

山东省五年制高职统编教材辅导用书
SHANDONGSHENG

WUNIANZHI GAOZHI TONGBIANJIAOCAI FUDAOYONGSHU

主 编 李忠杰

副主编 赵明才 王九福 张志祥

数学练习册

SHU XUE LIAN XI CE

第 二 册



 济南出版社

山东省五年制高职统编教材辅导用书

SHANDONGSHENG

WUNIANZHI GAOZHI TONGBIANJIAOCAI FUDAOYONGSHU

主 编 李忠杰

副主编 赵明才 王九福 张志祥

数学练习册

SHU XUE LIAN XI CE

第 二 册

图书在版编目(CIP)数据

数学练习册. 第二册/李忠杰主编. —济南:济南出版社,2006.11

山东省五年制高职统编教材辅导用书

ISBN 7-80710-350-7

I. 数... II. 李... III. 高等数学-高等学校:技术学校-习题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 123613 号

责任编辑 吴敬华

封面设计 赫连建丽

出 版 济南出版社

地 址 济南市经七路 251 号

邮 编 250001

网 址 www.jnpub.com

印 刷 德州文源印刷有限公司(电话:0534—8265767)

发 行 济南出版社发行部(电话:0531—86131730)

版 次 2006 年 11 月第 1 版

印 次 2006 年 11 月第 1 次印刷

开 本 787×1092 毫米 1/16

总 印 张 27.5(全三册)

总 字 数 770 千(全三册)

总 定 价 38.60 元(全三册)

(如有印装质量问题,请与承印厂联系调换)

山东省五年制高职统编教材辅导用书

编 委 会

主 任：刘向信

副主任：杨文法 宋承祥

委 员(按姓氏笔画为序)：马希利 王兴武

刘卫东 刘向信 杨文法 宋承祥

张士瑞 张大好 尚志平 郑 三

赵远征 俞守能 黄妙莉 傅砚修

主 编：李忠杰

副主编：赵明才 王九福 张志祥

编 者：陈宝华 范彩荣

前 言

本套练习册是根据 2003 年开始使用的山东省五年制高等教育统编《数学》教材(共分三册)编写的学生用书.

现在各级各类高等学校招生都要测试数学,一些单位和企业招聘员工时,也要进行数学能力测试.所以学好数学是每个同学展示自己智力水平和知识基础的重要一面,是在激烈的人才竞争中取胜的保障.“多做练习”是学好数学的重要途径.自从教材出版以来,根据教材使用学校教师的反映及学生的实际情况,为满足不同层面的学生的实际学习需要,我们又编写了这套与教材配套的同步练习册,供同学们课外练习使用,帮助大家提高数学素质和解题能力.

本套练习册共分三册,可与每册教材配套使用.在编写过程中,主要以针对学生的实际情况,立足基础,并有适当提高的原则,按章节编写.每节包括学习要求和同步训练两部分,每章最后有两个综合练习,书末附有练习题的参考答案.

本册主编:李忠杰

本册副主编:赵明才 王九福 张志祥

本册编者:陈宝华 范彩荣

由于时间仓促及编写水平有限,书中一定存在不少缺点、错误,恳请广大教师生、教研人员和有关专家提出宝贵意见,以便修订时予以更正.

山东省五年制高职统编教材辅导用书

数学编写组

2006 年 7 月

目 录

第一章 极限与连续	1
§ 1-1 初等函数	1
§ 1-2 数列极限	4
§ 1-3 函数的极限	7
§ 1-4 极限的运算	9
§ 1-5 无穷小与无穷大	11
§ 1-6 两个重要的极限	13
§ 1-7 函数的连续性	15
综合练习一	19
综合练习二	22
第二章 导数与微分	26
§ 2-1 导数的概念	26
§ 2-2 函数的和差积商的导数	29
§ 2-3 复合函数的导数	32
§ 2-4 隐函数的导数	36
§ 2-5 高阶导数	39
§ 2-6 函数的微分	43
综合练习一	46
综合练习二	49
第三章 导数的应用	52
§ 3-1 拉格朗日中值定理	52
§ 3-2 函数的单调性的判断	54
§ 3-3 函数的极值及其求法	56
§ 3-4 函数的最大值与最小值	58
§ 3-5 曲线的凹凸与拐点	61
§ 3-6 微分在近似计算中的应用	63
§ 3-7 洛比达法则	65
综合练习一	67
综合练习二	69
第四章 不定积分	72
§ 4-1 不定积分的概念	72
§ 4-2 积分的基本公式和法则 直接积分法	74
§ 4-3 换元积分法	77
§ 4-4 分部积分法	80

§ 4-5 查表求积分	82
综合练习一	82
综合练习二	84
第五章 定积分	87
§ 5-1 定积分的概念	87
§ 5-2 定积分的性质	90
§ 5-3 牛顿—莱布尼兹公式	92
§ 5-4 定积分的换元积分法与分部积分法	94
§ 5-5 定积分的应用	96
*§ 5-6 广义积分	99
综合练习一	100
综合练习二	102
参考答案	105

第一章 极限与连续

§ 1-1 初等函数

【学习要求】

1. 理解函数的定义,掌握函数的定义域,确定函数的两个要素,函数的表示法.
2. 理解并掌握函数的四个特性.
3. 理解并掌握基本初等函数的定义、定义域、值域、图象及特性.
4. 理解并掌握复合函数的概念、初等函数的概念.
5. 理解分段函数的概念,并会作函数及分段函数的图象.
6. 会建立简单函数的关系式.

【同步训练】

1. 判断题

- (1) $f(x)=5-x$ 与 $g(x)=\frac{25-x^2}{5+x}$ 是同一个函数. ()
- (2) 函数 $y=\lg^{-1}(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)\cup(2,+\infty)$. ()
- (3) $y=\begin{cases} 2x^2 & x>0 \\ 2x+1 & x<0 \end{cases}$ 是基本初等函数. ()
- (4) $y=5\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是 2. ()
- (5) $y=u^2, u=\log_a x (a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$, 则 y 表示成 x 的函数为 $y=\log_a x^2$. ()

2. 填空题

- (1) 函数 $f(x)=\begin{cases} \sqrt{4-x^2} & |x|\leq 2 \\ \sin x & 2<x<3 \end{cases}$ 的定义域是_____.
- (2) 函数 $f(x)=(1-x)^{-1}$, 则 $f[f(x)]=$ _____.
- (3) 设函数 $f(x)=\begin{cases} 2-x^2 & x\geq 0 \\ 2+x & x<0 \end{cases}$ 则 $f(3)=$ _____; $f(-5)=$ _____.
- (4) 初等函数 $y=e^{\tan\sqrt{x}}$ 是由基本初等函数_____复合而成的.
- (5) 若 $f(2x-1)=x(x+1)$, 则 $f(x)=$ _____.
- (6) 函数 $y=1+\ln x$ 的反函数是_____.

3. 选择题

- (1) 若 $f(x)=|1+x|+\frac{(7-x)(x-1)}{|2x-5|}$, 则 $f(-2)$ 等于()
A. 4 B. 8 C. -2 D. -4
- (2) 设函数 $f(x)=x^3-x^2-1$, 则 $f[f(0)]$ 等于()
A. -1 B. -3 C. 0 D. 1
- (3) 函数 $f(x)=\frac{x+2}{x-1}$ 的反函数是()

A. $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ B. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ C. $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ D. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

(4) 下列函数中, 奇函数的是()

A. $y = \ln(1+x^2)$ B. $y = e^{-x}$ C. $y = x + \sin x$ D. $y = x \sin x$

(5) 下列函数在指定区间上有界的是()

A. $f(x) = 2^x, x \in (-\infty, 0)$

B. $f(x) = \cot x, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

C. $f(x) = \ln x, x \in (0, 1)$

D. $f(x) = 3x^2, x \in (0, +\infty)$

(6) 下列函数中为单调函数的是()

A. $y = \arcsin x$

B. $y = \cos(x+1)$

C. $y = |x-1|$

D. $y = x^2 - x + 1$

(7) 设 $f(x-1) = x^2 + 1$, 则 $f(x_0+h)$ 等于()

A. $(x_0+h)^2 + 1$

B. $(x_0+h) - 1$

C. $(x_0+h)^2 - 1$

D. $(x_0+h)^2 + 2(x_0+h) + 2$

(8) 设函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$, 则当 $x \neq 1$ 且 $x \neq 0$ 时, $f\left[\frac{1}{f(x)}\right]$ 等于()

A. $\frac{x-1}{x}$

B. $\frac{x}{x-1}$

C. $1-x$

D. x

(9) 函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x^2} & |x| \leq 3 \\ x^2-9 & 3 < |x| < 4 \end{cases}$ 的定义域是()

A. $[-3, 4)$

B. $(-3, 4)$

C. $[-4, 4]$

D. $(-4, 4)$

(10) 设 $f(x) = \ln x, g(x) = x+2$, 则 $f[g(x)]$ 的定义域是()

A. $(-2, +\infty)$

B. $[-2, +\infty)$

C. $(-\infty, 2)$

D. $(-\infty, 2]$

4. 解答题

(1) 求下列函数的定义域

① $y = \frac{1}{4-x^2} + \sqrt{x+2}$

② $y = \frac{x-1}{\ln x} + \sqrt{16-x^2}$

③ $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-1}$

④ $y = \sqrt{9-x^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

⑤ $y = \ln \sin x$

(2) 判断下列函数的奇偶性

$$\textcircled{1} f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\textcircled{2} f(x) = a^x - a^{-x}$$

$$\textcircled{3} f(x) = \sin x + \cos x$$

$$\textcircled{4} f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$$

(3) 指出下列函数的复合过程

$$\textcircled{1} y = \sin^2 \left(3x + \frac{3}{4}\pi \right)$$

$$\textcircled{2} y = e^{\arctan \sqrt{x}}$$

$$\textcircled{3} y = \sqrt[3]{\ln \cos 2x}$$

$$\textcircled{4} y = \cot^3(5x^2 - x - 1)$$

$$\textcircled{5} y = \sqrt{\arcsin e^x}$$

$$\textcircled{6} y = \log_3(\sin e^x)$$

$$\textcircled{7} y = \ln[\ln^2 \ln^3 x]$$

$$\textcircled{8} y = \tan^5 \sqrt[3]{\lg \arcsin x}$$

(4) 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0, 1]$, 求下列函数的定义域

$$\textcircled{1} f(x-2)$$

$$\textcircled{2} f(\lg x)$$

(5) 若函数 $f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1 \\ 1 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 求: $f(0), f(1), f\left(\frac{5}{4}\right)$ 并作图象.

(6) $[f(x)]^2$ 与 $f(x^2)$ 是否表示同一个函数? 举例说明.

(7) 已知 $f(x)$ 的定义域是 $R, y = xf(x^2)$ 是奇函数吗?

(8) 有一边长为 a 的正方形铁片, 从它的四个角截去相等的方块, 然后折起各边做成一个无盖的小盒子, 求它的容积与截去小方块边长之间的函数关系式, 并指明定义域.

(9) 某工厂某产品年产量是 600 台, 每台售价 200 元, 根据市场预测, 当年产量超过 600 台时, 超过部分只能打 9 折出售, 这样可再多售出 200 台, 如果再多生产, 本年度就售不出去, 试写出本年度的收入函数 R .

§ 1-2 数列极限

【学习要求】

1. 理解数列极限的概念.
2. 掌握数列极限的运算法则.
3. 掌握几个常用的数列极限:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C = C (C \text{ 为常数}), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0.$$

4. 掌握无穷递缩等比数列的求和公式.

【同步训练】

1. 判断题

(1) 数列 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ 的极限为 0. ()

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{2n^2 - 1} = \frac{3}{2}$. ()

(3) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$ 的和为 $\frac{1}{2}$. ()

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^{n-1} = 0$. ()

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} + \left(\frac{1}{3} \right)^n \right] = 0$. ()

2. 填空题

(1) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\frac{1}{2}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3b_n}{a_n} =$ _____.

(2) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 4$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} [(a_n)^3 - 3b_n] =$ _____.

(3) 无限循环小数 $0.\dot{5}$ 表示成分数为 _____.

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n\pi}{n} = 0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n)\sin n\pi}{n^2} =$ _____.

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) =$ _____.

3. 选择题

(1) 数列 $a_n = (-1)^n \frac{1}{n}$ 的极限是 ()

A. 1 B. -1 C. 0 D. 不存在

(2) 数列 $a_n = \begin{cases} 0 & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{n} & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 等于 ()

A. 0 B. 1 C. -1 D. 不存在

(3) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 5$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3a_n - \frac{b_n}{5} \right)$ 等于 ()

A. -8 B. 8 C. -2 D. 2

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - n^2 + n + 1}{5n^3 + n^2 - n} =$ ()

A. $\frac{4}{5}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. ∞

(5) 已知数列 $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ 则其和为 ()

A. 2 B. -2 C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

(6) 若 $1 - x + x^2 - x^3 + \dots = 3 (|x| < 1)$, 则 x 等于 ()

A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$

4. 解答题

(1) 求下列各数列的极限

① $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 1}{8 - n^2}$

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n}\right) \left(4 + \frac{1}{n^3}\right) \left(5 + \frac{1}{n^3}\right)$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}\right)$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \cdots + 2n}{n^2}$

⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \cdots + 2n}{(n-1)(n+1)}$

⑥ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2})$

⑦ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3n^3 + 2n^2 - 1}$

⑧ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{3^n}}$

⑨ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

⑩ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right]$

(2) 将下列无限循环小数化成分数

① $0.\dot{4}$

② $0.3\dot{4}\dot{5}$

(3) 已知一个无穷递缩等比数列各项和为 12, 而各项平方和为 72, 求这个数列的首项和公比, 并写出这个数列的通项.

§ 1-3 函数的极限

【学习要求】

1. 理解 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限概念, 并明确 $x \rightarrow \infty$ 时, $f(x)$ 的极限与 $x \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty$ 时, $f(x)$ 的极限之间的关系.

2. 理解 $x \rightarrow x_0, x \rightarrow x_0 + 0, x \rightarrow x_0 - 0$ 时, $f(x)$ 的极限概念, 并明确 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x)$ 的极限与 $x \rightarrow x_0 + 0, x \rightarrow x_0 - 0$ 时, $f(x)$ 的极限之间的关系.

3. 掌握几个常用极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} C = C$ (C 为常数), $x \rightarrow \infty$ 可换为其他变化趋势.

(2) $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0, x \rightarrow x_0$ 可换为 $x \rightarrow x_0 + 0, x \rightarrow x_0 - 0$.

【同步训练】

1. 判断题

(1) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$ 都存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 也存在. ()

(2) 若 $f(x)$ 极限存在, $g(x)$ 极限不存在, 则 $f(x)g(x)$ 的极限一定不存在. ()

(3) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 则 $f(x_0) = A$. ()

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = 1$. ()

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin 2x$ 不存在, 因此 $y = \sin 2x$ 为无界函数. ()

2. 填空题

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x =$ _____; $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan x =$ _____;

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$ _____; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{x^2 + 1} \right) =$ _____.

(2) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ -1 & x > 1 \end{cases}$, $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) =$ _____; $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) =$ _____; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ _____.

(3) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & x < 2 \\ e^x & x \geq 2 \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$ _____.

(4) 设 $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____.

(5) 函数 $f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{|x|} + \frac{1}{x} \right)$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ _____.

3. 选择题

(1) 函数 $y = f(x)$ 在 x_0 点有定义是 $y = f(x)$ 在点 x_0 有极限的 ()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充分必要条件

D. 既不是充分条件也不是必要条件

(2) 若极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+a}{x^3-8}$ 存在, 则常数 a 等于()

A. 8

B. 4

C. 2

D. -2

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} [(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\cdots(1+x^{2^n})] = ()$ A. ∞ B. $\frac{1}{1-x}$ C. $\frac{1}{1+x}$

D. 1

(4) 若 $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ()$

A. 0

B. -1

C. 1

D. 不存在

(5) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ()$

A. 1

B. -1

C. 0

D. 不存在

4. 解答题(1) 设 $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ e^x & x \geq 0 \end{cases}$ 讨论当 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x)$ 的极限是否存在? 若存在极限为多少?(2) 设 $f(x) = \begin{cases} x+4 & x < 1 \\ 2x-1 & x \geq 0 \end{cases}$ 求: $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ 及 $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$, 问 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 是否存在?(3) 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & x \leq 0 \\ x^2+1 & 0 < x \leq 1 \\ \frac{2}{x} & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=0$ 和 $x=1$ 处极限是否存在? 若存在极限为多少?(4) 已知极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x+a}{x-3}$ 存在, 求这个极限.

§ 1-4 极限的运算

【学习要求】

1. 理解并熟练掌握极限的运算法则, 特别要注意在极限存在的情况下才能用法则.
2. 要注意商的极限运算法则中, 分母极限不能为零.
3. 掌握各种类型极限的求法.

【同步训练】

1. 判断题

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} (2^x + x) = 1$. ()
- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} (2^{-x} - x) = 1$. ()
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = 1$. ()
- (4) $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cos x) = 0 \times 1 = 0$. ()
- (5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} = 0$. ()

2. 填空题

- (1) 若 $f(x) = \frac{1}{x}$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 1}{4^x + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sec x - \tan x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^3 + 5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 选择题

- (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = (\quad)$

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. ∞

- (2) 下列极限运算正确的是()

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 1)}{\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 1)} = \frac{\infty}{\infty} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow \infty} x} = \frac{1}{\infty} = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x^2}{\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 1)} = \frac{0}{1} = 0$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty - \infty = 0$

- (3) 若极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+a}{x^3-27}$ 存在, 则常数 a 等于()

A. 27 B. 6 C. 3 D. -3

- (4) 下列数列存在极限的是()

A. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$

B. $1, 2, 3, \dots, n, \dots$

C. $1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n+1}, \dots$

D. $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \dots, \frac{n^2+1}{n}, \dots$

(5) 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2+1}{x+1} - (ax+b) \right] = 0$, 则常数 a, b 分别等于 ()

A. $a=1, b=-1$

B. $a=-1, b=1$

C. $a=1, b=1$

D. $a=-1, b=-1$

4. 解答题

(1) 求下列各极限

① $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}$

② $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2-3x+1}{3x^2-2x-1}$

③ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+5}{x^2+1}$

④ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2-x^2}{h}$

⑤ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)$

⑥ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{2x^2+1}$

⑦ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} + \frac{n}{n^2} \right)$

⑧ $\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{1+u^3}}{1+u}$

⑨ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

⑩ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-1}$

⑪ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}$

⑫ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

⑬ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{2x^2-1} - \frac{x^2}{2x+1} \right)$

⑭ $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right)$