

中生代
思想书系

唯识的结构

陈克艰学术论文集

陈克艰
著

新星出版社 NEW STAR PUBLISHER

唯识的结构

陈克艰学术论文集

陈克艰
● 著

中生代
思想书系

新星出版社 NEW STAR PUBLISHER

图书在版编目(CIP)数据

唯识的结构:陈克艰学术论文集/陈克艰著.

—北京:新星出版社,2006.5

ISBN 7-80225-058-7

I. 唯… II. 陈… III. 唯识论—文集

IV. B0—53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 041771 号

出版发行:新星出版社

出版人:谢 刚

社址:北京市东城区金宝街 67 号隆基大厦

邮政编码:100005

电话:010-65270477

传真:010-65270449

E-mail: newstar_publisher@163.com

销售热线:010-65512133

印刷:山东新华印刷厂临沂厂

开本:960×1300 1/32

印张:12.125 字数:323 千

版次:2006 年 5 月第一版 2006 年 5 月第一次印刷

印数:0 001~5 000 定价:32.00 元

版权专有 侵权必究·如有质量问题,请与印刷厂联系调换

(电话:0539-2925659)

自序

选编在这本集子里的十五篇论文,基本上是按照写作的先后顺序排列的。时间的跨度很长,有二十年之久;涉及的题材较散,在分类上难以专一地定位。时至今日,我已经说不清自己究竟算是何种专业了。兴趣多变,难免浅薄,但回顾一下,似乎也有一条变化的轨迹可寻,所以,有幸把这些论文聚在一处印行,在我个人,便有聊存思想上之陈迹的作用。

集子里的前四篇文章属于科学哲学。二十世纪八十年代,科学哲学一度十分热闹,卡尔·波普尔在当时走红中国大陆的西方学术明星中,几乎可说首屈一指。我读了他的几本著作,特别是《科学发现的逻辑》后,对他关于科学的整体看法完全接受。但是波普尔的“反归纳主义”的某些论证,我又觉得不能满意,有漏洞,于是比较细致地去读他的批判对象卡尔纳普的书,因而有《评波普尔反归纳逻辑的论证》一文之作。此文较长,曾拆为两篇分别发表,这次结集,就又恢复原样,归并为一篇了。我在读卡尔纳普的过程中,曾对他的归纳逻辑系统作了一步修正,得出某些无限全称命题也可取到非零概率值的结论,这对归纳逻辑的成立,似可视为一个小小的支持;当时颇为得意,现在想来,意义不大。卡尔纳普的归纳逻辑确实如波普尔的学生拉卡托斯所说,是一个“退化的研究纲领”,再怎么修正,也只像精致的玩具模型,不能反映出科学理

论的真实结构。

接下来的三篇文章是谈论科学家的。《阿拉廷的神灯》谈彭加勒的科学成就与思想,《理性生命的朗现》谈爱因斯坦的科学哲学,《世界的可理解性与科学的不可理解性》是对一位著名物理学家论物理学与哲学关系书的评论。科学与哲学的关系是值得反复探讨的话题。我始终认为,哲学之于科学,既不是什么“指导”,更不是什么“工具”,研究物质基本结构和时空本性的科学,本身就具有根源性,具有深刻的哲学意蕴,是康德所云“纯粹理性”之最典型的活动和表现方式。在这方面工作的大家,其思想常呈现哲学家的形态,虽然他们不一定读很多哲学书,如彭加勒和爱因斯坦就是。流行的看法,视黑格尔为自然哲学的集大成者和终结者,但与爱因斯坦齐名的二十世纪物理学大家玻尔却不这么看,他多次说他自己的工作就是对古希腊自然哲学传统的继承。如理言之,黑格尔的自然哲学则是一个歧出了。

80年代后期生了一场病,病中读逻辑和科学哲学已觉无味,转而读熊十力先生的《新唯识论》,倒能契入,感受到一种提升生命向上的劲力,从此晓得了“非知识所行境界”的“生命的学问”之存在。这以后,又读梁漱溟,读牟宗三,也读一些佛书。收在集子里的《两种文化理性》、《理性与生命》、《牟宗三与康德哲学散论》三篇,就是读书“转轨”的产物。

《两种文化理性》是集子中最长的一篇,有四万字,它的副标题是“韦伯与梁漱溟比较阅读”。韦伯用基督教新教伦理说明西方理性化资本主义的形成,梁漱溟用孔子的“生活路向”、“人生态度”说明中国传统社会的形成,大思路十分相像,都是以宗教伦理层面上精神的一种开拓和发皇,来为各自社会往后的状况作张本;且韦伯和梁漱溟都将各自着力刻画的宗教伦理,视为理性的深层创造,这与一般把理性仅定位在逻辑层面上的做法,自是大异其趣。这两位思想家,所处环境、所面临的挑战,完全不同,但在对基本问题的提炼和探索途径上,却又不谋而合,自然引起我“比较阅读”的兴趣。此文以前没有发表过,置于篋底十多年,这次为编集,

翻出重读一过,自觉有些论述不免稚嫩(虽然写作时已年近不惑),但无暇(也不想)再作大幅度修改了,觉得还是照原样为好;上面提到的几篇,也多有这种情况。

《理性与生命》、《牟宗三与康德哲学散论》是谈读牟著的心得和体会,前一篇作了应命所编《当代新儒学文萃》第二册的代序。牟先生自述其一生乃是“一个学思生命的发展”,他对康德哲学和儒家内圣之学下过毕生的功夫,并对两者从事创造性的会通,借康德术语题名的《现象与物自身》一书可以看作牟先生的晚年定论,用牟先生自己的话来说:“本书是我所学知者之综消化,消化至此始得一些比较妥帖之综述。”我以前读科学哲学时接触过一点康德(主要是《未来形而上学导论》),但对康德并不重视;通过牟著,我知道了康德的伟大和重要,但写《散论》时,三大批判仍未亲炙。近年将《纯粹理性批判》总算认真读过了,之所以能读得下来,先期读牟先生书的经历,是打了基础的。此间有论者谓牟宗三的读康是“六经注我”,此话不错,但我以为必须补充:牟先生之“经注”,不是主观随意的发挥或“创新”,而是在东圣西圣的比观中,牢牢把捉住了“客观的、最高的而且是根源的问题”的。

集子里后面五篇,是进入新世纪、年逾知命以后所作。《史汉历志初读》对中国古代制历和改历的原理有所探讨,其中关于汉武帝太初改历情况的一点考释,自以为有一得之愚。《科学理性与自由主义》想通过学习玻尔诠释量子力学的“互补哲学”,来说明科学理性就其本质而言,是对自身限度有清醒认识的一种稳健的理性,与哈耶克着力批判的“建构论唯理主义”自有“内”“外”之别,因此科学理性与自由主义是可以相通的。《唯识的结构》是在读过唯识学的“昌极之作”——玄奘《成唯识论》后所写。佛家宗旨在破“我执”,“我执”的根源何在?这是理解唯识结构的关键问题;《识论》在遮拨多种“有义”后,得出“末那识以藏识见分为所缘,与末那相应恒转的萨迦耶见将此所缘执为‘自内我’,即是我执之最深根源”的结论;文中对此一义理的疏解,自以为有一孔之见。《精神贯注的博学》是为承乏所编徐复观先生《中国学术精神》一书写

的前言,先此曾应邀任徐先生《两汉思想史》特约编辑,书出后有《思想与时代》一文,已收在另一本集子。最后一篇《理性·信任·知识秩序》是谈“科学知识社会学”(简称SSK),这是晚近西方“元科学”领域兴起的一个新学派,国内已有不少介绍。SSK诸公做了许多扎实的科学史个案研究,很有价值,但是由此得出科学成果完全是社会建构的产物、完全没有理性作用的结论,在我是完全不能接受。不过,SSK的反理性主义确也从反面提示,现代人对理性的理解越来越表层化、肤浅化;为今之计,实在需要返本开新,在超越的形上层面对重新贞定理性的价值和意义。

最后,要感谢严搏非先生,没有他的高情厚意,这些论文是无缘编集行世的。还要感谢上海社会科学院的传统中国研究中心慨允将本书纳入其出版品系列,并给予我资助。

目 录

自序	1
数学哲学中的直觉主义观点	1
波普尔的概率理论	36
一个能赋予某些无限全称命题以非零概率值的 归纳逻辑系统	51
评波普尔反归纳逻辑的论证	63
阿拉廷的神灯——彭加勒的科学成就与思想	98
理性生命的朗现——爱因斯坦的科学哲学	122
世界的可理解性与科学的不可理解性——《哲学是物理学的 工具》读后	138
两种文化理性——韦伯与梁漱溟比较阅读	150
理性与生命	205
牟宗三与康德哲学散论	228
史汉历志初读	267
科学理性与自由主义——学习玻尔的互补观点札记	287
唯识的结构——《成唯识论》初读	317
精神贯注的博学	346
理性·信任·知识秩序——科学知识社会学初读点滴	369

数学哲学中的直觉主义观点

一 前 言

无论在专家的明确概念中,抑或在一般公众的模糊意识中,数学都是可靠性和严格性的典范。但是,数学可靠性的根据究竟何在呢?一涉及这个问题,严重的意见分歧马上就出现了。在某种健全而宽容的理智看来,数学也许应该是逻辑与直觉的一个平衡系统。直觉提供初始概念和命题的可靠性,逻辑则保证更为复杂的概念和定理的可靠性。可以说,这种看法是最自然的看法,也是最易被大多数人接受的看法。但是,仍然有些人好像天生厌恶二元论,他们偏要追问:逻辑与直觉两者之间,又是哪一个更为基本呢?特别是当本世纪集合论悖论的发现似乎危及了以往数学的可靠性和严格性的时候,这种穷原竟委的追问就不再是少数人的古怪嗜好,而成了一个非常严肃、十分必要的事情。

于是,在数学和哲学的交界处,在被称为数学基础的这样一个特殊的研究领域,相继出现了逻辑主义、直觉主义、形式主义三大派别。逻辑主义与直觉主义,正如它们的名称所标示的,分别把“逻辑”和“直觉”当作数学的最根本的基础。这是两种分处于两个极端的数学思想,势同水火、互不相容。逻辑主义根本排斥直

觉;直觉主义则全然否认数学构造过程中有逻辑的作用,认为所有的数学对象和定理都是从原始直觉出发能行地构造出来的。形式主义似乎较为谦和,在一定程度上代表了上述那种自然的看法。人们可以认为形式系统中的公理由直觉所揭示,而其余的定理则是逻辑推导的产物。然而,第一,形式主义毕竟主张数学公理系统的形式化,这就取消了概念和公理的任何直觉意义;第二,形式主义原则上并不认为公理必须依赖直觉,而认为它是约定的产物,至于某些具体的数学系统的公理正好与直觉相联系,那是由心理的、历史的、实践的等等非数学的因素造成的。人们只要喜欢,完全可以规定出没有任何直觉意义的公理。形式主义惟一的追求只是逻辑的协调性。因此,在对数学的根本看法上,形式主义与逻辑主义属于同一个阵营。它们一致认为数学整个地具有超越任何个人经验之外的特征,而逻辑本身则具有绝对的先天的真理性。我愿意把这种看法称作“广义逻辑主义”。与这种看法相反,直觉主义认为数学是从最基本的直觉材料出发的一种能行的构造过程。现代直觉主义的奠基者 Brouwer 曾把这个数学观言简意赅地表述在下面这句话中:“认为不存在非经验的真理以及认为逻辑并非发现真理的绝对可信赖的工具的观点,在对数学的考察中已经被接受。但是这比考察日常生活和科学得出同一结论晚得多。从这一观点出发得到严格处理的和以内省构造作为推导定理的独一无二方法的那种数学,被称作为‘直觉主义’数学。”〔1〕

逻辑主义和形式主义所代表的看法是保守的看法。为了把传统数学从集合论悖论所造成的危机中解救出来,它们提供了不同的方案,目的则是一个:论证传统数学的合理性。直觉主义则要革传统数学的命,它认为产生悖论是传统数学的内在痼疾,因此,不从根本上清除传统数学便不足以克服悖论。

作为一场运动,一个学派,直觉主义的数学思想和数学实践是

〔1〕 L. E. J. Brouwer, “Consciousness, Philosophy, and Mathematics”, *Philosophy of Mathematics*, p. 78.

20 世纪的特有产物。而且,它也许可以被看作现代数学史上最令人惊异的事情。由于直觉主义立场激进,观点奇特,常常褻渎人们头脑中根深蒂固的传统看法,人们容易把它当作 Brouwer 及其一小撮追随者故意的标新立异。尽管它很严密,很有系统,终究好像是没有历史根基的奇谈怪论。其实不然。

试想,把对数学的信心建立在直觉的基础上,不是非常符合人类认识的本性吗?古代数学家在他们的工作中较之现代人更多更频繁地诉诸直觉,不是明显的事实吗?把数学理论构筑成纯形式纯逻辑的系统,使之完全不带直觉痕迹的做法,不是更富于现代色彩吗?因此,在某种意义上也许可以说,直觉主义比“广义逻辑主义”有着更为悠长、更为深厚的历史渊源。

二 直觉主义的前史

当然没有必要言必称希腊。但是,对数学已经抱着理性态度的古希腊学者们确实是以直觉来为数学的严格性负责的。当时比较完整的数学只有算术和初等几何,算术中的自然数可以掐指而数,几何中的点、直线、圆等容易用尺规画出,这些数学对象是直觉地加以刻画的。古希腊数学家严格禁止可能超出这个范围的任何举动。

最醒目的是 Pythagoras 学派的信条:“万物皆数”。这个学派顽强坚持宇宙间的一切事物都只能归结为整数或整数之比,这明显地包含有现代直觉主义关于一切数学对象都只能从自然数出发能行地构造出来这一思想。该派门人 Hippasus 不借计算用纯几何方法发现正四边形的对角线与边长不可公度,即不能表示为两个整数之比,这就触犯了这一神圣教条,结果竟被学派中其他人投入海中活活淹死。在 Pythagoras 学派的数学工作中,演绎精神肯定已经成为特色,但是它右手执着逻辑演绎的拐杖,左手却操着直觉构造的剃刀,当左手与右手冲突时,它的原则是宁左勿右:剃掉演绎而生的一切“冗余”。

实在无限是直觉所无法明确把握的观念。古希腊的数学家们透过著名的芝诺疑难认识到无限观念所包含的矛盾,为了确保严格性,他们一般都小心翼翼地避开实在无限。例如 Euclid 在他那部“仅次于圣经”的著作《几何原本》中就明确地把直线定义为可以无限制延长的线段;而不像现在的教科书那样用“没有起点”、“没有终点”、“具有无限长度”这类词句描写直线,使直线成为与线段不一样的另一类数学对象。比较一下《原本》第五公设和现在的平行公理的表达方式是很有意思的。

平行公理:“经过直线外一点有且仅有一条直线与原直线平行”。

第五公设:“若一直线与两直线相交,且若在某一侧的两个同旁内角之和小于两直角,则两直线在此侧经充分延长后必交于某一点。”

平行公理何其简捷,第五公设又多么啰嗦。Euclid 当然并不缺乏足够的修辞能力,从两种表达方式的区别,我们不难体会他尽力避免实在无限的良苦用心。

有一个简单而出名的例子可以说明 Euclid 不像现代的大多数数学家那样信赖反证法,这与现代直觉主义的态度——坚持数学上的一切存在必须能够构造出来,拒绝接受仅从“如果不存在则导致矛盾”而推论出的“纯粹的存在性”——又是颇相一致的。这个例子是算术中熟知的定理:

“存在无限多的素数。”

现在一般用反证法证明这个定理:假设不存在无限多的素数,则只存在有限个素数,设它们的全体为 $P_1, P_2, \dots, P_m$, 考虑整数 $P_1 \times P_2 \times \dots \times P_m + 1$, 它不能被 $P_1, \dots, P_m$ 中的任何一个整除;因此,要么它本身就是一个素数,要么它有一个不在 $P_1, \dots, P_m$ 中的素因子,无论何种情况下,都出现了 $P_1, \dots, P_m$ 外的素数,但是根据假设, $P_1, \dots, P_m$ 就是素数全体,它们之外不应再有素数,这个矛盾表明假设错误,因此存在着无限多个素数。

Euclid 不用反证法,他通过证明任何有限个素数组成的集体

总可以能行地扩展,来证明素数个数的无限性。

也许有人会说,这样的例子太平凡了,两种证法并无本质区别,只是说法不同而已,怎么能反映出对数学的根本看法上的差异呢?

诚然,古希腊的数学是初等数学,所研究的对象本质上是有限的,远不像 Newton、Leibniz 的微积分或 Cantor 集合论那样,把全部理论建筑在实在无限观念的基础上。因此,即使出现貌似“实在无限”的东西,或者出现由反证法推出的某些数学对象的“纯粹存在性”,也总不难通过改变说法加以消除,变成有限的、可以构造的东西。因此,强调逻辑与强调直觉意义这两种看法之间的对立尚处于隐伏的状态。

然而,唯其如此,Euclid 那种一丝不苟的态度,即便在表述方式上也要审慎地避免“实在无限”一类东西,就更值得重视了。Euclid 像一个警惕的卫士守护着他的数学宫殿,相当自觉地防范那些可能引起混乱的非直觉因素渗入其间,蚀其基础,这难道不说明古希腊的数学家是多么坚定地坚持着数学的直觉基础吗?

但是,在 Euclid 的几何学里,毕竟逻辑的意义超过了直觉的意义,而且简直应该说:《几何原本》之所以饮誉不衰,就在于它第一次昭示了逻辑的力量。直觉上明显的东西,例如一个平面构形中两条线段的相等,逻辑上往往需要天才式的艰难推理才能达到。而一旦坚冰打破,从已知条件开辟出通向求证结论的逻辑航道,我们所体验到的愉悦、欢快、确定性和安全感,就远非仅靠直觉得到同一结论时的体验所能比拟,更不必说常常有这样的情形:直觉上不明显的东西,逻辑上同样可以确定无疑地证明。

古希腊数学家虽然并未就“什么是数学直觉”作过仔细分析和严密规定,但从维护数学严格性的立场出发,他们禁止用模糊的想像冒充直觉,所以对这个问题的理解实际上是比较一致的。但到 17 世纪 Newton、Leibniz 创立微积分时,对“数学直觉”的限制就大大放松了,被古希腊人无情地驱逐出去的“实在无限”观念,Newton、Leibniz 都当作微积分的直觉基础重新引入。“无穷小”在初创

阶段的整个微积分演算中扮演着《哈姆雷特》一剧中丹麦王子的角色。“无穷小”具有直觉上吸引人的性质,但与严格性无缘,甚至是破坏数学的严格性形象。Newton、Leibniz 之所以依赖这个直觉基础,仅仅是因为它有用,它能够解决以往的数学碰得头破血流都无法解决的许多问题。于是我们看到,同样以直觉为基础建立数学,却出现两种截然不同的情况。在一种情况下,直觉基础提供严格性,在另一种情况下,直觉基础破坏严格性。这就产生了从哲学上研究“什么是数学直觉”的必要性。

其实,在 Newton、Leibniz 前不久,Descartes 已经进行这种研究了。Descartes 并没有把他自己标举的“怀疑一切”的原则运用到数学。对于数学知识的确定性和可信性,Descartes 抱有坚定的信念,他并且要求其他的人类知识领域仿效数学的方式建立起来。Descartes 相信数学,是因为数学的两个要素使然:直觉和推理。Descartes 所谓的直觉,不是那种一掠而过的感觉,也不是由想像提供的靠不住的判断,而是纯粹专一的理智活动所产生的概念,它是那样的清楚、明白,以致人们在理解它们是什么的时候,绝对不会发生任何怀疑和混淆。至于推理,固然也是清楚、明白的,但 Descartes 只把它作为直觉的补充,两者并不具有同等价值。他认为,推理离不开直觉,而直觉却不需要推理。因此 Descartes 是把整个数学建基在直觉上的。

Descartes 是一个唯理主义者,他怀疑一切,惟一推崇的是“理性”,因此他的直觉也就是“理性直觉”。Descartes 强调理性是人人有份的“自然之光”,主要是为了与中世纪神学强调神的启示相对立,所以尽管 Descartes 的“理性直觉”包含有极大的先天成分,但他自己并未有意识地详细论述这一点。“先天直觉”是 Kant 的论题。

可以毫不夸张地说,Kant 是制定有系统的数学哲学的第一人,而他的观点正好把他自己置于现代直觉主义者在思想方面的先驱者的地位。Kant 把人的认识能力分成感性、悟性、理性三个层次。而纯粹数学之所以可能,是因为它的基础建立在感性的先天形式,

即纯粹直观上。Kant 写道:“数学必须根据纯粹直观,在纯直观里它能够具体地,然而却是先天地把它的一切概念提供出来,或者像人们所说的那样,把这些概念构造出来。”〔1〕数学根据“纯粹直观”,因而“具有完全无可置疑的可靠性,也就是说,具有绝对的必然性”。〔2〕“纯粹直观”,这就是数学可能性的“第一的、最高的条件”。〔3〕Kant 的“纯粹直观”是不带有任何经验色彩的,是先于任何对象,不依赖于任何对象,并反过来为一切感觉对象在被经验地直观时必然遵守的感性形式。譬如“直线”就是一种“纯粹直观”。它外于经验,高于经验,整理和点化经验,只是由于它的支配,人才能在经验地直观田地的一边或拉紧的绳子时产生“那是直线”这样的认识。Kant 把人的感官分成两类:“内感官”和“外感官”,作为感官的先天形式,“纯粹直观”也相应地分成两类:时间和空间。

“纯粹直观”不仅提供数学的基本概念,如时间直观提供自然数,空间直观提供点、直线等,而且提供基本命题。

与“一切数学命题都是分析命题”的说法针锋相对,康德坚决主张正确的数学陈述归根到底是一种先天的综合判断。例如,“两点之间直线最短”这一陈述就断乎不是一个分析判断,“最短”这个量上的特征无论如何也无法从“直”这个质的特征中分析出来,这两种特征的联系完全是借助于综合。又如, $7 + 5 = 12$,也是无法从有关概念的内涵中分析出来的:“‘7’与‘5’之和这一概念所包含的只是两个数目之合而为一,绝对想不出把二者合起来的那个数目是什么”,“ $7 + 5 = 12$ 这个命题实际上扩大了我们的概念,并且在第一个概念上加上了一个新的概念,而这个新的概念是在第一个概念里所没有想到过的。因此算学命题是综合的”。〔4〕这样解释非常接近直觉主义的说法:“7”、“5”、“12”这些数都是构造,“+”是另一种构造,将“+”这个构造施行于“7”、“5”这两个构造,所得之新的构造,正好与“12”同。

〔1〕〔2〕〔3〕〔4〕 康德:《未来形而上学导论》,庞景仁译,商务印书馆 1978 年版,第 39、38、39、22 页。

“纯粹直观”使先天的综合判断成为可能,这就是数学公理的来源。因此,公理不是随心所欲的约定,公理所涉及的概念及其相互关系必定有某种意义。Kant 说:“问题并不在于我应该把什么东西思想到已有的概念上去,而在于我们在这些概念里实际上(虽然是模糊地)思想到什么东西;而且这样就显出是谓项必然地结合到那些概念上去,不过不是直接地,而是借助于一种必须加进来的直观。”〔1〕好像康德已经预见到日后会出现一个形式主义学派,预先在这里作了批评性的告诫。

Kant 生活的时代,数学家们正陶醉在微积分取得的实际成果中,热衷于使用无限小、无限大这些概念,却无意顾及它们的严格性。Kant 第一个清醒地指出过分自由地动用实在无限概念的危险性。(Berkeley 在他之前嘲笑过无限小,但仅止于嘲笑而已。)Kant 反对实在无限的方法是提出关于无限的二律背反,这与直觉主义关于实在无限是产生悖论的真正根源的想法又是一致的。

总之,从一个哲学家的立场阐发直觉主义的数学观点所能够做到的,Kant 都已经做到了。但是这种阐发毕竟用的是哲学思辨的方式,包含着浓重的玄学成分,在理论上是走不远的。

三 现代直觉主义的兴起

第一个对数学采取自觉的直觉主义观点的职业数学家是德国人 Kronecker (1823—1892)。Kronecker 没有写过专门的数学哲学论文系统阐述他的观点。人们只记得他的名言:“上帝创造了自然数,其余的一切都是人为”,而即使这句话,也已经无从稽考出处了,但它确实是对 Kronecker 坚持认为“只有用有限个自然数实际构造出来的东西才能是数学上的存在”这一观点的相当准确的表述。因此,他甚至非常固执地否认 π 的存在。Kronecker 对现存数学的怀疑和不满,常常表现为对同时代一些深孚众望的大数学家,

〔1〕 康德:《未来形而上学导论》,庞景仁译,商务印书馆 1978 年版,第 23 页。

例如 Weierstrass 与 Cantor 的攻击,这就严重损害了他与数学家同事们的友谊,使他自己处于孤立的境地,也使他的观点得不到人们的理解和支持。然而,不要以为 Kronecker 除了攻击别人就无所事事,他对数学作出过非常重要的贡献,特别是在代数方面。而且,他的不少数学工作确实是以自己的根本性观点为指导的。

Kronecker 最卓越的成就在于他为了使算术、代数、分析(特别是他自己在椭圆函数上的工作)一体化而作出的努力。他的边界公式揭示了算术与椭圆函数之间的深刻联系,尤其值得一提。此外, Kronecker 已经证明,代数域理论的核心部分可以从他的方法论观点加以发展。Kronecker 对于将数学“算术化”,并从数学中清除一切“非构造”的概念是有充分信心的。他说:“假如我不做这件事,追随我的人也会去实行。”

但是, Kronecker 生活和工作的时代,正当 Cauchy、Bolzano 等不久前刚为经过两百年混乱状态的微积分奠定了一个严格的描述基础,又正值 Cantor 集合论狂飙突进,特别在应用于分析基础方面取得丰硕成果的年代,集合论本身的矛盾还没有暴露出来,数学的整个局面是令人感觉稳定的。在这种情况下, Kronecker 一条泥鳅掀不起大浪。他预言的“追随者”并没有很快出现。

历史现象的相似性常常是惊人的。正当 Kelvin 爵士放眼物理学的晴朗天空,同时又不无忧虑地注视着天边的两朵乌云时,数学的平静水面上出现了同样的情况。一方面是 Poincare 代表全体数学家表达的乐观信念:“完全的严格性终于达到了”,另一方面,在这之前已经发现的 Burali—Forti 的最大序数悖论,以及 Cantor 自己发现的最大基数悖论,却又使人不安。

“风乍起,吹皱一池春水。”Poincare 说出那句话还不到三年, Russell 发现的悖论一下子就把“完全的严格性”轰毁了。Russell 悖论不像 Burali—Forti 悖论和 Cantor 悖论那样复杂,不会由别的原因造成,而只能是集合论及逻辑本身的矛盾。正是好景不长,数学的平静水面又一次浊浪泛起,混沌一团。正是这种局面,为直觉主义的新的崛起,创造了条件。