21世纪独立院校本科规划教材 · 数学系列

丛书主编　郑玉美

高等数学

（上）

GAODENG SHUXUE (SHANG)

主　编　赵国石　毕重荣　冉兆平

教育部直属师范大学
华中师范大学出版社

高等数学

（上）

21世纪独立院校本科规划教材·数学系列

丛书主编　郑玉美

高等数学(上)

主　　编　赵国石　毕重荣
　　　　　冉兆平
副 主 编　张清平　尤正书
　　　　　杜洪艳　马　军
　　　　　胡　骏

华中师范大学出版社

内 容 提 要

本教材以“三用”即“够用、管用、会用”为原则，以三“凸现”即凸现数学与文化、凸现数学的现代化、凸现数学的应用为特点编写而成，特别是在体现独立院校的“独”字上极富特色. 全套教材从知识结构、难易程度、知识的分量完全适合独立院校即“三本”学生之需. 全书共分五章，包含函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用.

本教材适用于独立院校本科高等数学课程的教学，也可以作为科技研究工作者的参考书.

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(上)/赵国石，毕重荣，冉兆平主编.
—武汉：华中师范大学出版社，2006.8
(21 世纪独立院校本科规划教材 · 数学系列)
ISBN 7-5622-3414-0

Ⅰ. 高…　Ⅱ. ①赵… ②毕… ③冉…　Ⅲ. 高等数学-高等学校-教材
Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 059794 号

高等数学(上)

主编:赵国石　毕重荣　冉兆平
责任编辑:杨发明　　**责任校对**:罗　艺　　**封面设计**:罗明波
编辑室: 第二编辑室　　**电话**: 027－67867362
出版发行:华中师范大学出版社©
社址:湖北省武汉市珞喻路 152 号
电话:027－67863040(发行部)　027－67861321(邮购)
传真:027－67863291
网址:http://www.ccnup.com.cn　　**电子信箱**:hscbs@public.wh.hb.cn
经销:新华书店总经销
印刷:孝感日报印刷厂　　**督印**:姜勇华
字数:385 千字
开本:787 mm×960 mm　1/16　　**印张**:18.5
版次:2006 年 8 月第 1 版　　**印次**:2006 年 8 月第 1 次印刷
印数:1－6500　　**定价**:28.00 元

欢迎上网查询、购书

21世纪独立院校本科规划教材·数学系列

丛书编写委员会

21世纪独立院校本科规划教材·数学系列

丛书主编　郑玉美

《高等数学》(上)编写委员会

主　　编　赵国石(中国地质大学江城学院)
毕重荣(中国地质大学江城学院)
冉兆平(中南民族大学工商学院)

副 主 编　张清平(武汉生物工程学院)
尤正书(湖北大学知行学院)
杜洪艳(武汉科技大学中南分校)
马　军(江汉大学文理学院)
胡　骏(武汉科技大学城市学院)

编　　者　(以姓氏笔画为序)
马　军(江汉大学文理学院)
孙旭东(武汉工业职业技术学院)
杜洪艳(武汉科技大学中南分校)
张清平(武汉生物工程学院)
宋　翌(武汉生物工程学院)
陕　勇(中南民族大学工商学院)
胡佳德(中国地质大学江城学院)
赵国石(中国地质大学江城学院)

序　　言

自 1998 年以来，短短几年里，我国高等教育的规模迅速扩大，各大学的独立院校异军突起，办学规模得到空前的发展，据权威部门统计，2005 年，我国在校大学生为二千三百万，毛入学率为百分之二十一。关于连续扩招的是非得失已有不少议论见诸报端或网上，见仁见智，这里我们不予讨论。但可以肯定，今后一段时期，工作的重点是稳定规模、提高质量。

提高教学质量需要作持久的努力，需要做大量艰苦细致的工作。其中教材建设是一个很重要的方面。高等数学（包括线性代数、概率论初步等）作为大多数非数学类专业的一门必修的公共课，教学方法的改革与教材建设有许多工作要做。目前使用面较广且比较成熟的少数几种教材，一般来说内容偏多偏深，对于以培养应用型人才为主要目标的独立院校或高等数学课时较少的各类专业，不是很合适。作为公共课的高等数学教材，应该更多地注重概念的应用，使学生切实理解最基本的概念、背景和实质，并初步具备运用所学知识分析和解决实际问题的能力。为此，郑玉美教授领衔发起组织了十余所独立院校从事数学教学多年的、经验丰富的老师，对独立院校数学课程的改革作了认真的探讨，在此基础上编写了展现在读者眼前的《21 世纪独立院校本科规划教材 · 数学系列》。

面对独立院校写出具有独特性的教材，是需要足够的勇气和非常艰苦的工作的，我赞赏郑玉美教授在这个方面作出的实实在在的尝试。

相信这套教材的出版，对于满足独立院校教学实际需要和推动教材改革都有一定作用。

任德麟

2006 年 8 月

前 言

步入新世纪，中国的高等教育出现了崭新的格局.一大批独立院校相继成立，加入到传统的高等本科教育大军之阵线，它们常以“三本”的面目出现，正在成为高等教育的一支重要力量.这批新军（独立院校三本的学子们）在传统的教师们率领下手抱着传统的教材以传统的方式苦战了好几个春秋，无论是独立院校的执教者还是勤奋的学子们都盼望能有适合于这批规模巨大的新型的独立院校的教材，这是势在必行，又是势在必得的时代所需.郑玉美教授在成功推出《21世纪高等职业教育规划教材·数学系列》后，吸纳了湖北大学知行学院、武汉科技大学中南分校、武汉科技大学城市学院、中国地质大学江城学院、江汉大学文理学院、中南民族大学工商学院、武汉生物工程学院、武汉工程大学、武汉工业职业技术学院以及武汉职业技术学院（本科部）等独立院校一批经验丰富的教育专家又编写一套具有“三用三凸一独”的《21世纪独立院校本科规划教材·数学系列》，以满足独立院校教学之急需.这套用心力作的教材具有以下特点：

1．以“三用”为原则

（1）够用　删去传统本科教材中难而繁的内容，保留理、工、农、医、管各本科专业的最基本的内容，达到满足本科高度所必需的最低限度，够用即可.

（2）管用　增添以往传统教材中没有的同时又是必需的知识内容，使教材适合三类本科各专业之需要，达到管用的效果.

（3）会用　淡化传统本科教材偏重理论的倾向，删去理论性较强的内容，强调数学知识的应用，力求学以致用、学后会用，增强学生学习数学的信心与兴趣.

2．以“三凸现”为特色

（1）凸现数学与文化的联系　对重要的数学概念与理论，着重讲解它们的历史背景、产生的过程及影响，同时有机地结合一些有趣的数学故事及有影响力的数学家的逸事进行讲解，尽量让学生全面了解数学，达到提高学生的综合素质的目的.

（2）凸现数学现代化教学手段的应用　将数学软件的使用有机地融合进教材中，不盲目追求运算技巧，着力于培养学生解决实际问题的能力.

（3）凸现数学的应用性　如把有重要应用的“微元法”贯穿在整个高等数学教材中.

3．体现独立院校的“独”字，全套教材从知识的分量、难易程度、结构分布等方

面要适合独立院校三本之需要.如高等数学以一元微积分、多元微积分为主线,而多元微积分浓缩为多元微分学与多元积分学两大块,将微分方程、无穷级数放在一元微积分学之后,这样使“三本”学生们易于接受掌握.

为了使本套教材有更宽广的适应性,可供独立院校中的高等专科生选用,在保证科学性和逻辑性的前提下,我们在编写时更注重培养学生的良好的学习习惯,提高学生的综合素质.为此,我们力求全套教材语言准确生动、简洁而清晰,思想有条有理、精练而富逻辑.在每章正文后附有本章小结,设计一个“本章知识结构导航图”,让读者们对全章主要内容一目了然;归纳小结“本章主要内容及重点、难点”,让同学们心中有一个全章小“仓库”.此外,还安排了全章综合练习,供学有余力的学生去品尝一下课外的套餐.

本套教材共六种:《高等数学》(上)、《高等数学》(下)、《高等数学全程辅导与提高》、《线性代数》、《概率论与数理统计》、《概率论与数理统计学习指导》.

全套书的框架结构、统稿定稿由郑玉美教授及各册的主编负责,齐民友、任德麟、邓宗琦教授认真审阅了全部教材的原稿,提出了许多建设性意见,在此对三位资深教授表示衷心的感谢.

参加《高等数学》(上)编写的有马军、孙旭东、杜洪艳、张清平、宋翌、陕勇、胡佳德、赵国石等.全书由赵国石、毕重荣、冉兆平统稿、定稿.

虽然各位编者十分努力,但由于我们的水平有限,成书时间又很仓促,本套教材还可能有不少缺点和错误,欢迎广大师生、读者批评指正.

编委会

2006 年 8 月

目　录

第 1 章　函数与极限

历史使人聪明，诗歌使人机智，数学使人精细，哲学使人深邃，道德使人严肃，逻辑修辞使人善辩.

——培根

初等数学研究的对象基本上是常量，而高等数学研究的主要对象为变量. 高等数学的主要内容是微积分学，简称微积分. 微积分的创立是数学从初等数学进入高等数学划时代的里程碑. 微积分的诞生极大地推动了科学技术的发展，促进了社会的进步.

微积分学研究的主要对象是函数，主要研究方法是极限，它们贯穿于高等数学的始终. 本章将介绍函数、极限、函数的连续性等基本概念.

1.1　函　数

1.1.1　实数的绝对值与区间

1. 从有理数到实数

微积分学研究的函数都是实变量函数，即函数中涉及的变量都取**实数**. 实数是人类在对自然界的不断认知过程中产生的. 人们从"数数"、"计数"之需产生了自然数. 由数的"运算"又产生了整数，进而引出了度量问题中可公度量的概念. 例如：给一把长度为 3 的尺子 a，一把长度为 5 的尺子 b. 第一次用 a 去量 b 一次，剩下 $b-a=2$，再用 $b-a=2$ 去量 a 一次，剩下 $a-(b-a)=1$，最后用剩下的 $2a-b=1$ 去量 $b-a=2$，两次量尽. 我们说 a 与 b 是可公度的量.

大约在公元前 600 年—公元前 500 年，希腊著名的毕达哥拉斯学派发现可公度的量可以表示为"整数之比"，后人称之为**有理数**. 他们崇信"万物皆数". 随着"**勾股定理**"的发现，希腊学者希帕索斯在大约公元前 400 年前后发现了单位正方形的边长1 与对角线之长 $x(\sqrt{2})$不可公度，并证明了这个 x 不是"整数之比". 从而引出了现代数学中"**无理数**"的概念. 这一发现从根本上动摇了毕达哥拉斯学派的根基——"万物皆数"(指的是有理数)，从而引发了数学史上的"第一次数学危机".

危机的出现成了数学发展的巨大动力，大约在公元前 300 年毕达哥拉斯学派的欧多克斯解决了不可公度问题. 无理数的发现开拓了数的领域，并将一切有理数及无理数统称为实数，实数集记为 **R**. 实数与数轴上的点一一对应.

2. 实数的绝对值

绝对值的定义：实数 x 的绝对值为

$$|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0.\end{cases}$$

$|x|$的几何意义是：$|x|$表示数轴上的点 x 与原点 O 之间的距离，总有$|x|\geqslant 0$.

绝对值有以下主要性质：

(1) $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$；

(2) $|x|\leqslant a\Leftrightarrow -a\leqslant x\leqslant a$ $(a>0)$；

(3) $|x|\geqslant a\Leftrightarrow x\leqslant -a$ 或 $x\geqslant a$ $(a>0)$；

(4) $|x+y|\leqslant |x|+|y|$；

(5) $|x-y|\geqslant |x|-|y|$；

(6) $|xy|=|x||y|$；

(7) $\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}$ $(y\neq 0)$.

证 [只证(4),(5),并假设(1),(2),(3)均已证明]

先证明(4).由(1)有

$$\begin{cases}-|x|\leqslant x\leqslant |x|,\\ -|y|\leqslant y\leqslant |y|.\end{cases}$$

两式相加,得

$$-(|x|+|y|)\leqslant x+y\leqslant |x|+|y|,$$

由(2)有

$$|x+y|\leqslant |x|+|y|.$$

证毕.

再证(5),因为 $$|x|=|(x-y)+y|,$$

由(4)有

$$|(x-y)+y|\leqslant |x-y|+|y|,$$

即

$$|x|\leqslant |x-y|+|y|,$$

所以

$$|x-y|\geqslant |x|-|y|.$$

证毕.

关于性质(6),(7)可以直接用绝对值的定义证得.

下面介绍一个在数学分析中常用的关于绝对值的不等式.设 a 为一定点,r 为任意给定的正数,则对任意实数 x 有

$$|x-a|<r\Leftrightarrow a-r<x<a+r.$$