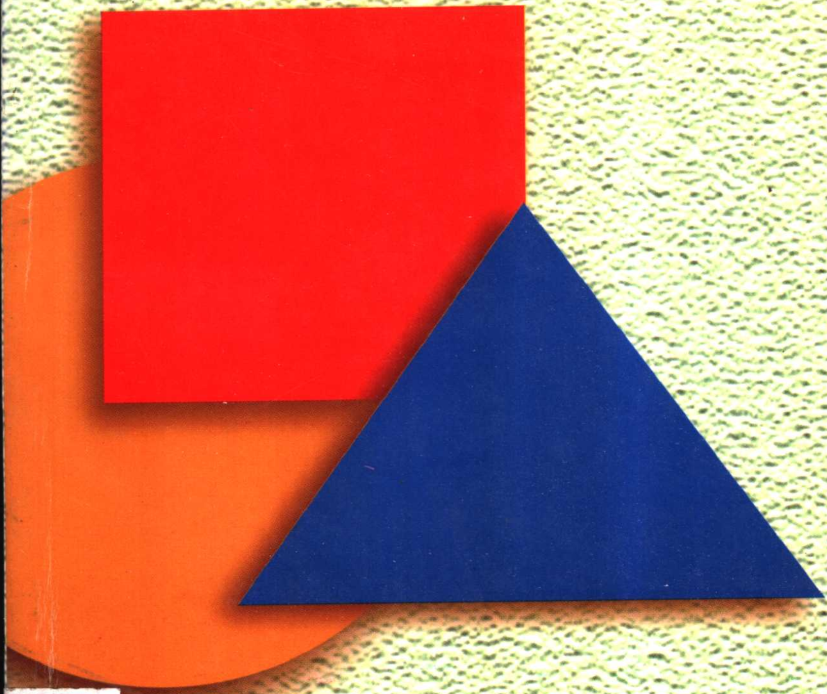
生活中的数学

管理必读

盛立人 编著



中国科学技术大学出版社

生活中的数学

——管理必读

盛立人　编著

中国科学技术大学出版社
1999·合肥

图书在版编目(CIP)数据

生活中的数学/盛立人编著.—合肥:中国科学技术大学出版社,1999.8
ISBN 7-312-01034-2

Ⅰ.生…
Ⅱ.盛…
Ⅲ.数学—普及读物
Ⅳ.O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 03938 号

中国科学技术大学出版社出版发行
(安徽省合肥市金寨路 96 号,230026)
安徽金寨印刷厂印刷
全国新华书店经销

开本:850×1168/32　印张:7.5　字数:195 千
1999 年 8 月第 1 版　1999 年 8 月第 1 次印刷
印数:1—4000 册
定价:9.50 元

前　　言

一

1969年7月一个普普通通的夜晚，我们这个地球上有不少人在电视上看到了一个难忘的场面：有一个人慢慢登上月球！

应当说，这是一个具有历史意义的镜头，因为它圆了人类千百年来的一个梦．在人类历史上，曾有多少人(包括像苏东坡、儒勒·凡尔纳和毛泽东那样伟大的诗人和作家)一直在憧憬着月亮上的一切：广寒清虚，琼楼玉宇，嫦娥起舞，月兔捣药，良辰美景，才子折桂……

那位登月者名叫内尔·阿姆斯特朗，是一位来自美国的宇航员．当他向月球迈出第一步的时候，全世界观看电视的人都在为他捏一把汗：他在月球上安全吗？他会碰到什么太空怪兽吗？即使他能在月球上太太平平，但他将怎么返回地球呢？他的回程会和他的出发一样顺利吗？要是他回不来怎么办？难道他真要异球他乡，月上悲思，不堪回首？……

是的，历史上曾经经历过多少次失败的尝试，失误，危险，死亡，这一切都在增加这次登月活动的悬念．1969年以前，除了法国小说家儒勒·凡尔纳曾经在小说《月球旅行记》里设想过一个虚拟的登月工程方案外，没有人曾真正设想过可以用发射器把人射进太空！但是现在，这件事人类自己办到了！不用说，这次行动的成功，意味着人类在探索宇宙奥秘方面跨了一大步．

绝大多数人都从科学技术的角度看待登月，他们认为这是物理、化学、工程、生物以及有关学科技术的全面发展和推进并相互渗透的结果．这当然是不错的，但这只是问题的一个方面．或许很少有人会想到，实施登月这样一个大型行动，还需要开辟另一个战场，一个协作的战场，这里必须有人制订计划，精心安排各项工作，并把成千上万个不同部门的工作计划有机地协调在一起．而这种从事协调的本领来自数学的一门分支——**管理数学**．事实上，在登月计划里，美国在这个战场中的投入量并不比技术方面的少．因此，登月计划的成功实际上也是管理科学的一次长足的发展．

1969年阿波罗11号安全登月计划的主要负责人弗莱达(Robert Freitag)对于管理科学在这个历史事件中所发挥的巨大作用体会尤深，他事后曾这样回忆：

“阿波罗计划的一个十分重要的内容是，必须在最严格的意义上分解我们的任务……整个计划要求在肯尼迪角安装一架发射器，并把宇航员连同登月舱一起发射出去，然后再让它从绕月轨道逐渐降落到月球表面．接下来得让它再进入绕月轨道，然后回家……

我们首先是把计划分成许多小任务：发射装置，登月舱，月球模型，以及世界范围的无线电网络.而对每一个这样的小任务，例如制造发射器，又得分成发动机或导向装置等等更小的任务.一句话，整个任务就像是一颗树，正是这颗树支撑着整个计划……

我们把发射器等部件的制造分割给十个或二十个工业承包人，他们又把工程下达给二三十个甚至五十个分包人，由个人负责.一个重要的问题是：这些细小部件必须在指定的同一时间进行组装、启动和工作.正是管理科学在帮着我们！阿波罗计划实际上动员了近四十万人，朝着同一个目标开展工作……”

二

比起其他数学学科来，管理数学更有自己的特点.一方面，差不多在我们日常生活的每一个角落里都可以找到管理数学的影子，但是它们却又根本不像是一个数学问题.另一方面，即使你动用了已有的全部数学知识，有时候你可能仍然对其一筹莫展！

说到这里，不少人会以为，管理数学既然那样不可驾驭，要讨论它想必是专家们的事.这是一种错觉！由于多年来实际部门的工作和研究，这门科学已经变得愈来愈有群众性.除了程度不同外，这是一门人人可以学习、人人可以动手试试的数学，哪怕你是一个对数学不感兴趣的人.

但问题还有更重要的一面.面对几百天以后的新世

纪，人们应当具备什么样的科学素质？学校里的教本还能不能指导人们去面对日常生活中层出不穷的新现象？能不能架起一座联系学校和社会，并将书本知识转化为实用常识的桥梁？在浩瀚的数学王国里，管理数学无疑是能担此重任的分支之一.

我们在本书中将讨论12个专题，它们来自生活的各个侧面，有些简直就是我们天天碰到的事(如选举与表决等)，有些来自日常管理(如邮递员问题和推销员问题)，还有一些则来自近年来人们探索自然中的重大发现(如分形和混沌等).这些问题都伴有一些有趣的小故事，而每一个貌不惊人的小问题里都蕴含着深厚的科学背景，有些至今尚未找到答案，仍被专家们研究着.此外，通过适量的试验和练习，我们在本书里还能学到许多处理身边问题的好方法(如时刻表与储藏室问题等)，理解和学会使用它们无疑是一件有意义的事.

盛立人

1998年12月

目　次

一

形状、匹配与人口

1 如来佛身高是多少？

在这一单元里，我们将从身边的常见现象谈起，为的是说明自然界的万物是如何地协调、和谐与匹配.例如我们要问，世间万物的大小、形状、幅员、数量有无什么内在联系(匹配问题)？如果有，那么这种搭配有没有一个最佳化程式(即款式问题)？

小说《西游记》里曾说到，孙悟空一个跟头翻了十万八千里，居然没能离开如来佛的手心.但是不会有多少读者去想，如来佛的身高是多少？无独有偶，美国在30年代曾拍过一部电影《金刚》，说的是有人在非洲猎得一只身高三十多米的猩猩，带到纽约展览，结果造成金刚——人们给猩猩起的名字——大闹纽约的故事.

但是，金刚塑造得再巧妙，却也逃不过数学家的法眼.只消略加计算，即可明白金刚是不可能存在的！要说清楚这件事，需要先讲一点压力和压强的概念.

考虑两个铁块，其形状都是立方体，后者是前者的2倍放大(见图1.1).现在铁块的重量全压在立方体的底面上，物理学里把单位底面积上承载的重量称为压强，用以度量底部的受力情况.假如立方体的每边长为1米，因为铁的密度是8000千克／立方米，因此很容易算出，一块边长1米的立方铁块底面的压强是

$$\frac{\text{体积}\times\text{密度}}{\text{底面积}}=\frac{(1\times1\times1)\times8000}{1\times1}$$
$$=8000(\text{千克}/\text{平方米}).$$

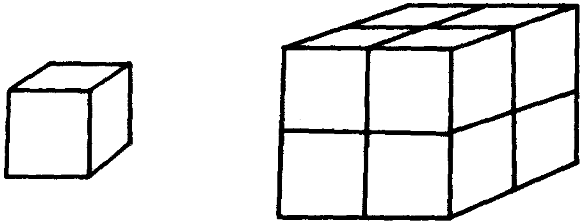


图 1.1

同样,放大 2 倍的那个铁块底面的压强是

$$\frac{(2\times2\times2)\times8000}{2\times2}=16000(\text{千克}/\text{平方米}).$$

说得仔细一些,当度量放大 2 倍时,体积增加了 8 倍,压强增加了 2 倍.把上述计算多看几遍,可知更一般的规律也是对的:如果把立方体放大 N 倍,则体积和重量都增加 N^3 倍,但压强只增加 N 倍.例如,我们来算一下一块边长 10 米的立方体铁块的压强.现在体积 V 是 1000 立方米,重量 W 是 $1000\times8000=8000000$ 千克,底面积 A 是 100 平方米,因此底面的压强是

$$P=\frac{W}{A}=\frac{8000000}{100}=80000(\text{千克}/\text{平方米}).$$

注意,当放大倍数不断增加时,很可能会发生这样一种现象:铁块本身的重量超过了底面的承受能力,这时铁块在自身重量之下将发生形变,或者弯曲,或者折断.实验室里证明,一个边长 5 千米的立方体,如果是用铁铸就的,便会发生上述情况.这种能够承受的最大压强,我们称为**耐压强度**.我们可以算出铁的耐压强度是 4×10^7 千克/平方米.计算如下:

一个边长 5 千米的立方体等于一个边长 1 米的立方体放大 5000 倍,因此根据我们刚才所说的,边长 5 千米的立方体铁块比起边长 1 米的立方体铁块,底面压强将增加 5000 倍,所以耐压强

度就是

$$5000 \times 8000 = 4 \times 10^7 (千克/平方米).$$

有了这个数字,我们立刻得知金刚是不可能存在的,因为骨质的耐压强度远不如铁.再说,在物体放大某一倍数时,体积和重量以立方比例增加,而压强仅以倍数增加.假设金刚的高度只是常人的20倍,那么它的重量应是常人重量的8000倍,它的骨架的耐压强度却只能达到常人的20倍!当然,如来佛更是不可能存在的,除非他和金刚都为自己设计了新型合金骨架,因而铸就了金刚不坏之身!

我们现在顺着上面这个想法,去看一看地球上的山到底能达到多高?三百多年前,一位伟大的科学家伽利略曾经用同样的想法计算出了这么一个结果:地球上最高的树不高于90米.他的计算不算很准确,因为现在已经知道世界上最高的树是长在美国西海岸的一株红杉,高达110米.

已经知道地球上最高的山是珠穆朗玛峰,高约为10公里,我们就以它为例,算一下它的底面压强是多少?在计算前,我们得作一些符合实际的假定.设山峰是一个圆锥体,它的高度和底圆直径相等(见图1.2),则体积为

$$V = \pi \times r^2 \times \frac{h}{3} = \frac{\pi \times r^3}{3},$$

底面积为

$$S = \pi \times r^2.$$

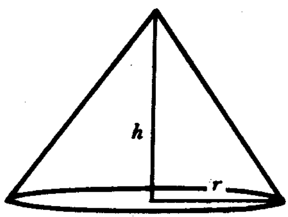


图 1.2

用上述公式计算珠穆朗玛峰的体积大约是260立方公里,底面积

大约是 80 平方公里.再假定整个山由花岗岩组成,且密度均匀.已知花岗岩的密度为 2600 千克/立方米,其耐压强度是 5×10^8 千克/平方米.珠穆朗玛峰有多重呢?

因为 260 立方公里等于 26×10^{10}立方米,所以重量为

$$2600\times26\times10^{10}=676\times10^{12}(\text{千克}).$$

现在珠穆朗玛峰的底面积大约是 80 平方公里,即等于 8×10^6平方米,因此最后算出珠穆朗玛峰底面的压强等于

$$\frac{676\times10^{12}}{8\times10^6}\approx8.5\times10^7(\text{千克/平方米}).$$

这个数字大大低于花岗岩的耐压强度 5×10^8 千克/平方米,所以珠穆朗玛峰至今耸立不动!

用上面这个算法可以估算出地球上最高的花岗岩山的高度不超过 30 公里,但物理学家们从实际出发考虑,得到的限度是 20 公里.

我们能设想用别的物质组成的山能有多高,譬如冰山、木山.我们还能设想别的星球上的山能有多高,以及是不是要取决于那里的重力.

2 人到底有多大能耐?

从上面的讨论我们应该得出一个结论:如果要改变物体的比例,就得改变物体的质量或形状.或者也可以说,物体的大小和它的形状(或质量)必须互相协调.这就是我们在前面谈到的匹配问题.例如,一栋大楼和一部机器显然不会有同一造型,再说木材和塑料都不足以作为材料,非得是铝、铁等金属不可.因此,碰到匹配问题时,或者改用更强的材料,或者改动设计.例如,可以将图 1.3 左边的装置改成右边的装置,以减弱底面的压强.

在自然界里,这种现象更加突出.一只小动物的骨架不如大动物的结实.例如,一只老鼠和一头大象如果用相仿的材料制成,其形状肯定是不同的.因为如果老鼠大如大象,那它的腿将不足以支

持全身的重量.一头30吨重的恐龙,必须经常减轻体重,以适合生

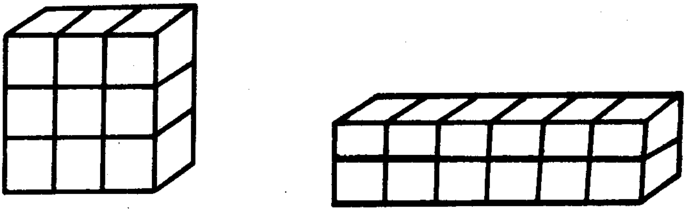


图1.3

存环境,否则就会被自然界淘汰.这种体重和形状的匹配也可以看作物体体积和面积之间的一种内在关系.自然界的这种现象,人们长期以来都是知道的,或许可以说是存疑已久,要不然怎么会有许多人通过诗文来表达他们的意愿呢?请看:

我欲乘风归去,又恐琼楼玉宇,高处不胜寒.(苏轼)

可上九天揽月,可下五洋捉鳖.(毛泽东)

也许我们现在可以给诗人们说说,为什么人本身没有诸如神兵天降,一蹴登高,如鱼在水,翱翔长空等等本事.

先说坠落.一只老鼠可以从十层高楼坠落而安然无恙,一只猫也可以从两层高楼安然跳下,但一个人只能从与自己身高相近的高度跳下,为什么?这是因为坠落时所需要的能量与坠落物的重量(或其体积)成正比,这个能量需要被物体本身或周围的环境(例如声音)所吸收.但是坠落物能量的吸收依赖于物体的表面积的大小,就像立方体铁块的压强依赖于其底面一样.物体愈大,即体积愈大,从而其下坠能量也愈大,且其增加速度远大于面积的增加速度——因为前者以立方速度增加,而后者以平方速度增加.因此,体积增大,从同一高度坠落的危险也增大.

且说潜水.一头鲸可以在水下历时20分钟而不呼吸,我们却不能,为什么?其根本原因是因为我们没有它那么大.哺乳动物屏住呼吸的能力取决于两个方面:蓄于肺部的氧气的体积和氧气被肺表面吸收的速度.前者与动物的体积,因而与动物的长度的立方

成正比，后者与动物的长度的平方成正比，因此，潜水时间应当与肺部的体积与肺部的面积的比值成正比，即与动物的长度成正比．可见，与硕大的鲸相比，人就没有这种能耐了．也许个别人可以比一般人潜水时间更长一些，传说中的瑜珈功可以让人潜水 72 个小时，这种有关特异功能的讨论就不属于本书的范围了．

再看跳高．一只跳蚤可以垂直上跳六七十厘米，这要超过它的身高好几十倍．许多人相信，如果跳蚤像人一样大，它可以上跳三百多米．但这只是一种想像而已！一只放大的跳蚤与一只小跳蚤几乎跳得一样高！这是因为，肌肉的强度与肌肉的截面面积成正比．跳高仰仗于肌肉长度的突然收缩，所以弹跳能力与肌肉的体积按比例相匹配．但跳蚤的体积或重量又与其腿部肌肉的体积成正比，所以跳蚤的跳高能力与其重量大小按比例相匹配．现在，假设一只跳蚤的腿部肌肉占其全身的 1%，如果我们把它放大到与人一样大，则其腿部肌肉仍占全身的 1%．对这两只跳蚤来讲，两者的每一块肌肉仍然只能激发相同的能量，因而它们跳得一样高．

现说飞行．驻留空中飞行所必须的能量正比于翅翼负荷，也就是说，取决于重量与翅膀面积的比．我们记得，在放大时，重量将与飞鸟或飞机的长度的立方成正比，但翅翼的面积仅与长度的平方成正比．因此，翅翼负荷将正比于飞行物的长度．例如，将一只鸟或一架飞机放大 4 倍，则它们的体积将放大 $4^3=64$ 倍，而它们的翅翼面积只放大了 $4^2=16$ 倍．所以翅翼面积每增加 1 倍，就得承担 4 倍的重量．其次，它们还必须保持运动．为了保持在一个飞行高度上，必须尽快飞行以便提升翅翼．物理学告诉我们，这种飞行的最小速度与翅翼负荷的平方根成正比．把两件事结合起来考虑，我们就可以知道，这个最小速度与长度的平方根成正比．也就是说，飞行物放大 4 倍，则必须加快 $\sqrt{4}=2$ 倍飞行！例如一只麻雀，它的最小飞行速度大约为每小时 30 公里．一只鸵鸟大约是麻雀的 25 倍长，所以鸵鸟的最小飞行速度是每小时 $\sqrt{25}\times 30=150$ 公里．你见过一只慢慢飞行的鸵鸟吗？当然，有许多大飞鸟往往生有并不成