可用此规律解决所有的类似问题,已经到了比较高的境界.

第四档次:融会贯通,捷如雷电

解法四:像解法三这样算的速度虽然快了很多,但不一定能在 4 秒钟之内完成.如果再深入研究一番,类似的问题还有下面的规律:

某甲从 A 地到 B 地的速度是  $a$  千米/小时,从 B 地返回 A 地的速度是  $b$  千米/小时,则他在 A、B 两地间往返一趟的平均速度:

当  $a = b$  时,平均速度等于  $\frac{a+b}{2}$  千米/小时;

当  $a \neq b$  时,平均速度小于  $\frac{a+b}{2}$  千米/小时(可以证明当  $a \neq b$  时  $\frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2}$ ).

由于 60 千米/小时与 30 千米/小时的平均数是 45 千米/小时,而  $60 \neq 30$ ,故答案应比 45 千米/小时小,在四个选择支中与这个结论相符的只有 A,于是就能很快得出正确答案了.



解法一虽是错误的,但却有利用价值:解法四就是把解法一和解法二这两种一错一对的思路进行比较,在这一对一错之间找到了更为快捷的解法(正确的答案应该小于这个错误的答案),这样的解题思路有1秒至2秒就绰绰有余了。

以上仅仅是一个例子而已,作者的目的是想抛砖引玉.同学们在学习数学时千万不要满足于—知半解,一定要注意多思考、多总结,务求达到较高的境界.

#### 四、扑朔迷离 绝处逢生

有些事情看起来是不可能办到的,但事实上解决问题的办法是存在的,只是我们思维的触角还没有涉及到而已.下面是一道很有名的趣题:

某侦察小分队一行5人来到一个沙漠的边缘,他们有一份绝密的情报必须派人穿过沙漠送到部队指挥部.当时的条件是:没有任何的交通工具,只有靠徒步穿越沙漠了.每人在上路时至多只能带足30天的干粮和水,但穿越沙漠得50天才行,中途不可能有粮、水的补给.这可怎么办?

问题看来是没法解决了,途中硬是缺了20天的粮、水,这可是人命关天的大事呀!如果没有可靠的行动方案,小分队不光是不能顺利完成送情报的任务,还会弄得全军覆没!

真的就没办法了么?未必!

送一份情报不一定要5个人都穿过沙漠呀,只要有一个人能过去就能完成任务了!

可是,一个人也是差20天的粮、水呀!别忘了,他们是一个5人战斗小组,能不能发挥集体的力量和智慧?也就是说,不穿过沙漠的4个队员能不能帮帮那个穿过沙漠的队员?

这样一想,真的有办法了!你看侦察小分队队长是怎么部署行动方案的:

小分队5名队员每人都带足30天的粮、水一齐上路;

开始的5天,大家都吃第一个队员的粮、水,第一个队员剩下5天的粮水正好供他沿原路返回;

第二个5天,剩下的4名队员都吃第二个队员的粮、水,第二个队员剩下10天的粮、水正好供他沿原路返回;

第三个5天,剩下的3名队员都吃第三个队员的粮、水,第三个队员剩下15天的粮、水正好供他沿原路返回;

第四个5天,剩下的2名队员都吃第四个队员的粮、水,第四个队员剩下20天的粮、水正好供他沿原路返回;

这时第五个队员已经在沙漠中行进了20天,而他的30天粮、水还没有消耗,就这样,第五名队员能够顺利地穿越沙漠,胜利完成送情报的任务.

人们常说:“只有想不到的,没有做不到的.”或者说:“思想有多远,行动就能走多远.”看了这个趣题,我真的觉得这些话很有道理了.

#### 五、看似平淡 暗藏玄机

我们每天都会遇到一些平平淡淡的数学现象,或是数学问题,或是数学图形,但如果深入

研究起来,也许平淡之中会有玄机.

请看下面的一个图形:

如图一,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $AD \perp BC$ 于 $D$ ,则有: $AD^2 = AB^2 - BD^2$ (或是 $AD^2 = AC^2 - CD^2$ ).

这是一个再普通不过的图形(不就是等腰三角形,再作底边上的高嘛),也是一个再普通不过的等式(不就是由勾股定理得出来的嘛).

我们都知道,垂线是斜线的特例,如果 $AD$ 不与 $BC$ 垂直,会有什么结论呢?

还是从 $AD^2 = AB^2 - BD^2$ 入手,猜想结论应该是 $AD^2 = AB^2 - BD \cdot DC$ 吧?

因为 $BD=DC$ 时,等式右边才会变成 $AD^2 = AB^2 - BD^2$ 的嘛.

当然,这只是个猜想,究竟正不正确,还得研究一番.

如图二,若 $AD$ 不与 $BC$ 垂直,作 $AM \perp BC$ 于 $M$ ,则根据图一中的结论有:

$$\begin{aligned} AD^2 &= AM^2 + DM^2 = AB^2 - BM^2 + DM^2 \\ &= AB^2 - (BM + DM)(BM - DM) \end{aligned}$$

由于 $\triangle ABC$ 是等腰三角形,且 $AM \perp BC$ ,所以有 $BM=CM$ .再把 $BM=CM$ 换进上面的式子里,就得到:

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 - (BM + DM)(BM - DM) \\ &= AB^2 - (CM + DM)(BM - DM) \\ &= AB^2 - BD \cdot DC. \end{aligned}$$

由此可见,我们前面的猜想是正确的!

看起来,我们已做得差不多了,不是已经探索得出了一个一般的结论了吗?

其实,我们还有猜想、探索的空间!

我们知道,相等是不等的特例!如果 $\triangle ABC$ 不是等腰三角形,情况又会是怎样的呢?

如图三, $\triangle ABC$ 中, $D$ 是 $BC$ 边上一点, $AD$ 会与 $AB$ 、 $AC$ 、 $BD$ 、 $DC$ 这几条线段有什么关系呢?

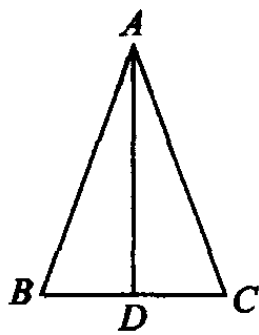
这下真的有点不好猜想了!不过,不要紧,慢慢来.

下面我们还是设法建立 $AD$ 与 $AB$ 、 $AC$ 、 $BD$ 、 $DC$ 之间的关系式.问题的切入口还是得利用勾股定理.于是想到作 $AM \perp BC$ 于 $M$ .

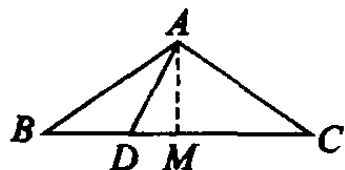
在 $Rt \triangle ABM$ 及 $Rt \triangle ADM$ 中,利用勾股定理可得到:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AM^2 + BM^2 \\ &= AD^2 - DM^2 + BM^2 \\ &= AD^2 + (BM + DM)(BM - DM) \\ &= AD^2 + (BD + DM + DM) \cdot BD \\ &= AD^2 + BD^2 + 2DM \cdot BD \end{aligned}$$

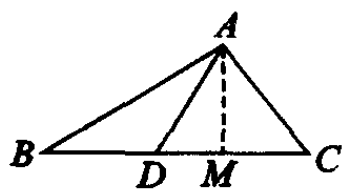
所以有 $AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2DM \cdot BD$  ①



图一



图二



图三

同样的道理,还可以得到:

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2DM \cdot CD \quad \textcircled{2}$$

在上面的①、②两式中,我们只要消去  $DM$ ,就能得到  $AD$  与  $AB$ 、 $AC$ 、 $BD$ 、 $DC$  之间的关系式.为此,再作个变换:

①  $\cdot CD$  + ②  $\cdot BD$ ,得到:

$$\begin{aligned} AB^2 \cdot CD + AC^2 \cdot BD &= AD^2 \cdot CD + BD^2 \cdot CD + AD^2 \cdot BD + CD^2 \cdot BD \\ &= AD^2(BD + CD) + BD \cdot CD(BD + CD) \end{aligned}$$

$$\text{所以, } AD^2 = \frac{AB^2 \cdot CD + AC^2 \cdot BD}{BD + CD} - BD \cdot CD.$$

上述的探究过程其实也不算太难吧,但你却干了一件很伟大的事,因为这是数学上非常有名的“斯蒂瓦特定理”!

再回过头来看一看,在  $AD^2 = \frac{AB^2 \cdot CD + AC^2 \cdot BD}{BD + CD} - BD \cdot CD$  中,如果  $AB = AC$ ,等式就变成了  $AD^2 = AB^2 - BD \cdot DC$ ,这就是图二中的结论!这充分说明,图二是图三的特例,而图三则是图二的更一般的情形!

### 六、换个思路 别出心裁

我们都学过了等腰三角形的性质:等腰三角形的两个底角相等.

证明这个性质的时候,都是怎么证的呢?是不是如图四那样作个辅助线,再证  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ?

这个问题具体写出来是这样的:

如图四,已知  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,

求证:  $\angle B = \angle C$ .

怎么作辅助线  $AD$  呢?这有三种说法,都是可行的.

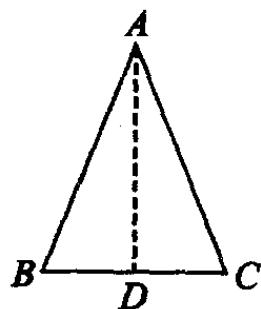
①如果作  $\angle BAC$  的平分线交  $BC$  于  $D$ ,则用“SAS”证  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ;

②如果作  $BC$  边上的中线  $AD$ ,则用“SSS”证  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ;

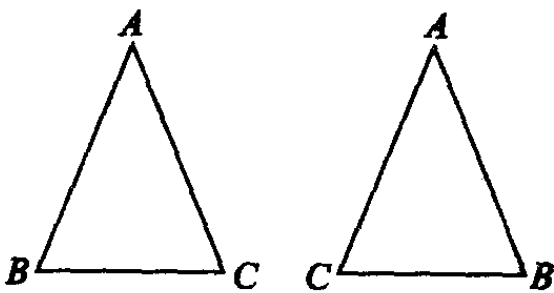
③如果作  $BC$  边上的高  $AD$ ,则用“HL”证  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ .

以上三种情况的详细证明就不用再赘述了,同学们自己都能完成.

这样证等腰三角形的性质,当然是可以的,但除此之外,还有更妙的办法!



图四



图五



如图五,把左边的 $\triangle ABC$ 在平面上翻过来,就成了右边的那个三角形了,这两个三角形其实就是同一个三角形,它们当然是全等的.这个意义上的全等,我们是以两个 $AB$ 为对应边,两个 $AC$ 为对应边,两个 $BC$ 为对应边的.两个 $\angle B$ 是对应角,两个 $\angle C$ 也是对应角.

如果把对应边错开一下,让左边三角形的 $AB$ 边与右边三角形的 $AC$ 边对应,左边三角形的 $AC$ 边与右边三角形的 $AB$ 边对应,由于图中的两个 $AB$ 、两个 $AC$ 这四条边都是彼此相等的(请注意,如果 $\triangle ABC$ 不是等腰三角形就不能这样错开了),所以有 $\triangle ABC \cong \triangle ACB$ .这个意义上的全等,对应角就和上面的不同了,左边三角形的 $\angle B$ 与右边三角形的 $\angle C$ 是对应角,左边三角形的 $\angle C$ 与右边三角形的 $\angle B$ 是对应角,所以能够得出 $\angle B = \angle C$ !

这是多么巧妙的思路啊,“我”与另一个“翻过来的我”全等!

### 七、观察生活 三思而行

下面是第14届“希望杯”邀请赛的一道试题,题目很简单,但却很耐人寻味!

有一批影碟机(VCD)原售价:800元/台.

甲商场用如下办法促销:

购买台数	1~5台	6~10台	11~15台	16~20台	20台以上
每台价格	760元	720元	680元	640元	600元

乙商场用如下办法促销:每次购买1~8台,每台打九折;每次购买9~16台,每台打八五折;每次购买17~24台,每台打八折;每次购买24台以上,每台打七五折.

(1)请仿照甲商场的促销列表,列出到乙商场购买VCD的购买台数与每台价格的对照表;

(2)现在有A、B、C三个单位,A单位要买10台VCD,B单位要买16台VCD,C单位要买20台VCD,问他们到哪家商场购买花费较少?

首先,我们很容易仿照甲商场的表格,列出乙商场的促销方案如下:

购买台数	1~8台	9~16台	18~24台	24台以上
每台价格	720元	680元	640元	600元

对照上面两个表格,我们当然要选择花费少、比较划算的商场去消费.

A单位要买10台VCD,甲商场的单价是720元,乙商场的单价是680元,所以A单位应选择乙商场消费;

B单位要买16台VCD,甲商场的单价是640元,乙商场的单价是680元,所以B单位应

选择甲商场消费；

C 单位要买 20 台 VCD,甲商场的单价是 640 元,乙商场的单价也是 640 元,所以 B 单位选择甲、乙两个商场消费都是一样的.

这样做看起来没什么错误呀,可是,问题的正确答案却是:C 单位应该去甲商场消费!!!

两个商场的单价是一样的,为什么不可以选择乙商场呢?这里面难道还有什么问题吗?

仔细研究起来,还真的有名堂!

如果 C 单位去甲商场买 21 台这种品牌的 VCD(而不是买 20 台),需要多少钱呢?我们来算一算:

在甲商场买 20 台 VCD 需要  $640 \text{ 元} \times 20 = 12800 \text{ 元}$ ,

在甲商场买 21 台 VCD 需要  $600 \text{ 元} \times 21 = 12600 \text{ 元}$ .

天啊!买 21 台的金额竟然比买 20 台的还要少!C 单位选择甲商场消费,不光可以少花 200 元,还可以多得到一台 VCD!

所以说,正确答案是 C 单位应选择甲商场购买.

在生活中,像这种打折、优惠、降价、买一送一之类的促销活动太多了,看来,我们的创新思维还真能创出经济效益呢!你以后在购物、消费时,一定要三思而后行哟!

#### 八、不懈探索 乐在其中

一条直线把平面分成几个部分?两条直线有几个交点,把平面分成几个部分?三条直线有几个交点,把平面分成几个部分?…… $n$  条直线有几个交点,把平面分成几个部分?(假定任意两条直线不平行,任意三条直线不共点.或者把问题改成: $n$  条直线最多有几个交点,最多把平面分成几个部分)

分析几个简单的情况,不难得出下表:

直线条数	0	1	2	3	4	5	...
平面块数	1	2	4	7	11	?	...

上面表中的数据可以通过画图,再一块一块地数出来,但是一条直线一条直线地往下画,总不是个办法呀,必须探索上表中数据与数据之间的内在联系.

不难发现, $1 + 1 = 2, 2 + 2 = 4, 4 + 3 = 7, 7 + 4 = 11, \dots$

这个规律就是:上表中的第二行的每个数等于它正上方的数与左边相邻一列的下格中的数的和.根据这个规律,可以得到 5 的下方应是 16,6 的下方应是 22,……

找出这个规律还不能满足,因为这个规律还有一个缺点:必须一步一步地向右推算.如果有人突然问你:平面内 1000 条直线最多有几个交点,最多能把平面分成几个部分,那就够你算的了.

必须找一个更直接的算法,我们注意到: $2 = \frac{1 \times (1+1)}{2} + 1, 4 = \frac{2 \times (2+1)}{2} + 1, 7 =$

$\frac{3 \times (3+1)}{2} + 1, 11 = \frac{4 \times (4+1)}{2} + 1, \dots$  所以  $n$  条直线将平面分成的最多块数应当是  $\frac{n \times (n+1)}{2} + 1$ .

有了这个公式,就不用一步一步地向右推算,而是直接算出 1000 条直线最多可以把平面分成  $\frac{1000 \times (1000+1)}{2} + 1 = 500501$  块.

用同样的方法去探索,可以得出,平面内  $n$  条直线最多的交点数是  $\frac{n \times (n-1)}{2}$ ,有兴趣的同学可以自己研究.

以上我们只是略举几例而已,想必大家也已经感觉到了创新思维的魅力所在,这些问题的解决,无不折射出美妙的智慧之光!

在学习数学的过程中,一定要用心去思考,而在思考的时候,一定要力求创新. 想别人所未想,想前人所未想,就一定能创出一番新天地!