- 依据教育部最新考试大纲编写
- 中国高考命题研究中心集体审定

星光 教辅系列

2007

第一轮

黄冈重点中学

高考总复习

总主编 涂秉清（黄冈中学高级教师）

数学

中央民族大学出版社

- 依据教育部最新考试大纲编写
- 中国高考命题研究中心集体审定

黄冈重点中学

高考总复习

本册主编：王宪生　吴莫林

本册编委：霍祝华　肖平安　曾建明　王秋霞　潘际栋
张　智　胡华川　张科元　董明秀　陈晓洁

数学

中央民族大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈重点中学高考总复习. 第一轮. 数学/涂秉清主编. —北京：中央民族大学出版社，2006.6

ISBN 7-81108-181-4

Ⅰ.黄... Ⅱ.涂... Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 031565 号

黄冈重点中学高考总复习(第一轮)

主　　编:涂秉清

责任编辑:林郁

出 版 者:中央民族大学出版社

北京市海淀区中关村南大街 27 号　　邮编:100081

电话:(发行部)68472815　68933837　　传真:68932751

电话:(总编室)68932218　　传真:68932447

印 刷 者:北京市施园印刷厂

发 行 者:全国各地新华书店经销

开　　本:889×1194 毫米　1/16　212 印张

字　　数:5800 千字

版　　次:2006 年 5 月第 1 版　2006 年 5 月第 1 次印刷

书　　号:ISBN 7-81108-181-4/G·394

定　　价:242.00 元

前言

“年年岁岁花相似”。一年高考已远去，新一届高三又临近。莘莘学子在这样的轮回中勤奋苦读，芸芸良师在这样的循环中呕心沥血。“岁岁年年人不同”。时代在变，社会在变；考纲在变，考生在变。高三的复习备考的重点和难点都需要在第一轮知识点的复习中得到解决。《论语》云：“工欲善其事，必先利其器。”一本好的复习资料是高考成功与否的关键。这是我们多年高考复习备考的经验，也是沉痛的教训。为了帮助广大高三学子扎实地搞好第一轮的复习备考，我们特组织了黄冈重点中学的骨干教师精心编写了这套复习丛书，供本届参加高考的高三毕业生使用。《黄冈重点中学高考总复习》丛书有以下特点：

编写阵容强大

各科的主编都是黄冈重点中学的特、高级教师，多数是教研组长或年级备课组长；参加编写的老师都是近三年在高三的第一线的教师。他们有多年的高考经验、详尽的高考资料，丰硕的研究成果。他们把这些宝贵的财富都融入到这套复习丛书之中。

实用性强、操作性强

资料好与不好，不在栏目的花哨，而在于是否有科学性，是否有针对性，是否有规范性。所谓的“科学性”，就是书的内容是否涵盖了所有的知识点，是否突出了近几年考查的热点，是否体现了高考考查的新趋势。本丛书的内容覆盖了高中所学的所有知识点，而对热点、重点、难点又从篇幅上加以突出。所谓的“针对性”，主要体现在，无论是讲解还是训练，都针对学生“症结”之所在，也就是——学生容易懂的少讲，容易掌握的少练。真正做到有的放矢、对症下药。所谓的“规范性”，就是所有的题目都比较规范，符合最 近三年高考试题的风格，真正让考生做到熟悉高考考题的语言风格和题型特点。

体例安排科学合理

第一轮复习中，老师讲、学生看和学生练的时间怎样分配才算合理，理论知识和习题联系、基础知识和能力提高应该怎样搭配才算科学，这些困扰千千万万老师和学生的问题，在这本丛书中得到了很好的解决。丛书的栏目主要有考点聚焦、考点预测、名师诠释考点、名师点悟名题、名题基础演练、名题强化闯关。以上栏目的安排遵循由理论到实践、从基础到提高的思路。

黄冈是一片神奇的土地，它孕育了“黄冈中学”这样的名校，演绎着“黄冈神话”的奇迹。“黄冈神话”告诉我们：千里之行，始于足下。科学的计划，合理的安排，加上扎实的训练，一定能取得辉煌的成绩。

本系列教辅丛书编写时尽管做到逐字、逐句、逐段推敲，题题把关，历时数年，反复校审，但难免存在疏漏之处，恳请广大读者朋友批评指正，以便我们及时修正。

《黄冈重点中学高考总复习》编委会

二〇〇六年五月

目 录

第1课时 集合的概念

解读考纲

考点聚焦

- ☞ 集合、子集、真子集、空集的概念
- ☞ 集合的相等与包含
- ☞ 集合中元素的三个特性
- ☞ 元素与集合的关系
- ☞ 集合的三种表示法及常用数集符合

考点预测

- ❈ 高考对本考点知识内容的考查，一般通过选择题或填空题实施，属中档难度以下的基础题
- ❈ 重点考查元素与集合的关系以及集合与集合的相等或包含关系
- ❈ 以集合为工具，考查数学语言的表达能力与应用能力
- ❈ 以集合为载体考查分类讨论思想

名师诠释考点

一、集合与元素

1. 集合的概念

某些指定的对象集在一起就成为一个集合，简称集. 集合用大写的拉丁字母 A、B、C、……表示. 含有有限个元素的集合叫做有限集，含有无限个元素的集合叫做无限集.

2. 常用数集符号

自然数集——$\mathbf{N}$，正整数集——$\mathbf{N}_+$（$\mathbf{N}^*$），整数集——Z，有理数集——Q，实数集——R.

3. 元素的概念

集合中的每个对象叫做这个集合的元素. 元素用小写的拉丁字母 a、b、c、…表示.

4. 元素与集合的关系

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$（或 $a\overline{\in}A$）.

二、子集与真子集

1. 子集的概念

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A，记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$）. 这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集.

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，则记作 $A\not\subseteq B$（或 $B\not\supseteq A$）.

2. 相等集合的概念

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$.

3. 真子集的概念

对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$（或 $B\supsetneqq A$）.

4. 空集的概念

不含任何元素的集合，叫做空集，空集用 $\varnothing$ 表示.

5. 子集、真子集的性质

（1）$\varnothing\subseteq A$、$A\subseteq A$；

（2）若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$；

（3）若 $A\neq\varnothing$，则 $\varnothing\subsetneqq A$；

（4）若 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$；

（5）若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则 $A=B$.

名师点悟名题

【例1】 (1)已知集合 $M=\{x|(x^2+1)(x+a)\leqslant 0\}$，$P=\{x|a^2-x\leqslant 0\}$，若 $M\cap P$ 的子集的个数为2，则实数 a 的值是 ( )

A.0 B.1 C.-1 D.-1 或0

(2)(2004年湖北省高考题)设 A、B 为两个集合，下列四个命题：

①$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$对任意 $x\in A$，有 $x\notin B$

②$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\Phi$

③$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$

④$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$存在 $x\in A$，使得 $x\notin B$

其中真命题的序号是________(把符合要求的命题序号都填上).

【分析】 (1)当 $M\cap P$ 有且仅有一个元素时，$M\cap P$ 的子集的个数为2，反之成立，注意到 M、P 中两个一次不等式是异向不等式，所以 $M\cap P$ 含有的一个元素只能是各自的端点值.

(2)本题考查的是子集概念、集合的包含关系和数学符号认识能力，只要正确掌握相关概念和正确识记数学符号就能找到其中的真命题，求解时要善于将给出的数学符号语言转化为通俗易懂的文字语言.

【解答】 (1)由 $M=\{x|x\leqslant -a\}$，$P=\{x|x\geqslant a^2\}$，得 $a^2=-a$，$\therefore a=0$ 或 $a=-1$.

故正确选项为D.

(2)解法一："$A\not\subseteq B$"即"A 不是 B 的子集"，

由概念知 A 中至少有一个元素不在 B 中，

注意到"至少有一个元素"的含义，所以仅有④是真命题；

解法二：用韦恩图表示出 $A\not\subseteq B$ 的各种情况(对应的图形请读者作出)，从中分析可得正确命题的序号是④.

故应填入的答案是④.

【例2】 已知集合 $P=\{(x,y)|y=x+t,t\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{(x,y)|y=\sqrt{1-x^2}\}$.

(Ⅰ)若 P 中有且仅有一个元素在 Q 中，试求 t 的取值范围；

(Ⅱ)若 Q 中恰有两个元素在 P 中，试求 t 的取值范围.

【分析】 理解二元点集的几何意义，运用数形结合的办法去思考，有利于我们迅速找到正确答案.

【解答】 $\because P$ 中元素是直线 $y=x+t$ 上的点，而 Q 中元素为半圆 $x^2+y^2=1(y\geqslant 0)$ 上的点，在同一坐标系中作出两条曲线，利用图形分析，不难知道.(Ⅰ)所求 t 的范围是 $\{t|-1\leqslant t<1$，或 $t=\sqrt{2}\}$；(Ⅱ)所求 t 的范围是 $\{t|1\leqslant t<\sqrt{2}\}$.

【例3】 设集合 S 中的元素为实数，且满足下列条件：(1) S 内不含1；(2)若 $a\in S$，则必有 $\frac{1}{1-a}\in S$.

(Ⅰ)证明：若 $2\in S$，则 S 中至少存在3个元素；

(Ⅱ) S 中能否有且仅有一个元素？若能，找出这个元素；若不能，请说明理由.

【分析】 条件(2)给出了集合 S 中元素的属性，而结论都与元素属性有关，所以应围绕这一条件去思考.

【解答】 (Ⅰ)依题意，$2\in S$，$\frac{1}{1-2}=-1\in S$，则 $\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}\in S$，

$\therefore$ 此时 S 中至少有 -1，$\frac{1}{2}$，2这三个元素；

(Ⅱ)若 S 中有且仅有一个元素 a，则 $\frac{1}{1-a}\in S$，

由元素唯一，$\therefore a=\frac{1}{1-a}$，即 $a^2-a+1=0$，且 $a\in\mathbf{R}$，这不可能.

$\therefore S$ 中不可能有且仅有一个元素.

【例4】 函数 $y=\sqrt{\frac{2-x}{x-1}}$ 的定义域为集合 A，关于 x 的不等式 $\lg(2ax)<\lg(a+x)$ (其中 a 为正实数)的解集为 B，求使 $A\cap B=A$ 的实数 a 的取值范围.

【分析】 $A\cap B=A$ 等价于 $A\subseteq B$，即集合 A 是集合 B 的子集，从而 A 中的每一个元素都是 B 中的元素，化简集合 A 和集合 B 后，利用两个集合中元素的关系即能确定 a 的取值范围.

【解答】 易知 $A=\{x|1<x\leqslant 2\}$，

由 $\lg(2ax)<\lg(a+x)$ 有 $0<2ax<a+x$，

$\because a>0$，$\therefore \begin{cases}x>0\\(2a-1)x<a\end{cases}$

1^0 若 $2a-1>0$，即 $a>\frac{1}{2}$ 时，

$B=\left\{x\left|0<x<\frac{a}{2a-1}\right.\right\}$,

此时欲 $A\subseteq B$,则只须 $\frac{a}{2a-1}>2$,所以 $\frac{1}{2}<a<\frac{2}{3}$;

2^0 若 $2a-1\leqslant 0$,即 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$ 时,$B=\{x|x>0\}$,此时满足 $A\subseteq B$;

综合 1^0、2^0 知,$0<a<\frac{2}{3}$.

名题基础演练

1. 给出四个关系式:$\sqrt{2}\in\mathbf{R}^+$、$0.3\notin\mathbf{Q}$、$0\in\mathbf{N}$、$\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{N}$,其中正确关系式的个数是 ( )

   A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 设 $a\in\mathbf{R}$,由 a, $-a$, $|a|$, $-\sqrt{a^2}$, $\frac{|a|}{a}$, $-\frac{a}{|a|}$ 组成集合 M,则 M 中元素最多有 ( )

   A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

3. 设集合 $M=\{x|x=4n+2,n\in\mathbf{Z}\}$,$P=\{y|y=4m+3,m\in\mathbf{Z}\}$,则当 $x_0\in M$,$y_0\in P$ 时,下列关系正确的是 ( )

   A. $x_0+y_0\in P$　　B. $y_0-x_0\in M$

   C. $x_0y_0\in M$　　D. $x_0y_0\in P$

4. 若点 $P\in M=\{(x,y)|y=-2x^2+x-1,x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq 0\}$,则 P 点所在象限是 ( )

   A. 第一、二象限　　B 第二、三象限

   C. 第一、四象限　　D. 第三、四象限

5. 已知集合 $P=\{x,1\}$,$Q=\{y,1,2\}$,其中 x、$y\in\{1,2,3,\cdots,9\}$,且 $P\subsetneqq Q$,设满足上述条件的一对有序整数 (x,y) 表示一个点,则这样的点的个数是 ( )

   A. 9　　B. 14　　C. 15　　D. 21

6. 集合 A 中有 m 个元素,若在 A 中增加一个元素,则它的子集的个数将增加________个.

7. 设集合 $A=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}ax+by=1\\ax-by=3\end{cases}\right.\right\}$ 的解集是 $\{(-1,1)\}$,则由数对 (a,b) 组成的集合 $C=$________.

8. 设集合 $A=\{1,x,x^2-x\}$,则实数 $x\notin$ 集合 $P=$________.

9. 若 $P=\left\{x\left|x=\frac{a^2-2a+1}{a-1},a\in\mathbf{Z}\right.\right\}$ 给出如下命题:

   ①$P\subsetneqq\mathbf{N}$　②$P\supseteq\mathbf{Z}$　③$\{0\}\subsetneqq P$　④$P\subseteq\mathbf{R}$

   其中正确命题的序号是________.

10. 设由实数 a^2-a+1、3、a、-1 为对象组成的集合为 M,试求集合 $P=\{a|a$ 使得 $\mathrm{card}(M)=3\}$.

名题强化闯关

11. (2005 年湖北高考题)设 P、Q 为两个非空实数集合,定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$,若 $P=\{0,2,5\}$,$Q=\{1,2,6\}$,则 $P+Q$ 中元素的个数是 ( )

    A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

12. 设 $M=\{a+b\sqrt{2}||a^2-2b^2|=1,a\in\mathbf{Z},b\in\mathbf{Z}\}$,若 $x\in M$,且 $y\in M$. 求证:

    (Ⅰ)$xy\in M$;(Ⅱ)$\frac{1}{x}\in M$.

13. 设 $A=\{x^2+4x=0\}$,$B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$,其中 $a\in\mathbf{R}$.

    (Ⅰ)若 $A\cup B=B$,求实数 a 的值;

    (Ⅱ)若 $A\cap B=B$,求实数 a 的值.

14. 已知 $f(x)=x^2+ax+b(a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R})$,$A=\{x|x=f(x)\}$,$B=\{x|x=f[f(x)]\}$,若 $A=\{-1,3\}$,用列举法表示集合 B.

第2课时　集合的运算

解读考纲

考点聚焦

- ☞ 全集、补集的概念
- ☞ 交集与并集的概念
- ☞ 求指定集合的补集、交集和并集
- ☞ 集合的 Venn 图表示及集合运算中的 Venn 图方法
- ☞ 集合的交、并、补运算性质及应用

考点预测

- ❖ 以选择题或填空题的形式考查集合的子、交、并、补运算，一般为容易题
- ❖ 以集合运算的形式命题，考查解方程或不等式的相关知识
- ❖ 利用集合的子、交、并、补运算考查对集合的包含与相等关系的理解
- ❖ 用 Venn 图进行抽象集合的运算，考查数形结合的思想方法

名师诠释考点

一、全集、补集、交集和并集

1. 全集的概念

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用 U 表示.

2. 补集的概念

一般地，设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集（即 $A\subseteq S$），由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集（或余集），记作$\complement_S A=\{x\mid x\in S,且\ x\notin A\}$.

3. 交集的概念

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$（读作"A 交 B"），即 $A\cap B=\{x\mid x\in A,且\ x\in B\}$.

4. 并集的概念

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$（读作"A 并 B"），即 $A\cup B=\{x\mid x\in A,或\ x\in B\}$.

二、交集、并集、补集的运算性质

1. 交集的运算性质

$A\cap A=A, A\cap\varnothing=\varnothing, A\cap B=B\cap A$;

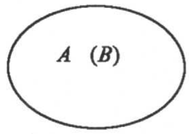
2. 并集的运算性质

$A\cup A=A, A\cup\varnothing=A, A\cup B=B\cup A$;

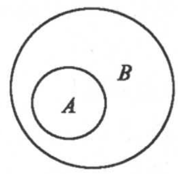
3. 补集的运算性质

$A\cup(\complement_S A)=S, A\cap(\complement_S A)=\varnothing, \complement_S(\complement_S A)=A$,

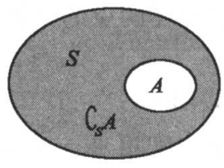
$\complement_S(A\cap B)=(\complement_S A)\cup(\complement_S B), \complement_S(A\cup B)=(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$.



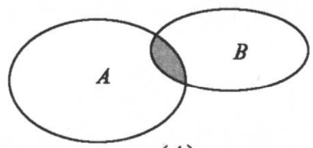
(1)



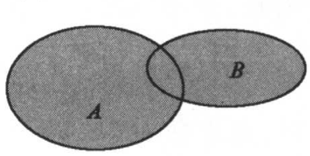
(2)



(3)



(4)



(5)

三、集合运算的韦恩图表示

其中图(1)表示 $A=B$，图(2)表示 $A\subsetneqq B$，图(3)的阴影部分表示$\complement_S A$，图(4)的阴影部分表示 $A\cap B$，

图(5)的阴影部分表示 $A\cup B$.

名师点悟名题

【例1】 (1)(2005年全国高考卷Ⅰ试题)设 I 为全集,S_1、S_2、S_3 是 I 的三个非空子集,且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$,则下面论断正确的是 ( )

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$

D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

(2)(2004年上海市高考试题)设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$,集合 $B=\{a,b\}$. 若 $A\cap B=\{2\}$,则 $A\cup B=$__________.

【分析】 (1)由于这是一道抽象集合问题,且由选择题的特点,给出的正确结论应该对任意满足条件的集合都成立,故可以考虑用 Venn 图或构造法帮助求解;

(2)抓住交集中的元素既在集合 A 中又在集合 B 中这一性质可以先求出 a,再求 b,从而问题得以解决.

【解答】 (1)构造 $I=\{1,2,3,4\}$,$S_1=\{1,2\}$,$S_2=\{1,3\}$,$S_3=\{1,4\}$,验算知选 C,

或用 Venn 图方法判断(留给读者完成),故正确选项为 C;

(2)依题意,$\log_2(a+3)=2$,

$\therefore a=1$,必有 $b=2$,$\therefore A\cup B=\{1,2,5\}$,

故应填入答案为 $\{1,2,5\}$.

【例2】 已知集合 $M=\{x,xy,\lg(xy)\}$,$P=\{0,|x|,y\}$,且存在这样的 x,y,使集合 $S=\{x+y|M=P\}$.

(Ⅰ)求 S;

(Ⅱ)求 $S\cup M$、$S\cap P$.

【分析】 有限集合的相等即其中元素的对应相等,由此出发建立方程组时根据元素的无序性要注意讨论,同时对所得结果要代回原集合检验,以防与集合中元素的互异性相矛盾.

【解答】 (Ⅰ)由 $M=P$,则由 $|x|\neq0,y\neq0$,

知 $\lg(xy)=0$,$\therefore xy=1$.

若 $x=y=1$,则 $x=xy$ 矛盾,$\therefore x=y=-1$;

若 $x=y=-1$,则 $x+y=-2$,$\therefore S=\{-2\}$;

(Ⅱ)$M=\{-1,1,0\}=P$,

$\therefore S\cup M=\{-2,-1,1,0\}$,$S\cap P=\varnothing$.

【例3】 已知 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$,$B=\{x|\log_2(x^2-5x+8)=1\}$,$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$,若 $\Phi\subsetneqq A\cap B$,且 $A\cap C=\Phi$,求实数 a 的值和集合 A.

【分析】 可以先化简 B、C,再考虑条件 $\Phi\subsetneqq A\cap B$ 与 $A\cap C=\Phi$ 的作用.

【解答】 $B=\{2,3\}$,$C=\{-4,2\}$,

由 $A\cap C=\Phi$,知 $2\notin A$,且 $-4\notin A$,

又 $\Phi\subsetneqq A\cap B$,$\therefore A\cap B\neq\Phi$,$\therefore 3\in A$,

$\therefore a^2-3a-10=0$,解得 $a=5$ 或 $a=-2$,

当 $a=5$ 时,$A=\{x|x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$,与 $2\notin A$ 矛盾,

$\therefore a=-2$,$A=\{-5,3\}$.

【例4】 设全集 $U=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,$S=\{(x,y)|\dfrac{y-3}{x-2}=a+1\}$,$P=\{(x,y)|(a^2-1)x+(a-1)y=15\}$.

(Ⅰ)若 $a=0$,求 $\complement_U(S\cup\complement_U P)$;

(Ⅱ)若 $S\cap P=\varnothing$,求实数 a 的值.

【分析】 所给集合 S、P 都是平面上的点集,注意它们的几何意义可以找出解决问题的方法.

【解答】 (Ⅰ)$a=0$,

$\therefore S=\{(x,y)|y=x+1,x\neq2\}$,

$P=\{(x,y)|y=-x-15\}$,

联立二方程,求得交点为$(-8,-7)$,

$\therefore \complement_U(S\cup\complement_U P)=\complement_U S\cap P=\{(x,y)|y=-x-15,且x\neq-8\}$.

(Ⅱ)若 $P=\varnothing$,即 $a=1$,$S\cap P=\varnothing$;

若 $y-3=(a+1)(x-2)$ 与 $(a^2-1)x+(a-1)y=15$ 平行,

则 $a=-1$,也有 $S\cap P=\varnothing$;

若直线 $(a^2-1)x+(a-1)y=15$ 过点$(2,3)$,

即 $a=-4$ 或 $a=\dfrac{5}{2}$,$S\cap P=\varnothing$,

综上所述,实数 $a\in\{-4,-1,1,\dfrac{5}{2}\}$.

名题基础演练

1. 已知 U 为全集,集合 M、$P\subseteq U$,若 $M\cup P=P$,则 ( )

A. $M\subseteq\complement_U P$　　B. $\complement_U M\subseteq\complement_U P$

C. $\complement_U M\supseteq\complement_U P$　　D. $M\supseteq\complement_U P$

2. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{1,3,6\}$，则集合$\{2,7,8\}=$ (　　)

A. $A\cup B$　　B. $A\cap B$

C. $\complement_U A\cup\complement_U B$　　D. $\complement_U A\cap\complement_U B$

3. 已知集合 $M=\{y|y=-x^2+2,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{y|y=-x+2,x\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap P$ 等于 (　　)

A. $\{(0,2),(1,1)\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{y|y\leqslant 2\}$　　D. $\{y|1\leqslant y\leqslant 2\}$

4. A、B、C 是三个集合，为使 $A\subsetneqq(B\cup C)$，条件 $A\subsetneqq B$ 是它的 (　　)

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不必要也不充分条件

5. 设全集 $U=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}\}$，集合 $M=\{(x,y)|\dfrac{y-3}{x-2}=1\}$，$N=\{(x,y)|y-3=x-2\}$，那么$\complement_U M\cap N$是 (　　)

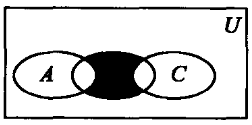
A. $\varnothing$　　B. $\{2,3\}$

C. $\{(x,y)|y-3\neq x-2\}$　　D. $\{(2,3)\}$

6. 设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|a+1|,2\}$，$\complement_U A=\{5\}$，则 a 的值是________.

7. 满足条件$\{1,3\}\cup B=\{1,3,5\}$的所有集合 B 的个数是________.

8. 如右图，全集为 U,A,B,C 均是 U 的子集，那么阴影部分表示的集合是________.



9. 设数集 $M=\{x|m\leqslant x\leqslant m+\dfrac{3}{4}\}$，$P=\{x|n-\dfrac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\}$，且 M、P 都是集合 $U=\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$的子集，如果把 $b-a$ 叫做集合$\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$的"长度"，那么集合 $M\cap P$ 的"长度"的最小值是________.

10. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，且$\complement_U A\cap B=\{1,9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\complement_U A\cap\complement_U B=\{4,6,8\}$，求集合 A、B.

名题强化闯关

11. (2005 年浙江省高考试题)设$f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，记$\hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}$，$\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}$，则$(\hat{P}\cap\complement_N\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_N\hat{P})=$ (　　)

A. $\{0,3\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,6,7\}$

12. 已知集合 $A=\{-4,2a-1,a^2\}$，$B=\{a-5,1-a,9\}$，且 $A\cap B=\{9\}$.

(Ⅰ)求实数 a 的值；

(Ⅱ)求$\complement_{A\cup B}B$.

13. 设集合 $U=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，已知集合 $P=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$，$Q=\{(x,y)|\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1,a,b\in\mathbf{R}^+\}$，若 $P\cap Q\neq\varnothing$，求$\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$的最大值.

14. 已知集合 $A=\{x|x^2+(2m-3)x-3m=0\}$，$B=\{x|x^2+(m-3)x+m^2-3m=0\}$，且 $A\neq B$. 是否存在非零实数 a 满足条件 $a\in A\cap B$? 若存在，求对应的实数 m 的值和 $A\cup B$；若不存在，请说明理由.

第3课时 两类不等式的解法

考点聚焦

- 含绝对值不等式的解法
- 一元二次不等式的解法
- 简单分式不等式的解法
- 简单含参不等式的解法
- 换元法和化归思想

考点预测

- 以选择题或填空题的形式，结合集合运算考查这两类不等式的解集公式掌握情况
- 利用绝对值不等式的求解考查分类讨论思想
- 在求不等式解集的运算中考查数形结合的思想方法
- 以解答题的形式与函数、方程知识交汇命题，考查综合运用知识的能力

名师诠释考点

一、含绝对值的不等式解法

1. 概念

形如$|ax+b|<c$、$|ax+b|\leqslant c$、$|ax+b|>c$、$|ax+b|\geqslant c(c>0)$的不等式就是含绝对值的不等式.

2. 解法

(1)基本解集公式

$|x|<a(a>0)\Leftrightarrow\{x|-a<x<a\}$,

$|x|>a(a>0)\Leftrightarrow\{x|x<-a,或x>a\}$,

$|x|\leqslant a(a>0)\Leftrightarrow\{x|-a\leqslant x\leqslant a\}$,

$|x|\geqslant a(a>0)\Leftrightarrow\{x|x\leqslant -a,或x\geqslant a\}$.

(2)换元法

形如$|ax+b|<c(c>0)$等的不等式，令$x_0=ax+b$，化为$|x_0|<c$后运用基本解集公式求解.

(3)化归思想

采用平方或分类讨论的方法去掉不等式中的绝对值符号，将其化归为不含绝对值的不等式来解.

二、一元二次不等式解法

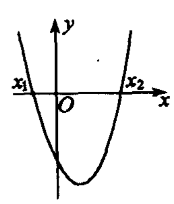
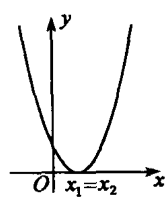
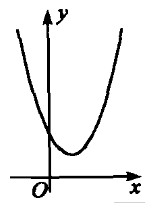
1. 概念

形如$ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c\geqslant0$, $ax^2+bx+c<0$, $ax^2+bx+c\leqslant0(a\neq0)$的不等式就是一元二次不等式.

2. 解法

(1)代表性解集公式

一元二次不等式$ax^2+bx+c>0(a>0)$的解集如下表.

判别式$\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$的图像	$y=ax^2+bx+c$ 	$y=ax^2+bx+c$ 	$y=ax^2+bx+c$ 
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$的根	有两相异实根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$	有两相等实根 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$	没有实根
$ax^2+bx+c>0(a>0)$的解集	$\{x\|x<x_1,或x>x_2\}$	$\left\{x\in\mathbf{R}\middle\|x\neq-\frac{b}{2a}\right\}$	$\mathbf{R}$
$ax^2+bx+c<0(a>0)$的解集	$\{x\|x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

(2)化归思想

利用不等式的性质，将一元二次不等式的系数化为正数，运用上表给出结论求解一般的一元二次不等式.

③根轴方法

设 $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)(a>0,\alpha<\beta)$，作出下图

则由图中分析得出解集的方法称为根轴法，此法可推广到求解有理不等式时.

名师点悟名题

【例1】 (1)(2003 年北京市春季高考试题)若不等式 $|ax+2|<6$ 的解集为 $(-1,2)$，则实数 $a=$ ( )

A. 8 B. 2 C. -4 D. -8

(2)若全集为 $U=\mathbf{R}$，$f(x)$、$g(x)$ 均为 x 的二次函数，$P=\{x|f(x)<0\}$，$Q=\{x|g(x)\geqslant 0\}$，则不等式组 $\begin{cases}f(x)<0\\g(x)<0\end{cases}$ 的解集可用 P、Q 表示为________.

【分析】 (1)先用 a 来表示已知不等式的解集，再比较区间端点值可求待定系数 a；

(2)利用 $g(x)<0$ 与 $g(x)\geqslant 0$ 两个解集互为补集的关系，正确使用补集的符号即能解决问题.

【解答】 (1)由已知 $-6<ax+2<6$，即 $-8<ax<4$，

若 $a>0$，则解集为 $\left(-\dfrac{8}{a},\dfrac{4}{a}\right)$，令 $-\dfrac{8}{a}=-1$，且 $\dfrac{4}{a}=2$，这不可能；

若 $a<0$，则解集为 $\left(\dfrac{4}{a},-\dfrac{8}{a}\right)$，令 $\dfrac{4}{a}=-1$，且 $-\dfrac{8}{a}=2$，得 $a=-4$；故正确选项为 C；

(2)$\because$ 全集为 $\mathbf{R}$，$\therefore \complement_U=\{x|g(x)<0\}$，

不等式组即要求 $f(x)<0$ 与 $g(x)<0$ 同时成立，由交集的意义知不等式组的解集为 $P\cap(\complement_U Q)$，故应填入的答案是 $P\cap(\complement_U Q)$.

【例2】 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|-x^2-x+2\geqslant 0\}$，$B=\{x|\dfrac{2}{|x-1|}\geqslant 1\}$，$C=\{x|ax^2+bx+c>0\}$；

(Ⅰ)若 $a=1,b=2,c=-3$，求 $(A\cup B)\cap\complement_U C$；

(Ⅱ)若 $(A\cup B)\cup C=U$，且 $(A\cup B)\cap C=\varnothing$，求 $a:b:c$ 的值.

【分析】 进行不等式解集间的交、并、补运算时，注意先化所给集合为最简形式，再用数轴分析. 同时要明确一元二次不等式解集的端点值与对应二次方程根的关系.

【解答】 (Ⅰ)$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$，

$B=\{x|-1\leqslant x<1$，或 $1<x\leqslant 3\}$，

$\therefore A\cup B=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$.

$C=\{x|x^2+2x-3>0\}=\{x|x<-3$，或 $x>1\}$，

$\therefore \complement_U C=\{x|-3\leqslant x\leqslant 1\}$；

$\therefore (A\cup B)\cap\complement_U C=\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$；

(Ⅱ)依题意 $C=\complement_U(A\cup B)=\{x|x<-2$，或 $x>3\}$，

$\therefore -2,3$ 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根，且 $a>0$.

$$\therefore\begin{cases}-\dfrac{b}{a}=-2+3,\\[2mm]\dfrac{c}{a}=-2\times 3;\end{cases}$$

$\therefore \dfrac{a}{b}=-1,\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{6}$，

$\therefore a:b:c=1:(-1):(-6)$，且 $a>0$.

【例3】 解不等式 $|\log_3x+4|-|\log_{\frac{1}{3}}x^2+1|>1$.

【分析】 利用对数的性质和换元法，将已知不等式化为形如 $|ax+b|-|cx+d|>m$ 的不等式后，通过分区间讨论求解.

【解答】 令 $t=\log_3x$，则原不等式化为 $|t+4|-|2t-1|>1$，

当 $t\leqslant -4$ 时，即 $-t-4+2t-1>1$，此时无解；

当 $-4<t\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，即 $t+4+2t-1>1$，$\therefore -\dfrac{2}{3}<t\leqslant\dfrac{1}{2}$；

当 $t>\dfrac{1}{2}$ 时，即 $t+4-2t+1>1$，$\therefore \dfrac{1}{2}<t<4$；

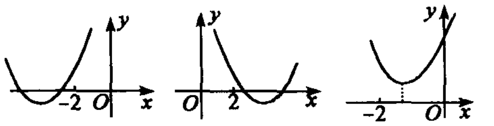
综合知 $-\dfrac{2}{3}<t<4$，即 $-\dfrac{2}{3}<\log_3x<4$，

解得 $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{3}<x<81$.

【例4】 已知 $x\in[-2,2]$ 时，不等式 $x^2-ax+3-a\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

【分析】 若从不等式的解集与 $[-2,2]$ 的关系去思考，较难入手；从二次函数 $f(x)=x^2-ax+3-a$ 的图像上去分析，则容易发现解题切入点.

【解答】 ∵ $f(x)=x^2-ax+3-a=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+3-a-\frac{a^2}{4}$，∴ 在下列图形中表示的三种情况下，对 $x\in[-2,2]$，总有 $f(x)\geq 0$ 成立；



(1) $\frac{a}{2}<-2$，且 $f(-2)\geq 0$，∴ $-7\leq a<-4$；

(2) $\frac{a}{2}>2$，且 $f(2)\geq 0$，这不可能；

(3) $-2\leq\frac{a}{2}\leq 2$，且 $f\left(\frac{a}{2}\right)\geq 0$，∴ $-4\leq a\leq 2$.

综上知 a 的取值范围是区间 $[-7,2]$.

名题基础演练

1. 已知不等式 $|2x-a|<\frac{a}{2}$ 的解集是 $\{x|\frac{1}{4}<x<\frac{3}{4}\}$，则实数 a 的值是 ( )

A. $\frac{1}{2}$　B. 1　C. $\frac{3}{2}$　D. 3

2. 设集合 $P=\{x|2x^2-7x+5<0\}$，$Q=\{x|0<x<10\}$，则 ( )

A. $P\cap Q=\varnothing$　B. $P\subsetneqq Q$

C. $P\supsetneqq Q$　D. $P\cup Q=R$

3. 下列不等式或不等式组中，与不等式 $x^2+4x-45\leq 0$ 同解的是 ( )

A. $\frac{x+9}{x-5}\leq 0$　B. $\frac{x-5}{x+9}\leq 0$

C. $\begin{cases}x+9\leq 0\\x-5\leq 0\end{cases}$　D. $(5-x)(x+9)\geq 0$

4. 已知 $a\in\mathbf{R}$，且 $a\neq 0$，若 $\frac{|x-a|}{a}<a-1$ 的解集为 $\varnothing$，则 a 的取值范围是 ( )

A. $a<0$　B. $0<a\leq 1$

C. $a>1$　D. $0<a<1$

5. 已知方程 $|x|=ax+1$ 有一负根而没有正根，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(-1,+\infty)$　B. $\{1\}$

C. $[1,+\infty)$　D. $(-\infty,-1)$

6. (2003 年上海市高考试题) 设集合 $A=\{x||x|<4\}$，$B=\{x|x^2-4x+3>0\}$，则集合 $\{x|x\in A$，且 $x\notin A\cap B\}=$ ________.

7. 已知 $A=\{x||2x-1|\geq 3\}$，$B=\{x|2m-1<x<m+2\}$，且 $A\cup B=\mathbf{R}$，则实数 m 属于集合 ________.

8. 不等式 $|ax+b|>1$ 的解集为 $\{x|x<1$，或 $x>2\}$，则数对 $(a,b)=$ ________.

9. 不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则 a 的取值范围是 ________.

10. 设 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x^2\leq 4x\}$，$B=\{x|x^2-6x+8\leq 0\}$. 指出 A 和 B 的关系，并求 $\complement_U A$，$A\cup\complement_U B$.

名题强化闯关

11. 对于定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$，若实数 x_0 满足 $f(x_0)=x_0$，则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个不动点，若二次函数 $f(x)=x^2+ax+1$ 没有不动点，则实数 a 的取值范围是 ________.

12. 已知不等式 $ax^2+bx-2>0$ 与不等式 $5-x>7|x+1|$ 有相同的解集，解不等式 $|ax+b|\geq 1$.

13. 若满足不等式 (1) $x^2-x-2>0$ 和 (2) $2x^2+(5+2a)x+5a<0$ 的 x 的整数值有且只有 -2 这一个，求实数 a 的取值范围.

14. 关于实数 x 的不等式 $\left|x-\frac{1}{2}(a+1)^2\right|\leq\frac{1}{2}(a-1)^2$ 与 $x^2-3(a+1)x+2(3a+1)\leq 0$（其中 $a\in\mathbf{R}$）的解集依次为 A 与 B，求使 $A\subseteq B$ 的 a 的取值范围.

第4课时　简易逻辑

考点聚焦

☞ 逻辑联结词的理解与运用
☞ 简单命题、复合命题及命题的否定等概念
☞ 复合命题的真值表
☞ 原命题、逆命题、否命题和逆否命题的概念、相互关系及真假判断
☞ 充要条件的概念与判断

考点预测

❖ 有关命题的内容在选择题、填空题或解答题中都能涉及，主要作为一种语言工具运用
❖ 四种命题的相互关系、由原命题构造另外三种命题
❖ 对给出的多个命题一一进行真假判断
❖ 充要条件的判断问题一般以选择题的形式出现，综合考查其他数学知识，难度起伏较大
❖ 反证法的运用

名师诠释考点

一、逻辑联结词

1. 逻辑联结词的概念

“或”、“且”、“非”这些词叫做逻辑联结词.

2. 命题的概念

可以判断真假的语句叫做命题. 其中不含逻辑联结词的命题叫做简单命题；由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫做复合命题. 命题常用小写的拉丁字母 $p,q,r,s,\cdots\cdots$ 来表示，复合命题的基本构成形式分别是：p 或 q；p 且 q；非 p. 其中的非 p 也叫做命题的否定.

3. 三种复合命题的真值表

表示命题的真假的表叫真值表.

p	非 p
真	假
假	真

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

二、四种命题

四种命题的概念

(1)互逆命题

如果第一个命题的条件(或题设)是第二个命题的结论，且第一个命题的结论是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题；如果把其中一个命题叫做原命题，那么另一个叫做原命题的逆命题.

(2)互否命题

如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的否定和结论的否定，那么这两个命题叫做互否命题. 把其中一个命题叫做原命题，另一个就叫做原命题的否命题.

(3)互为逆否命题

如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定，那么这两个命题叫做互为逆否命题. 把其中一个命题叫做原命题，另一个就叫做原命题的逆否命题.