

中等专业学校教材

# 理论力学

重庆电力学校 刘文定 主编



# 前 言

本书是根据原水利电力部1988年十月颁布的中等专业学校电厂热力设备安装与检修专业理论力学大纲编写的，系电厂热力设备安装与检修、电厂热能动力设备、电厂燃料系统机械化与自动化、发电厂及变电站电气设备安装与检修等专业的统编教材，也可作为其它中等专业学校相近专业的教材。本书根据热动教研会力学课程组会议确定的：尽力克服理论偏深、内容偏多偏难的倾向，贯彻理论联系实际和少而精的原则，以适应培养应用型人才的需要。

本书由重庆电力学校刘文定任主编，湖北电力学校金利民主审。静力学部分由兰州电力学校吴绍莲编写，运动学部分由西安电力学校李赋蓉编写，绪论及动力学部分由刘文定编写。在编写过程中得到了热动教研会力学课程组及部分兄弟学校老师的热情帮助和支持，在此表示衷心感谢！

诚恳希望广大师生及读者对本书的缺点提出批评指正。

编 者

1994年6月

# 目 录

前言

绪论.....	1
---------	---

## 第一篇 静 力 学

第一章 静力学的基本概念及公理.....	3
第一节 静力学的基本概念 .....	3
第二节 静力学公理.....	4
第三节 约束与约束反力 .....	6
第四节 物体的受力分析和受力图.....	9
思考题 .....	11
习题 .....	12
第二章 平面汇交力系.....	14
第一节 平面汇交力系合成的几何法及平衡的几何条件 .....	14
第二节 平面汇交力系合成的解析法及平衡的解析条件 .....	16
思考题 .....	21
习题 .....	22
第三章 力对点之矩及力偶.....	25
第一节 力对点之矩.....	25
第二节 力偶及其性质 .....	27
第三节 平面力偶系的合成及其平衡条件 .....	29
第四节 力的平移定理.....	31
思考题 .....	32
习题 .....	34
第四章 平面任意力系.....	36
第一节 平面任意力系向已知点简化.....	36
第二节 平面任意力系简化结果的讨论 .....	38
第三节 平面任意力系的平衡方程.....	39
第四节 平面任意力系平衡方程的其它形式 .....	41
第五节 平面平行力系的平衡方程.....	43
第六节 物体系统的平衡、超静定问题的概念 .....	45
思考题 .....	47
习题 .....	48
第五章 摩擦.....	52
第一节 摩擦概述 .....	52
第二节 物体具有滑动摩擦时的平衡问题 .....	55
第三节 槽面摩擦.....	57

第四节 滚动摩擦 .....	58
思考题 .....	60
习题 .....	61
第六章 空间力系 .....	63
第一节 力沿空间直角坐标轴的分解及投影 .....	63
第二节 力对轴之矩、空间力系对轴的合力矩定理 .....	65
第三节 空间任意力系的平衡方程 .....	66
第四节 空间汇交力系、空间平行力系的平衡方程 .....	69
思考题 .....	71
习题 .....	71
第七章 重心 .....	74
第一节 重心 .....	74
第二节 求重心位置的方法 .....	76
思考题 .....	79
习题 .....	79

## 第二篇 运 动 学

第八章 点的运动学 .....	81
第一节 引言 .....	81
第二节 用自然法研究点的平面曲线运动 .....	81
第三节 用直角坐标法研究点的曲线运动 .....	87
思考题 .....	90
习题 .....	91
第九章 刚体的基本运动 .....	93
第一节 刚体的平动 .....	93
第二节 刚体的定轴转动 .....	94
第三节 转动刚体内各点的速度与加速度 .....	96
思考题 .....	100
习题 .....	100
第十章 点的合成运动 .....	102
第一节 绝对运动、相对运动和牵连运动的概念 .....	102
第二节 速度合成定理 .....	103
思考题 .....	107
习题 .....	108
第十一章 刚体的平面运动 .....	110
第一节 刚体平面运动的概念 .....	110
第二节 平面图形内各点的速度分析 .....	111
思考题 .....	115
习题 .....	116

## 第三篇 动 力 学

第十二章 质点动力学基础 .....	118
第一节 动力学引言 .....	118

第二节	动力学基本定律 .....	118
第三节	质点的运动微分方程 .....	120
思考题	.....	124
习题	.....	125
第十三章	刚体动力学基础 .....	127
第一节	质点系、外力及内力 .....	127
第二节	刚体定轴转动动力学基本方程 .....	127
第三节	转动惯量 .....	129
第四节	刚体定轴转动动力学基本方程的应用 .....	131
思考题	.....	135
习题	.....	136
第十四章	动静法 .....	138
第一节	惯性力的概念 .....	138
第二节	质点动静法 .....	140
第三节	静平衡、动平衡的概念 .....	143
思考题	.....	144
习题	.....	145
第十五章	质点动量定理、动量矩定理 .....	147
第一节	质点动量定理 .....	147
第二节	质点对固定轴的动量矩定理 .....	151
第三节	定轴转动刚体的动量矩定理 .....	153
思考题	.....	154
习题	.....	154
第十六章	动能定理 .....	156
第一节	力的功 .....	156
第二节	功率 .....	160
第三节	质点动能定理 .....	162
第四节	质点系动能定理 .....	165
思考题	.....	169
习题	.....	170
第十七章	机械振动基础 .....	173
第一节	引言 .....	173
第二节	自由振动 .....	174
第三节	受迫振动 .....	179
第四节	减振与隔振简述 .....	182
思考题	.....	182
习题	.....	183
习题答案	.....	184
主要参考文献	.....	191



# 绪 论

## 一、理论力学的任务、内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门科学。

所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化。如各种气体和液体的流动；各种机器的运转；车辆、轮船、火箭、人造卫星、飞机、飞船的运动；机器及建筑物的振动等等都是机械运动。物体的平衡是机械运动的特殊情况，因而理论力学也研究物体的平衡问题。

理论力学所研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的力学基本定律为其基础的，属于古典力学的范畴。虽然古典力学有它的局限性，但是，对于速度远远小于光速的宏观物体的运动，它仍然未丧失其重要意义，在一般的工程技术问题中，古典力学仍然是研究机械运动的既准确又方便的工具，具有很大的实用意义。

学习理论力学的目的在于掌握机械运动的基本规律，为生产建设服务。因此，学习本课程的任务是：

(一) 运用力学的基本知识来解决工程技术中的实际问题；

(二) 为以后学习材料力学、机械原理、机械零件、流体力学和有关专业课提供理论基础；

(三) 通过理论力学的学习，还要培养和提高学生分析问题和解决实际问题的能力。

理论力学的内容包括以下三部分。

静力学——研究物体的平衡规律(即研究物体平衡时,作用在其上的力应满足的条件),同时也研究力的一般性质及其合成法则。

运动学——研究物体运动的几何性质(如轨迹、速度、加速度等),而不考虑作用于物体上的力。

动力学——研究物体的运动与作用其上的力之间的关系。

## 二、理论力学发展简介

力学是最早获得发展的科学之一。远在古代,人类根据劳动中积累的经验创造了一些简单工具和机械,如斜面、杠杆、滑车、辘轳等,限于当时的生产水平,所涉及的力学问题,主要是平衡问题,属于静力学的范围。在公元前287~212年,古希腊自然科学家阿基米德总结了前人积累的静力学知识,建立了有关杠杆平衡、重心、液体中浮体的平衡理论,奠定了静力学的基础。

15世纪后期,资本主义在西方开始兴起,生产发展很快,手工业、航海、建筑及军事技术方面提出了许多问题,推动了力学及其它科学的发展。17世纪伽利略开始建立动力学基本定律,后来英国科学家牛顿总其大成,提出了动力学的三个基本定律,从而奠定了古典力学的基础。

18世纪西方工业革命后，工业的迅速发展给力学提出了不少新问题，同时，数学的发展为力学朝着分析方向发展提供了条件，使得力学向深度和广度两方面推进，发展成为理论严谨、体系完整的学科。在这方面有突出贡献的科学家有欧拉、达朗贝尔和拉格朗日等。

19世纪是古典力学发展的高潮，分析力学得到了进一步发展，法国学者布安索建立了几何静力学体系，俄国的齐奥尔科夫斯基研究了火箭飞行原理和星际航行问题，振动理论也得到了很大发展。19世纪末和20世纪初，由于天文学和物理学的迅速发展，出现了许多古典力学无法解释的问题，伟大的物理学家爱因斯坦创立了相对论力学，否定了绝对空间和绝对时间，为力学的发展作出了划时代的贡献。

20世纪以来，由于科学技术高度发展，一些新技术，如高速机器、精密仪器、自动控制、火箭技术、导弹及宇航等都促进了力学的发展，并进而形成了许多专门的分支。如振动理论、陀螺理论、运动的稳定性理论、飞行力学等。同时，电子计算机的出现为力学的发展提供了有力的工具，并开辟了广阔的前景。

# 第一篇 静 力 学

## 第一章 静力学的基本概念及公理

### 第一节 静力学的基本概念

静力学是研究物体在力系作用下平衡的普遍规律的科学。所谓力系，是指作用于物体上的一群力。平衡是指物体相对于地面保持静止或匀速直线运动的状态。例如，相对于地面静止的厂房、桥梁，在直线轨道上匀速行驶的火车等，相对于地面都处于平衡状态。但它们随着地球的自转和公转又在不停地运动着。故平衡是相对的、暂时的和有条件的。

在工程实际中，要使物体处于平衡状态，作用于物体上的力系应满足一定的条件。因此，在静力学中将主要研究两个基本问题：

#### 1. 力系的简化

即把作用于物体上较复杂的力系，变换为一个最简单且与其作用效应相同的力系。

#### 2. 力系的平衡条件及其应用

即建立物体在力系作用下的平衡条件，并应用这些平衡条件解决工程技术问题。

在理论力学中，为使问题的研究得到简化，常把所研究的物体抽象为刚体。所谓刚体，是指在外力作用下，大小和形状始终保持不变的物体。由经验可知，在日常生活和工程实际中，许多物体在力的作用下，其变形一般都很小，在多数情况下，物体的微小变形，对于平衡问题的研究结果影响是很小的，直至可以忽略不计。因此，在理论力学中所研究的物体一般都可视为刚体。

但是，必须指出，实际上任何物体受力作用后，其大小和形状都要发生改变，真正的刚体是不存在的。它只是对实际物体抽象化得到的理想力学模型。当所研究的问题中，变形这一因素转化为主要因素时（如材料力学、流体力学），就不能再把物体视为刚体了。

在静力学中，还要遇到另一个重要概念——力的概念。力的概念是人们在长期的生活与生产实践中逐步形成，经过归纳、概括和科学的抽象而建立的。即力是物体之间的相互机械作用，作用的结果使物体的运动状态发生改变，或使物体发生变形。力使物体运动状态发生改变的效应，称为力的外效应或运动效应；而力使物体发生变形的效应，称为力的内效应或变形效应。理论力学只研究力的外效应，力的内效应将在材料力学中研究。

由实践可知，力对物体的作用效应取决于以下三个要素：

(1) 力的大小 是指物体间相互作用的强弱程度。按照我国常用法定计量单位的规定，力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。

(2) 力的方向 通常包括力的方位和力的指向两个含义。例如，说重力的方向是“铅垂朝下”，“铅垂”是指力的作用线的方位，“朝下”是指力的指向。

(3) 力的作用点 是指物体受力作用的地方。



实践表明，只要改变以上力的三要素中的任一要素，就改变了力对物体作用的效应。因此，要确定一个力，必须说明它的大小、方向和作用点。

力既然是一个有大小和方向的量，所以力的矢量，可以用一带箭头的有向线段的长度按一定比例尺（即单位长度代表多少牛顿力）表示力的大小，线段的方位（如与水平线的夹角 $\theta$ ）和箭头的指向表示力的方向，线段的起点或终点表示力的作用点，如图1-1中的A或B点。

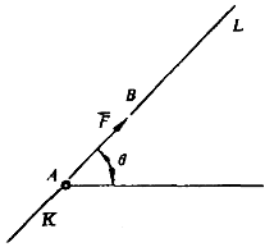


图 1-1

如图1-1所示，通过力的作用点沿力矢量画的直线KL，称为力的作用线。在本书中，凡是矢量，都用在字母上方加一横线表示。如 $\overline{F}$ 或 $\overline{W}$ 。

如果一物体在一力系作用下处于平衡状态，则称这一力系为平衡力系。若一力系用另一力系来代替而对物体产生相同的外效应，则这两个力系互为等效，或称这两个力系为等效力系。若一个力与一个力系等效，则称此力为该力系的合力，而该力系中的各力称为此合力的分力。

## 第二节 静力学公理

公理是人类在长期的生活和生产实践中，经过观察和实验，根据大量的事实，加以抽象、归纳和总结而得到的科学结论，其正确性可以在实践中得到验证，为大家所公认而无需证明。静力学公理概括了力的基本性质，是静力学的理论基础。

公理一（二力平衡公理）

作用在同一刚体上的两个力平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等、方向相反、且作用在同一直线上。

对刚体而言，公理一是必要和充分的，但对于变形体它只是必要条件而非充分条件。如软绳的两端若受大小相等、方向相反的拉力是可以平衡的，但压力则不能平衡。

公理二（加减平衡力系公理）

在作用于刚体上的任意一个力系中，加上或去掉任何一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

这一公理是研究力系简化问题的重要理论依据。

由公理一和公理二可导出如下重要推论。

推论（力的可传性原理）

作用在刚体上的力可沿其作用线移至刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用效应。

证明：设力 $\overline{F}$ 作用于刚体的A点，如图1-2(a)所示，在力 $\overline{F}$ 的作用线上任取一点B，并在B点加一等值、反向、共线的平衡力系 $\overline{F}_1$ 、 $\overline{F}_2$ ，如图1-2(b)所示，且使 $\overline{F}_1 = -\overline{F}_2 = \overline{F}$ 。显然，新力系 $\overline{F}$ 、 $\overline{F}_1$ 、 $\overline{F}_2$ 与原力 $\overline{F}$ 等效。由公理一可知 $\overline{F}$ 与 $\overline{F}_2$ 也是一平衡力系，根据公理二可将这一平衡力系从力系 $\overline{F}$ 、 $\overline{F}_1$ 、 $\overline{F}_2$ 中去掉，如图1-2(c)所示，剩下的

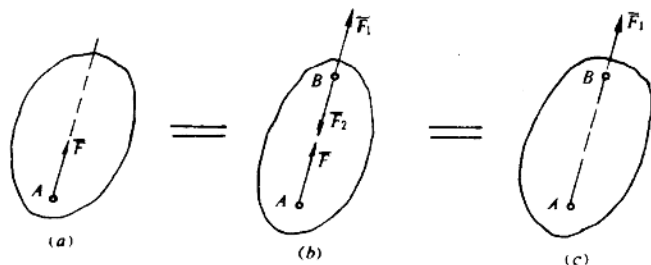


图 1-2

力  $\bar{F}_1$  与原力  $\bar{F}$  等效。这样，就相当于把原来作用在  $A$  点的力  $\bar{F}$  沿其作用线移到了  $B$  点。

由此可知，作用于刚体上的力的三要素还可表示为力的大小、方向和作用线。所以力矢是滑动矢量。

公理三（力的平行四边形公理）

作用于刚体上同一点的两个力，可以合成为作用于该点的一个合力，其大小与方向由这两个力矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线表示。如图1-3 (a) 所示。

在图1-3 (a) 中，以  $\bar{R}$  表示力  $\bar{F}_1$  和  $\bar{F}_2$  的合力， $A$  为力的作用点，则这个公理可表示为

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 \quad (1-1)$$

即作用于刚体上同一点的两个力的合力，等于这两个力的矢量和（几何和）。

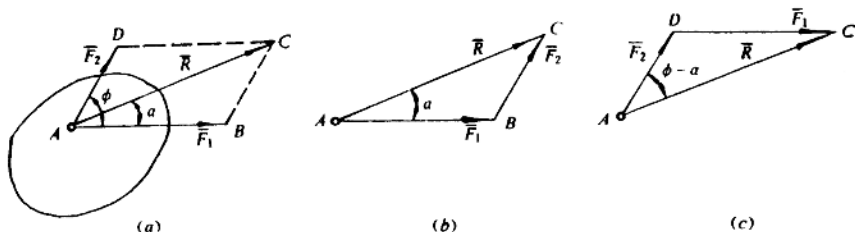


图 1-3

从图1-3 (a) 可以看出，在求两共点力的合力时，只需作出力的平行四边形的一半就可以了。从力  $\bar{F}_1$  的矢量  $\overline{AB}$  的终点  $B$ ，作力  $\bar{F}_2$  的矢量  $\overline{BC}$ ，如图1-3 (b) 所示，连接  $A$ 、 $C$  两点，即得合力  $\bar{R}$  的矢量  $\overline{AC}$ ，三角形  $ABC$  称为力三角形。这种求两共点力的合力的方法称为力三角形法则。若先作  $\overline{AD}$  表示  $\bar{F}_2$ ，再作  $\overline{DC}$  表示  $\bar{F}_1$ ，同样可得到表示合力  $\bar{R}$  的  $\overline{AC}$ ，如图1-3 (c) 所示。由此说明合力矢与两分力矢的作图先后次序无关。合力  $\bar{R}$  的大小和方向可由图上预先确定的比例尺直接量得。如需精确解，则可应用余弦定理计算  $R$  的大小

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \phi} \quad (1-2)$$

再由正弦定理确定其方向

$$\frac{F_1}{\sin(\phi - \alpha)} = \frac{F_2}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin(180 - \phi)} \quad (1-3)$$

由上述公理可导出另一重要推论。

推论（共面不平行三力平衡汇交定理）

刚体在共面而互不平行的三个力作用下处于平衡状态时，则此三力必汇交于一点。

证明：设刚体的 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三点上分别作用着共面三力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 和 $\vec{F}_3$ 而处于平衡。如图1-4所示，已知 $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_2$ 的作用线交于 $O$ 点，根据力的可传性原理，将 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 分别沿其作用线移至交点 $O$ ，并用力的平行四边形法则将 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 合成为合力 $\vec{R}$ 。此时，可视刚体只受两个力 $\vec{F}_3$ 和 $\vec{R}$ 作用而处于平衡。由公理一可知， $\vec{F}_3$ 和 $\vec{R}$ 必等值、反向、共线，即 $\vec{F}_3$ 的作用线必通过 $O$ 点。于是， $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 、 $\vec{F}_3$ 汇交于 $O$ 点。

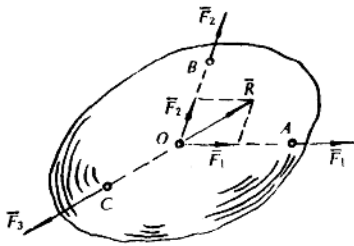


图 1-4

据此推论，若三个共面不平行力处于平衡，又知其中两力的汇交点和第三个力的作用点，则可确定第三个力的作用线必沿其作用点与汇交点之连线。还应指出，汇交于一点三个力不一定平衡。

公理四（作用与反作用定律）

一物体对另一物体施加作用力时，另一物体对此物体必有反作用力存在，且作用力与反作用力大小相等、方向相反、沿同一直线并分别作用在这两个物体上。

必须注意，作用与反作用定律中的两力与公理一中的两力是截然不同的，公理一是指两力作用于同一物体上。

### 第三节 约束与约束反力

在空间可以自由运动而不受任何限制的物体，如放入空中的气球、空中飞行的飞机、炮弹等，称为自由体。如果物体的运动受到周围物体的限制，使其运动被限制在某些方向上，则称这类物体为非自由体。在力学中，把对非自由体某些方向的运动起限制作用的物体称为约束。如放在桌面上的书，桌面是约束；斜立在墙面的梯子，地面和墙面是约束等。

约束对刚体的反作用力称为约束反力，简称反力。约束反力的大小，一般情况下是未知的，但可通过计算求得；约束反力的方向总是与物体运动受限制的方向相反；约束反力的作用点在约束与被约束物体的接触处。

作用在刚体上促使刚体运动或有运动趋势的力，称为主动力。如重力、风力、水压力和刚体所受到的推力、拉力等。主动力在工程中也称为载荷。

下面介绍工程中常见的几种约束类型及其约束反力的特性。

#### 一、柔性体约束

由柔软的绳索、胶带、链条等所形成的约束，称为柔性体约束。柔性体约束只能限制物体沿着柔性体中心线伸长的方向的运动。所以，柔性体约束的约束反力只能是拉力，方向沿着柔性体的中心线且背离被约束物体，作用点在接触点处。例如用钢丝绳吊起一汽轮

机盖，如图1-5 (a)所示，钢绳对汽轮机盖的约束反力 $\bar{T}_B$ 、 $\bar{T}_C$ 分别作用于B、C两点，且沿钢绳中心线而背离汽轮机盖。链条或皮带也都只能承受拉力，当它们绕过轮子时，如图1-5 (b)所示，约束反力沿轮缘的切线方向。

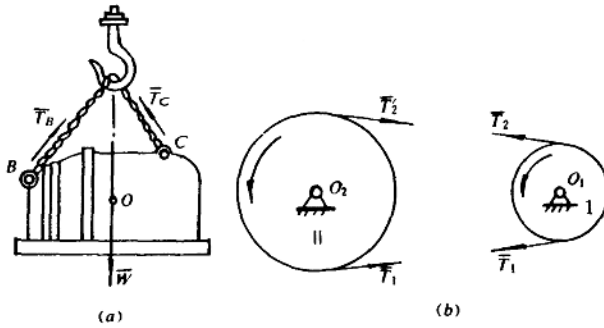


图 1-5

## 二、光滑接触面约束

当两物体的接触面视为理想光滑时，不论支承面的形状如何，只能限制物体沿着接触表面的公法线而指向支承面的运动。所以，约束反力作用在接触处，方向沿接触表面在接触处的公法线并指向被约束物体。图1-6 (a)表示圆球受光滑面约束，约束反力沿接触处的公法线指向球心；图1-6 (b)表示齿轮啮合时一个齿受到的约束；图1-6 (c)表示物体受光滑地面约束；图1-6 (d)表示直杆A、B、C三处受到的约束。这类约束反力称为法向反力。

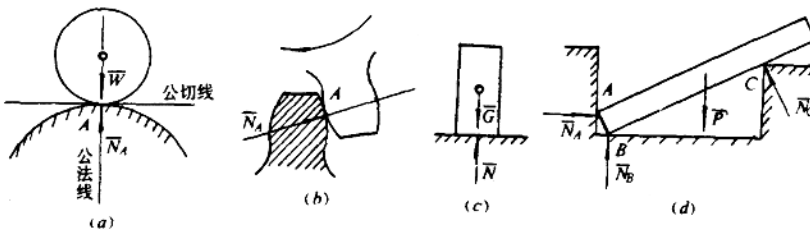


图 1-6

## 三、光滑圆柱形铰链约束

圆柱形铰链亦称铰链，在工程中常用以连接构件或零部件。它是将两个构件各钻上同样大小的圆孔，并用圆柱形销钉插入两构件的圆柱孔而构成，如图1-7 (a)、(b)所示，其简图如图1-7 (c)所示。

若销钉和柱孔是光滑的，则销钉只限制A、B两构件的相对移动，而不能限制两构件绕销钉的转动。因此，光滑圆柱形铰链约束的约束反力必垂直于销钉轴线且通过销钉中心，作用点在销钉和圆孔的接触处，方向待确定，如图1-7 (d)所示的 $\bar{N}$ ，大小和方向可用力 $\bar{N}$ 和角度 $\theta$ 表示。工程中，常将力 $\bar{N}$ 用两个大小为未知的正交分力 $\bar{N}_x$ 、 $\bar{N}_y$ 表示，如图1-7 (e)所示。

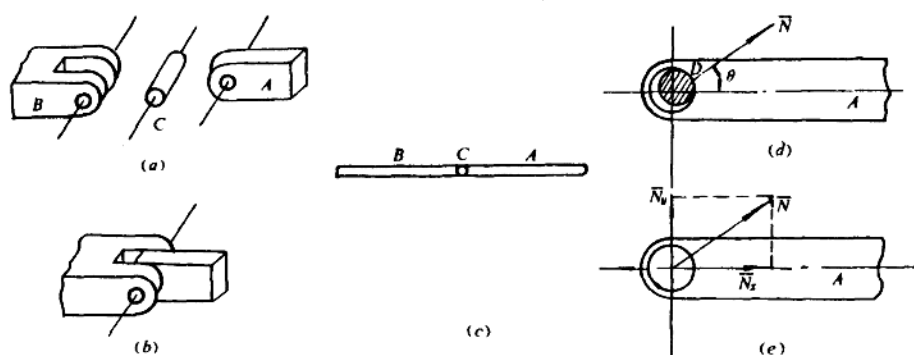


图 1-7

如果用销钉将一构件与支座连接，就构成了铰链支座。工程上常用的铰链支座的形式有如下两种：

(1) 固定铰链支座 若支座固定于地面或机架上，则称为固定铰链支座，如图1-8 (a)所示，其简图如图1-8 (b)。显然，略去摩擦不计时，销钉对构件的约束与光滑圆柱形铰链的销钉对构件的约束完全相同，其约束反力通常亦用两个正交分力 $\bar{N}_x$ 和 $\bar{N}_y$ 表示，如图1-8 (c)所示。

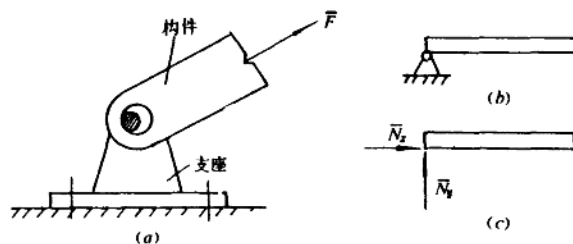


图 1-8

(2) 可动铰链支座 若铰链支座和光滑支承面之间垫有几个圆柱形辊轴，这样便允许构件沿支承面运动和绕销钉转动。这种支座称为辊轴支座，亦称可动铰链支座，如图1-9 (a)所示。可动铰链支座只能限制构件沿着支承面法线方向的运动，故其约束反力垂直于支承面，且通过销钉的中心。图1-9 (b)、(c)分别为这种支座的简图及其约束反力

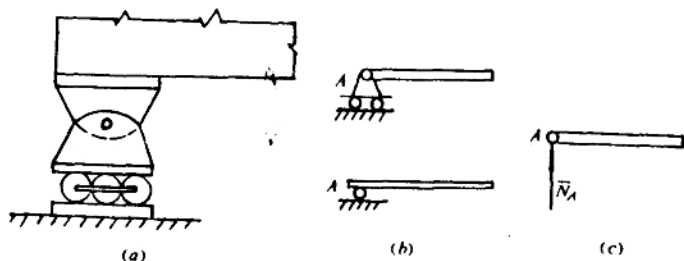


图 1-9

的表示法。

工程上有的构件可不计自重，两端用光滑铰链与其它构件相连接，构件的中间部分不受任何载荷作用，只有两端点受力而处于平衡时，称这类构件为二力构件。如图1-10(a)所示。二力构件的形状可以是任意的，既可以是直杆，如图1-10(a)中的 $CD$ 杆；也可以是曲杆，如图1-10(a)中的 $AB$ 杆。根据二力平衡公理，二力构件的约束反力作用线必定沿两端铰链中心的连线，如图1-10(b)所示，其指向则应视杆件是拉杆或压杆而定。

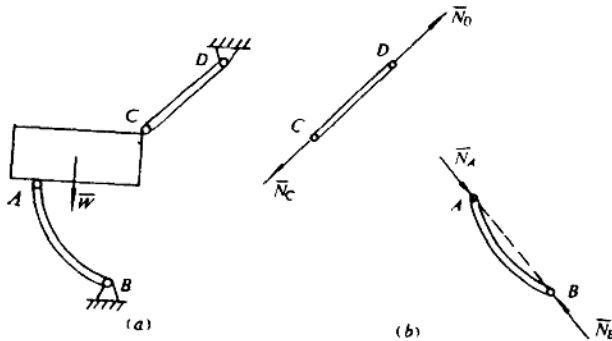


图 1-10

在研究非自由刚体的平衡问题时，设想把对刚体的约束去掉，用相应的约束反力代替约束的作用。此时，刚体在全部主动力和约束反力作用下仍保持平衡。则可将非自由刚体的平衡问题，当作自由刚体在主动力和约束反力作用下的平衡问题来研究。这一原理称为解除约束原理：当受约束的刚体在主动力的作用下处于平衡时，若将其部分或全部的约束除去，代之以相应的约束反力，刚体仍处于平衡。

#### 第四节 物体的受力分析和受力图

无论研究静力学或动力学问题，首先要明确研究对象，然后分析研究对象受到哪些力的作用，这一过程就是通常所说的物体的受力分析。

进行受力分析时，必须先解除研究对象的全部约束（即从与它相联系的周围物体中分离出来），并单独画出其轮廓简图。这一步骤称为取分离体（隔离体），然后将研究对象受到的全部主动力和约束反力画在分离体上，得到表示物体受力情况的简明图形，称为研究对象的受力图。

恰当地选取研究对象，正确分析其受力并画出受力图是解决力学问题首要的关键步骤，必须认真对待，反复练习，熟练掌握。为画好受力图，下面举例说明。

**【例1-1】** 某发电厂的运煤小车由钢绳牵引沿轨道匀速提升。小车和煤共重为 $\bar{W}$ ，重心在 $C$ 点，如图1-11(a)所示。略去摩擦及钢绳重量，试画出运煤小车的受力图。

**解** 取小车为研究对象，解除约束。作用在小车上的主动力有小车和煤的重力 $\bar{W}$ ，作用在重心 $C$ 沿铅垂向下。约束反力有钢绳的拉力 $\bar{T}$ ，方向沿钢绳中心线背离小车；轨道的



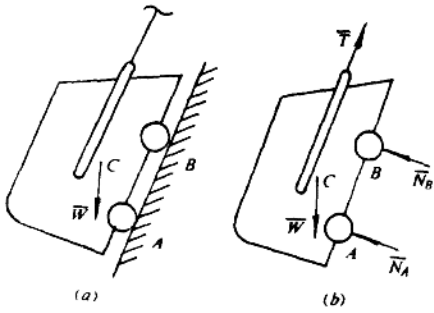


图 1-11

法向反力  $\bar{N}_A$ 、 $\bar{N}_B$ ，沿接触处的公法线，指向小车。小车的受力图如图 1-11 (b) 所示。

**【例 1-2】** 简支梁  $AB$  的  $A$  端为固定铰链支座， $B$  端为可动铰链支座，梁中点  $C$  受动力  $\bar{F}$  作用，如图 1-12 (a) 所示。不计梁重，试画出梁  $AB$  的受力图。

**解** 取梁  $AB$  为研究对象，解除约束，将  $AB$  梁单独画出。梁的  $C$  点作用有主动力  $\bar{F}$ ； $B$  端为可动铰链支座，其约束反力作用线必垂直于支承面，且指向梁端； $A$  端为固定铰链支座，

其约束反力有两种表示方法：图 1-12 (b) 所示是将约束反力分解为两个互相垂直的分力  $\bar{R}_{Ax}$  和  $\bar{R}_{Ay}$  的情况，指向可假设；图 1-12 (c) 所示是应用共面不平行三力平衡汇交定理求得  $\bar{R}_A$  方向的情况，先找出  $\bar{F}$  和  $\bar{R}_B$  的作用线交点  $D$ ，连接  $AD$  就得到  $\bar{R}_A$  的作用线。

**【例 1-3】** 图 1-13 (a) 所示为发电厂中常见的管道支架。已知重  $\bar{W}$  的管道放置在支架  $AB$  杆上的  $D$  点。 $A$ 、 $B$ 、 $C$  处均可视为铰链连接，不计各杆自重和各接触处摩擦。试分别画出管道  $O$ 、水平杆  $AB$ 、斜杆  $BC$  和整体的受力图。

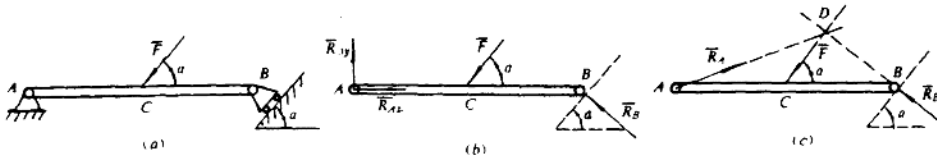


图 1-12

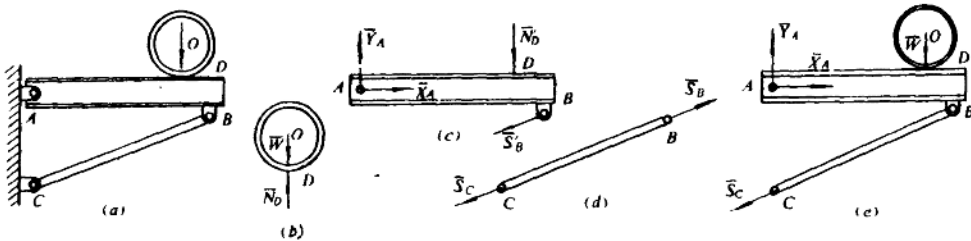


图 1-13

**解** 管道  $O$ 、水平杆  $AB$ 、斜杆  $BC$  和整体的受力图分别如图 1-13 (b)(c)(d)(e) 所示。其中管道  $O$  受主动力  $\bar{W}$  和水平杆  $AB$  的约束反力  $\bar{N}_D$  作用。斜杆  $BC$  为二力杆，铰链  $C$  处的约束反力  $\bar{S}_C$  必沿杆  $BC$  的轴线。铰链  $A$  处的约束反力方向可视为待定，将其分解为两个互相垂直的分力  $\bar{X}_A$  和  $\bar{Y}_A$ ，也可根据共面不平行三力平衡汇交定理确定铰链  $A$  处的约束反力  $\bar{N}_A$  的作用线方位及指向（留给读者自行完成）。

通过上面的实例分析，现将画受力图时一般的方法步骤和应注意的问题归纳如下：

1) 首先必须根据所研究的问题, 恰当确定研究对象。研究对象可以是单个物体, 也可以是几个物体的组合。把所要研究的物体的约束解除, 分离出来 (即取分离体), 单独画出其轮廓简图 (即分离体图)。

2) 正确分析、确定研究对象所受的力。对每一个力都应该明确它是哪一个施力物体施加于研究对象的; 同时, 凡是研究对象 (受力体) 与周围物体 (施力物体) 的接触处, 一般情况下必定存在着约束反力。

3) 画约束反力时, 一定要根据约束类型, 正确地画出相应的约束反力。

4) 若取由几个物体组成的系统为研究对象, 则该物体系统中各构件间相互作用的力不要画出, 只需要画出此系统的全部外力。

5) 分别画两个相互作用物体的受力图时, 要特别注意作用力和反作用力的关系, 当其中一个力的方向一经确定 (或假定), 则另一个力必与其反向, 不能再假定。

### 思考题

1-1 图1-14所示  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三物体各重均为  $\bar{W}$ 。试问  $A$  与  $B$ 、 $B$  与  $C$  及  $B$ 、 $C$  与支承面之间是否有力的作用?

1-2 如图1-15所示结构, 略去各杆自重, 各节点均为铰链连接, 力  $\bar{F}$  与  $\bar{F}'$  等值、反向、共线。试问能否根据二力平衡公理判断结构是平衡的? 为什么?

1-3 两杆连接如图1-16所示, 在  $BC$  杆上作用一力  $\bar{F}$ , 当求支座  $A$ 、 $B$  的约束反力时, 能否将力  $\bar{F}$  沿其作用线移至构件  $AC$  上? 为什么?

1-4 试将作用于  $A$  点的力  $\bar{F}$ , 如图1-17所示, 依下述条件分解为两个力:

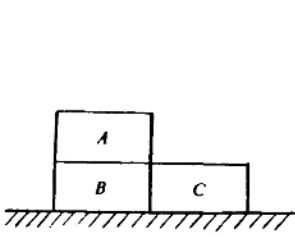


图 1-14

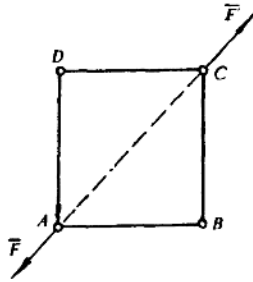


图 1-15

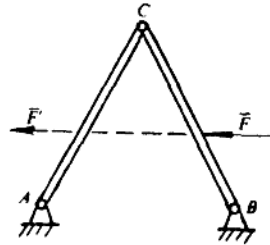


图 1-16

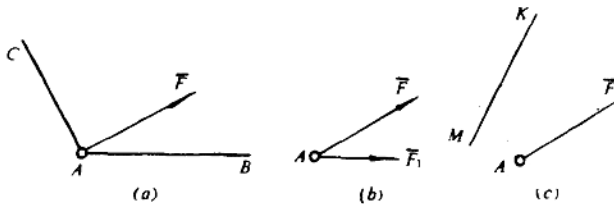


图 1-17

- (1) 沿  $AB$ 、 $AC$  方向；
- (2) 已知分力  $\bar{F}_1$ ，求另一分力  $\bar{F}_2$ ；
- (3) 一分力沿已知方位  $MK$ ，另一分力要数值最小。

1-5 图1-18所示的结构中，各杆自重不计，试定出铰链支座  $A$ 、 $B$  的约束反力方向？

1-6 如图1-19所示，三个力恰巧构成平行四边形。问哪一个图中的力  $\bar{R}$  是对应的  $\bar{F}_1$ 、 $\bar{F}_2$  的合力？哪一个图中的力  $\bar{R}$  是对应的  $\bar{F}_1$ 、 $\bar{F}_2$  的平衡力？各力作用点都在  $A$  点。

1-7 图1-20各题中所画各物体的受力图是否有错？如有错，请改正。

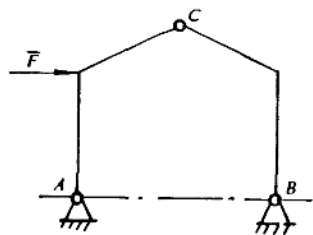


图 1-18

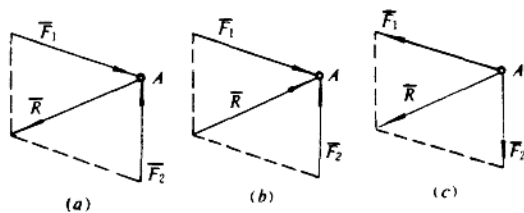


图 1-19

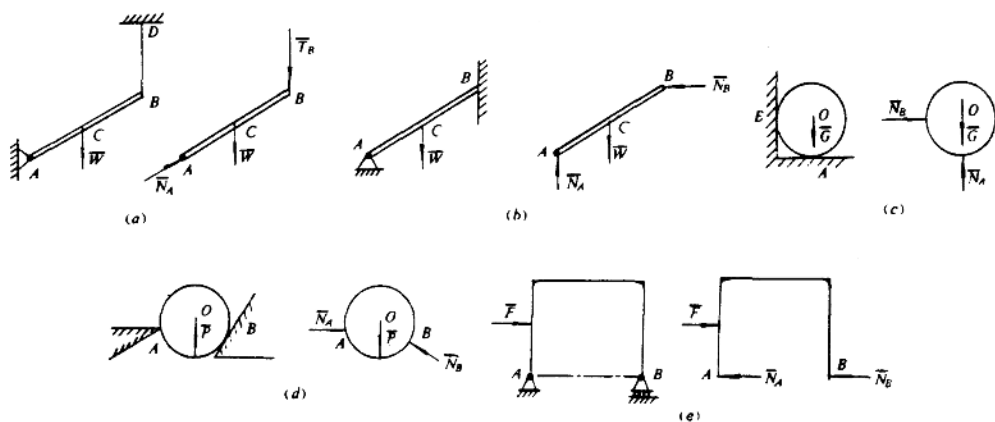


图 1-20

## 习 题

1-1 下列各物体都处于平衡状态，如题1-1图所示。假定所有接触处是光滑的，其中没有画出重力的物体都不计自重。试画出各指定物体的受力图。

1-2 试画出题1-2图所示的杆  $AB$  的受力图。若  $AB$  重  $\bar{W}$ ，长  $AB = l$ ， $\alpha = 60^\circ$ ，各处为光滑接触。判断杆  $AB$  能否处于平衡状态？为什么？

1-3 简易起重架如题1-3图所示， $A$ 、 $C$ 、 $D$  三处都是圆柱铰，被起吊的物体重为  $\bar{G}$ ，绳的拉力为  $\bar{T}$ ，杆重不计。试分别画出重物连同滑轮、横梁  $AB$  和整体的受力图。