

近 1000 名曾是学习高手的名师倾心打造



刘德 林旭◎主编

THE
EXPERT in
STUDYING

学习高手



数学

【高二上册】

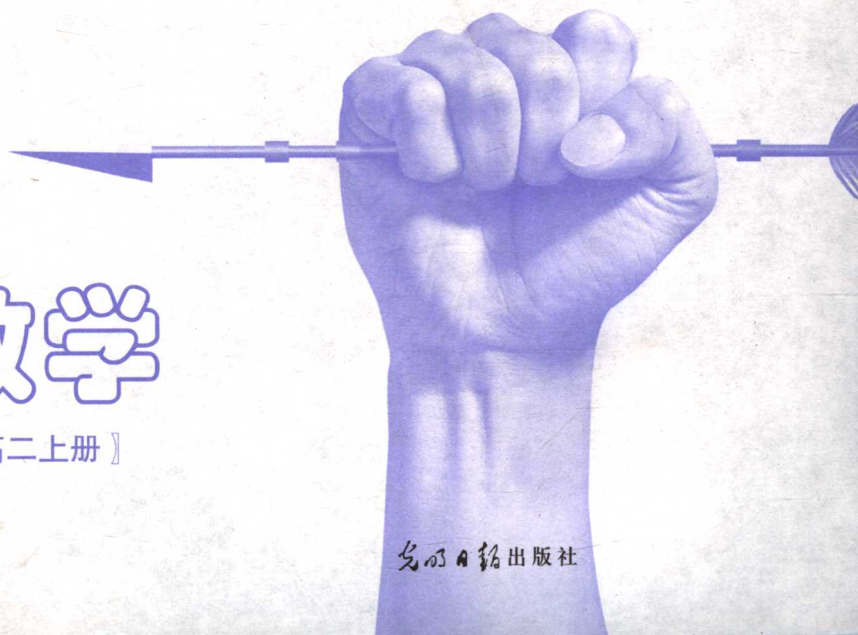
光明日报出版社



THE EXPER in STUDYING

学习高手

主 编 刘 德 林 旭
本册主编 刘锡宝
副 主 编 肖秀玲
编 者 刘锡宝 肖秀玲 秦允成 赵友廷



数学

【高二上册】

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手. 数学. 高二. 上册/刘德, 林旭主编. —北京: 光明日报出版社, 2006. 5
ISBN 7-80206-286-1

I. 学... II. ①刘... ②林... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 046881 号

学习高手

主 编: 刘 德 林 旭

责任编辑: 温 梦

封面设计: 懿 林

责任校对: 徐为正

版式设计: 张 颀

责任印制: 胡 骑

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市崇文区珠市口东大街 5 号, 100062

电 话: 010-67078243(咨询), 67078945(发行), 67078235(邮购)

传 真: 010-67078227, 67078233, 67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E - mail: gmcbs@gmw.cn

法律顾问: 北京盈科律师事务所郝惠珍律师

印 刷: 高青龙马印务有限公司

装 订: 高青龙马印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社联系调换。

开 本: 890×1240 1/32

字 数: 3986 千字

版 次: 2006 年 6 月第 1 版

书 号: ISBN 7-80206-286-1

印 张: 101.75

印 次: 2006 年 6 月第 1 次印刷

总定价: 152.60 元(全 9 册)

版权所有 翻印必究

THE EXPERT IN STUDYING 学习高手 的三重境界

1 THE FIRST



确立学习目标，了解所学内容概要，把握科学的学习策略，为后续的学习做到心中有数、有的放矢，找到“一览众山小”的感觉。

2 THE SECOND



在建立起知识的框架结构后，要充分发挥主观能动性，积极主动地去解读知识、解读方法、解读规律，突破重点、难点，进行知识、方法、规律梳理，收到“庖丁巧解牛”的奇效。

3 THE THIRD



要进行知识与技能、方法与过程、情感态度价值观的强化训练、及时反馈、适时升华，进入“更上一层楼”的佳境。

THE EXPERT IN STUDYING 告学习高手书

会学习的人，感受到学习是一种收获、一种乐趣、一种享受，而不是一种差事、一种负担、一种压力。

会学习的人，能够在学习时光中变得更加聪明、更加睿智，而不会变成死读书、读死书的“书呆子”。

“会学习的人”也就是我们通常所说的“学习高手”。“学习高手”能够在学习的征途上披荆斩棘、勇往直前，遇到困难时应付自如、无师自通。

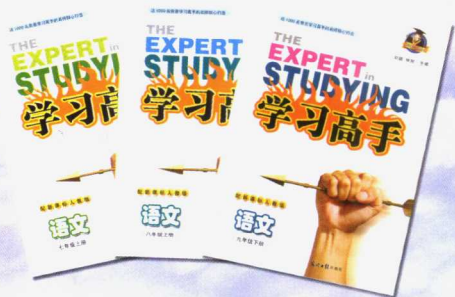
做任何事情，都要注重策略、讲究方法，如果策略正确、方法得当，做事情就会事半功倍；反之，如果不讲策略、毫无章法，结果就会事倍功半。

现代社会知识容量剧增，更新速度加速，时代对我们提出了越来越严格、越来越多的学习要求。只凭“铁杵磨绣针，功到自然成”的方式进行学习，肯定是收效甚微。学习的成败决不仅仅取决于刻苦、勤奋、毅力、耐力，更重要的是注重学习的策略、方法和窍门。

要想成为学习高手，自然就要讲策略、重方法、掌握学习中的窍门。

你想成为“学习高手”吗？

那就按照《学习高手》中的学习策略放手一搏吧！你会收到意想不到的效果：站在同一起跑线上的人，你能轻巧领先，跑在你前面的人，你能够很快赶上。相信明天的阳光将会更加灿烂！





学习高手 闪亮登场

在北国数九寒冬的日子里精心策划
近 1000 名曾是学习高手的名家名师倾心奉献

《学习高手》系列丛书是一套展示一线名家名师(曾是中学时代的学习高手)最新教学科研成果的学生用书。丛书按照“全面优化,精心设计;环环紧扣,科学实用”的思路进行编写。其设计宗旨是:全面贯彻新教育、新课程的理念,立足于培养学生的自我教育意识,引导学生掌握科学的学习方法,最大限度地开发学生的智力因素和非智力因素,使学生学会学习、学会创新、学会做人。

丛书教育理念先进、结构严谨、内容翔实、版式活泼,尽显《学习高手》之风采!

《学习高手》从学习的整体出发,优化学习流程,使学习过程更加具有合理性、科学性、艺术性、和谐性。

《学习高手》依据先进的编写思路将学习的全过程分为前、中、后三个阶段。学习的前期阶段强调学生成为学习高手的先决条件是:确立学习目标,了解所学内容概要,把握学习策略,为后续的学习做到心中有数、有的放矢,以找到“一览众山小”的感觉。学习的中期阶段强调学生要成为学习高手的必要条件是:在建立起知识的框架结构后,要充分发挥主观能动性,积极主动地去解读知识、解读方法、解读规律,突破重点、难点,进行知识、方法、规律梳理,以收到“庖丁巧解牛”的奇效。学习的最后阶段强调学生要成为学习高手的重要条件是:要进行知识与技能、方法与过程、情感态度价值观的强化训练,并作及时反馈、适时升华,以进入“更上一层楼”的佳境。



《学习高手》把学习方法的指导贯穿于学习的全过程,并进行了合理的配置和精心的安排,使学生勤于学习、善于学习、快乐学习。

掌握了科学的方法,也就是学会了怎样学习,自然也就会成为学习高手。《学习高手》将学习方法的指导贯穿到学习过程的始终,不但在章(或单元)的栏目中设有“学习策略”,对全章(或单元)的学习进行总体指导,还在节(或课)的栏目中又设有“学习方法”,对各节(或课)的内容进行较为具体的点拨,更在全书的各个栏目中渗透了科学的学习方法和人文关怀。

《学习高手》的例题、习题呈现出题型的经典性与开放性、多元化与现代化,难易有度,梯度分明,内精外秀,藏而不露。

在例题中,我们精心挑选了三种类型的例题:具有代表意义和传统典范的经典题、引领考试方向的热点题与开放题以及各类中、高考真题。对于例题,我们不但给出了精细的思路分析,更强调解题后的反思、总结和深化。本书的习题,在突出体现了训练梯度性的同时,也体现了综合性和创新性,多种层次、多种形式的练习密切配合,环环紧扣、步步为营,让人眼前一亮、耳目一新,给人一种做题的冲动、成功的喜悦。

此外,在呈现方式上,我们通过双色印刷和别致新颖的外观设计,突出了图书层次分明和灵动、美观的特点,能有效地激发读者的阅读欲望。书眉上的“轻轻告诉你”让你领略做人天地的宽广,引导你做一个快乐的人,做一个有思想的人。

你想成为“学习高手”吗?

就请你翻开《学习高手》吧!

祝你成为一名真正的学习高手!

相信高手的微笑会更加灿烂!

《学习高手》编委会



《学习高手》后面的故事

“我要成为学习高手！”

一个古老经典而又历经不衰、始终令学子们津津乐道的话题，它几乎成为了所有莘莘学子梦寐以求的共同愿望。在这里，我们向你讲述的是一个发生在这一古老话题上的新故事。故事发生在北国数九寒冬的日子里，一群专家和教师们正围在熊熊的火炉旁筹划着一套全新的教辅图书。

冬天里的一把火

“我们要全力打造一种能充分体现时代精神、巧妙引导学生掌握科学的学习方法、全面开启学生智慧、全面培养学生综合能力的图书。”身材高大魁梧的林旭一字一顿地说，他的眼前似乎看到了一片新天地，宽大的面孔上流露出坚强而自信的微笑。

“我们要打造王牌教辅，就要从学习方法上有重大突破，打造一种讲解到位、训练到位的全新图书！”外貌斯文但说话却非常果断的刘德斩钉截铁地说，瘦弱的身躯由于激动而几乎变得颤抖。

“全解全析类的教辅图书虽然全面地讲解了教材，但训练功能较弱，训练类的教辅功能又过于单一，而讲练类的教辅图书虽然有讲有练，但缺乏对学习方法的全面指导。我们要全力打造一种“讲、练”有机结合、对学生的学习方法进行全面指导的新教辅图书。”衣着和肤色俱黑的李俊也开始亮相。从面孔的颜色和表情上可以看出，他此时的血压定然不低。

“我们的教育研究成果把握住了学生学习的整体性和层次性，并注重对学习过程的全面引导，使学习方法有机地融合在讲解和训练之中。”教辅专家张志荣无限自豪和欣慰地说，他的面前正堆放着一打厚厚的稿子。“这些书稿倾注着我们的汗水和心血！贯穿着我们的爱心和希望！凝聚着我们的智慧和力量！就以此作为我们奉献给孩子们的最佳礼物吧！”

“我们要夜以继日地工作，精心制作我们的产品，争取以最优秀的图书回馈读者。”他们的眼中含着酸酸的泪花，对他们将精心制作的产品充满了信心。

一个名字一首歌

备受专家、教师们呵护的书稿终于初步成型了，起个什么名字呢？

在书名的确定上，专家和教师们可是经历了一场虽说不大但也极不平凡的风波。各抒己见、各执一词，公说公有理、婆说婆有理。像一个经验丰富的魔术师表演精彩的魔术一样，书名在不断地变换着、更改着，而且每一次的变化都饱含着对学生的爱：

《KK学习法》：给你一把金钥匙(key)，你就能成为知识王国的国王(king)。多么富有想象力的书名！可惜有人认为太怪。

《巧学活用一本通》：我们的讲解能引导学生巧妙地学习，我们安排的练习能让学生灵活地运用知识，有了这本书，学生的学习就能一通百通。多么诱人的书名！但也没有通过。

《双剑合璧——精讲巧练一本通》：我们的精心讲解是披荆斩棘的利剑，我们的科学训练是战无不胜的利剑，双剑合璧，合二为一，就能够克服学习上的一切困难。多么巧妙的书名，但有人认为“武打”味道太浓！

《KK学习法——巧学通》：这个名字可是具有双重的含义呀！但也没有通过。

“《学习高手》怎么样？我们所做的一切不就是想让学生成为学习的‘高手’吗？干脆就用这个名字吧！”

就这样，《学习高手》这个书名诞生了！这套书的书名历经周折，终于有了归宿。可以说，书名的每一次变化都有一个故事，都是一首歌。

不是“尾声”的“尾声”

构思成型了，书名定下了，故事是不是该接近“尾声”了？

我们要告诉读者的故事是要结束了，但专家和教师们的工作还在延续，他们的精神还在延伸，他们将来还会有更为精彩的故事。

目录

CONTENTS

第六章 不等式 1

6.1 不等式的性质 2

 一览众山小 2

 庖丁巧解牛 3

 更上一层楼 12

6.2 算术平均数与几何平均数 16

 一览众山小 16

 庖丁巧解牛 17

 更上一层楼 26

6.3 不等式的证明 29

 一览众山小 29

 庖丁巧解牛 30

 更上一层楼 41

6.4 不等式的解法举例 44

 一览众山小 44

 庖丁巧解牛 45

 更上一层楼 55

6.5 含有绝对值的不等式 58

 一览众山小 58

 庖丁巧解牛 58

 更上一层楼 66

第七章 直线和圆的方程 80

7.1 直线的倾斜角和斜率 81

 一览众山小 81

 庖丁巧解牛 81

 更上一层楼 88

7.2 直线的方程 91

 一览众山小 91

 庖丁巧解牛 91

 更上一层楼 102

7.3 两条直线的位置关系 106

 一览众山小 106

 庖丁巧解牛 107

 更上一层楼 123

7.4 简单的线性规划 126

 一览众山小 126

庖丁巧解牛	127
更上一层楼	137
7.5 曲线和方程	140
一览众山小	140
庖丁巧解牛	140
更上一层楼	150
7.6 圆的方程	153
一览众山小	153
庖丁巧解牛	154
更上一层楼	169
第八章 圆锥曲线方程	188
一 椭圆	189
8.1 椭圆及其标准方程	189
一览众山小	189
庖丁巧解牛	190
更上一层楼	201
8.2 椭圆的简单几何性质	204
一览众山小	204
庖丁巧解牛	205
更上一层楼	217

二 双曲线	220
8.3 双曲线及其标准方程	220
一览众山小	220
庖丁巧解牛	221
更上一层楼	233
8.4 双曲线的简单几何性质	236
一览众山小	236
庖丁巧解牛	237
更上一层楼	258
三 抛物线	261
8.5 抛物线及其标准方程	261
一览众山小	261
庖丁巧解牛	262
更上一层楼	279
8.6 抛物线的简单几何性质	281
一览众山小	281
庖丁巧解牛	282
更上一层楼	297
提示与答案	321



第六章 不等式

本章概要

不等式是中学数学的重要内容之一,是初中学习过的不等式的深化和提高.本章从理论上给出证明不等式、解不等式的依据.不等式与其他知识的结合更是广泛存在,在生产科技及生活实际中也有着广泛的应用.

本章首先从实数比较大小的性质出发,推导出了不等式的一般性质,进一步推广延伸,研究了不等式的证明、绝对值不等式以及常见的几种不等式的解法.内容安排上注重与其他知识的结合,特别是与函数知识的结合.

本章的重点是不等式的证明和不等式的解法;难点是不等式的证明、不等式的实际应用和含有绝对值的不等式的解法.

学习策略

本章是初中学习的不等式以及高一学习的一元二次不等式的深化和提高,因此要注意它们之间的联系,学习前要适当复习以前学过的有关不等式的知识.

证明不等式没有固定的模式可以套用,它的方法灵活多变,应注意多角度思考,从而积累经验,不断总结规律和技巧,提高解题能力.

不等式的应用非常广泛,它与函数、三角、数列以及生产实际都密切相关,特别是与函数的单调性的结合更是紧密,要注意通过数形结合起来转化,直观性地处理问题.



6.1 不等式的性质



学习目标

1. 掌握实数的运算性质与大小顺序的关系.
2. 理解不等式的性质并能进行简单证明.
3. 会比较两个实数(代数式)的大小.



学法指导

学习本节知识要结合实数的运算性质和符号法则，并与等式的性质作比较。在学习的过程中，要注意推理的严密性，此外，还要注意，判断一个真命题需依据不等式的性质进行，而判断假命题，只要举出反例即可。本节中有些性质看起来很简单，但还要经过严格的逻辑论证，要注意从中体会数学的严密性。学习中要多进行比较，如作差法与作商法的区别和联系，并注意归纳总结方法和规律。

学习本节前要先复习以前学过的一元一次不等式、一元二次不等式以及简单的含有绝对值不等式的解法，进而类比探索本节中几种形式的不等式解法，学习中要注意比较它们形式上的特点及解法之间的区别和联系。



去取环哥成的小大楼突对出,二

五春时器来,1

下式平由器表直出(1)

数学里一第个四的个大小等时和,又列,一第列时回器波个函整升(2)

器波的小大器突对出,二



知识·巧学·升华

一、不等式

1. 不等式的定义

用不等号($<$ 、 $>$ 、 \leq 、 \geq 、 \neq)表示不等关系的式子叫不等式.如 $3 \geq 2$, $5 < 7$ 等.记作 $a > b$, $a \leq b$ 等等,其中 a, b 可以是数,也可以是代数式.用“ $<$ ”或“ $>$ ”连结的不等式叫做严格不等式;用“ \leq ”或“ \geq ”连结的不等式,叫做非严格的不等式.

2. 同向不等式与异向不等式

对于两个不等式,如果每一个的左边都大于右边,或每一个的左边都小于右边,这样的两个不等式叫同向不等式.如: $a > b$ 与 $c > d$ 是同向不等式, $a \leq b$ 与 $c \leq d$ 也是同向不等式.否则称为异向不等式,如: $a > b$ 与 $c < d$ 是异向不等式.

3. 绝对不等式、条件不等式与矛盾不等式

(1)绝对不等式:不论用什么实数代替不等式中的字母,不等式都能够成立,这样的不等式叫绝对不等式.如 $(x+1)^2 \geq 0$.

(2)条件不等式:如果只有用某些范围内的实数代替不等式中的字母,不等式才能够成立,这样的不等式叫条件不等式.如 $\frac{1}{x} < 1$.

(3)矛盾不等式:不论用什么样的实数代替不等式中的字母,不等式都不能成立,这样的不等式叫做矛盾不等式.如: $a^2 < 0$, $|x-1| + |x+1| < 1$ 等均为矛盾不等式.

4. $a \leq b$ 或 $a \geq b$ 的含义

不等式“ $a \leq b$ ”读作“ a 小于或者等于 b ”,其含义是指“或者 $a < b$,或者 $a = b$ ”,等价于“ a 不大于 b ”,即若 $a < b$,或 $a = b$ 中有一个正确,则 $a \leq b$ 正确.

不等式“ $a \geq b$ ”读作“ a 大于或者等于 b ”,其含义是指“或者 $a > b$,或者 $a = b$ ”,等价于“ a 不小于 b ”,即若 $a > b$,或 $a = b$ 中有一个正确,则 $a \geq b$ 正确.



二、比较实数大小的依据和方法

1. 实数的特征

- (1) 任意实数的平方不小于0,即 $a \in \mathbf{R} \Leftrightarrow a^2 \geq 0$;
- (2) 任意两个实数都可以比较大小,反之,可以比较大小的两个数一定是实数.

2. 比较实数大小的依据

在数轴上不同的点 A 与点 B 分别表示两个不同的实数 a 与 b ,右边的点表示的数比左边的点表示的数大,从实数减法在数轴上的表示(如图 6-1-1)可以看出 a, b 之间具有以下性质:

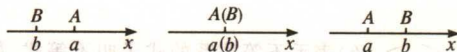


图 6-1-1

如果 $a-b$ 是正数,那么 $a > b$;如果 $a-b$ 是负数,那么 $a < b$;如果 $a-b$ 等于零,那么 $a = b$.反之也成立,即 $a-b > 0 \Leftrightarrow a > b; a-b = 0 \Leftrightarrow a = b; a-b < 0 \Leftrightarrow a < b$.

上面等价符号的左式反映的是实数运算性质,右式反映的则是实数大小的顺序,合起来就成为实数的运算性质与大小顺序之间的关系.它是不等式的理论基础,是不等式性质的证明、证明不等式和解不等式的主要依据.

3. 实数比较大小的方法

比较两个实数 a 与 b 的大小,需归结为判断它们的差 $a-b$ 的符号(注意:指差的符号,至于差的值究竟是什么,无关紧要).

例如:设 $x \in \mathbf{R}$,试比较 $2x^2 + x + 2$ 与 $x^2 + 1$ 的大小.

$$\text{解: } (2x^2 + x + 2) - (x^2 + 1) = x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}.$$

$$\because \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0, \text{ 又 } \because \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \therefore 2x^2 + x + 2 > x^2 + 1.$$

深化升华

(1) 比较实数的大小一般分为三步:①变形;②作差;③判号.在这三个步骤中,“变形”是关键.变形常用的手段是分解因式和配方等恒等变形,前者将“差”化为“积”,后者将“差”化为一个完全平方或几个完全平方的“和”,也可二者并用.

(2) 在“判号”时,有时要根据字母的取值范围进行分类讨论.讨论时要注意确定分类标准,使字母的取值不重不漏.



三、不等式的性质

利用实数比较大小的方法,可以推出下列不等式的性质.

1. 对称性

$a > b \Leftrightarrow b < a, a < b \Leftrightarrow b > a$. 就像甲比乙高,乙比甲矮一样,表达完全相同的意义.

2. 传递性

$a > b, b > c \Rightarrow a > c$. 类似于甲比乙高,乙比丙高,那么甲比丙高一样,实数(代数式)

大小关系可以传递.

3. 加法性质

$a > b, c \in \mathbf{R} \Rightarrow a + c > b + c, a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$. 这是不等式移项法则的基础.

4. 乘法性质

$a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc, a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$.

推论 1: $\left. \begin{array}{l} a > b > 0, \\ c > d > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac > bd$;

推论 2: $\left. \begin{array}{l} a > b > 0, \\ n \in \mathbf{N}, \\ n > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a^n > b^n$.

5. 指数运算性质

$\left. \begin{array}{l} a > b > 0 \\ n \in \mathbf{N}^* \\ n > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$.

性质 4 有两种不同的结果,说明不等式两边只能同乘以一个不等于零且符号确定的实数. 性质 4 的推论 1 说明:只有两边都是正数的两个同向不等式才能相乘,并且所得不等式与原不等式同向. 推论 2 中的 n 是大于 1 的正整数这一条件,能扩展为: n 是大于 0 的任意实数.

性质 5 的证明用的是反证法. 其实性质 5 可看成性质 4 的推论 2 的特殊情形,当 $0 < n < 1$ 时,利用分数指数幂就能得到性质 5.



★ 要点提示 ★

(1) 性质 2 可推广到任意有限个同向不等式的情形, 即 $a_1 > a_2, a_2 > a_3, \dots, a_{n-1} > a_n (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 2)$, 则 $a_1 > a_n$.

(2) 性质 4 中必须强调 c 的符号, 但 a, b 既可以是实数, 也可以是代数式.

(3) 性质 4 推论 2 中, 必须保证 $n > 0$, 否则不成立, 如当 $a > b > 0, n = -1$ 时, $a^{-1} > b^{-1}$ 不成立.

(4) 由性质 4 的推论 2 及性质 5, 不难得到, 如果 $a > b > 0$, 那么 $\sqrt[n]{a^m} > \sqrt[n]{b^m}$ ($m, n \in \mathbf{N}^*, n > 1, m, n$ 是既约分数).

(5) 不等式性质与等式性质的不同点主要体现在与数相乘(除)时, 不等式两边所乘(除)的数的符号不同, 结论是不同的, 而等式中, 不必考虑符号问题.

四、比较法

比较两个实数的大小可用符号法则, 即 $a - b > 0 \Leftrightarrow a > b, a - b = 0 \Leftrightarrow a = b, a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$, 这一方法称为作差比较法(或比差法), 它是比较法证明不等式的依据.

另外, 当两个实数(或式子)有相同的因式时, 还常用作商的方法比较, 称为作商比较法(或比商法). 理论依据是:

$$\frac{a}{b} > 1 \text{ 且 } b > 0 \Leftrightarrow a > b; \frac{a}{b} < 1 \text{ 且 } b > 0 \Leftrightarrow a < b.$$

它实质是由不等式的性质推导出来的, 是不等式性质的具体应用.

比较法应用技巧: 作差(或作商)、通分相加、分解因式、配方、分子或分母有理化、对数运算等.

方法点拨:

1. 两个多项式比较大小

其模式是: 作差 \rightarrow 分组分解因式 \rightarrow 配方 \rightarrow 与 0 比较大小. 如: 当 $x \geq 1$ 时, 比较 $2x^3 + 5x$ 与 $4x^2 + 3$ 的大小. 其比较方法是: $(2x^3 + 5x) - (4x^2 + 3) = 2x^2(x-1) - 2x(x-1) + 3(x-1) = (x-1)(2x^2 - 2x + 3) = (x-1)[(x-1)^2 + x^2 + 2]$ (*). 显然 $x-1 \geq 0, (x-1)^2 + x^2 + 2 \geq 2 > 0$, 则 (*) ≥ 0 . 故 $2x^3 + 5x \geq 4x^2 + 3$.

2. 两个无理式比较大小

其模式是: 作差 \rightarrow 分子有理化 \rightarrow 分解因式 \rightarrow 配方 \rightarrow 与 0 比较大小. 如 $x \leq -2$ 时,