

DAXUE SHUXUE XITICE

大学数学

习题册

(理、工科类)

○ 四川大学数学学院高等数学教研室 编



四川大学出版社



大学数学习题册

(理、工科类)

参编人员(按姓氏笔画排列)

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 方儒新 | 牛健人 | 王霞 | 邓英 |
| 邓荣春 | 刘亚平 | 吕子明 | 何志蓉 |
| 冷忠建 | 张慎语 | 李珊 | 李海 |
| 邹述超 | 闵心畅 | 陈丽 | 周厚隆 |
| 祝亭玉 | 胡文春 | 钮海 | 项兆虹 |
| 徐小湛 | 高波 | 熊小林 | |



四川大学出版社

责任编辑:毕 潜 马 娜
责任校对:廖庆扬
封面设计:吴 强
责任印制:杨丽贤

图书在版编目(CIP)数据

大学数学习题册 / 四川大学数学学院高等数学教研室
编. —成都: 四川大学出版社, 2006.9

ISBN 7-5614-3547-9

I. 大... II. 四... III. 高等数学—高等学校—习题
IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 117725 号

书名 大学数学习题册

编 者 四川大学数学学院高等数学教研室
出 版 四川大学出版社
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行 四川大学出版社
印 刷 郫县犀浦印刷厂
成品尺寸 185 mm×260 mm
印 张 15.25
字 数 36.4 千字
版 次 2005 年 9 月第 1 版
印 次 2006 年 9 月第 1 次印刷
印 数 0 001 ~ 7 000 册
定 价 15.00 元

◆读者邮购本书,请与本社发行科
联系,电话:85408408/85401670/
85408023 邮政编码:610065

◆本社图书如有印装质量问题,请
寄回出版社调换。

◆网址:www.scupress.com.cn

版权所有◆侵权必究



学院

姓名

学号

教师

目 录

| | |
|--------------------------|--------|
| 数列的极限 | (1) |
| 函数的极限 | (3) |
| 无穷小与无穷大 | (7) |
| 极限运算法则 | (9) |
| 极限存在准则,两个重要极限 | (13) |
| 无穷小的比较 | (19) |
| 连续性与间断点 | (21) |
| 连续函数的性质 | (25) |
| 导数概念 | (27) |
| 求导法则(1) 导数的四则运算 | (31) |
| 求导法则(2) 复合函数反函数的导数 | (33) |
| 高阶导数 | (37) |
| 隐函数参数方程求导、相关变化率 | (41) |
| 函数的微分 | (47) |
| 微分中值定理 | (49) |
| 洛必达法则 | (51) |
| 泰勒公式 | (53) |
| 函数的单调性、极值和最值 | (55) |
| 函数的单调性、极值 | (59) |
| 单元检测 | (61) |
| 不定积分的概念与性质 | (63) |
| 换元积分法 | (65) |
| 分部积分法 | (67) |
| 有理函数的积分 | (69) |
| 单元检测 | (71) |



学院

姓名

学号

教师

| | |
|-----------------------|---------|
| 定积分定义与性质 | (73) |
| 定积分基本公式 | (75) |
| 定积分换元法 | (79) |
| 分部积分法 | (81) |
| 广义积分 | (83) |
| 定积分几何应用 | (85) |
| 定积分的物理应用 | (87) |
| 期末模拟试题(一) | (89) |
| 期末模拟试题(二) | (91) |
| 期末模拟试题(三) | (93) |
| 期末模拟试题(四) | (95) |
| 向量及其运算 | (97) |
| 曲面和空间曲线 | (101) |
| 平面和空间直线 | (103) |
| 多元函数的基本概念 | (107) |
| 偏导数 | (109) |
| 全微分 | (111) |
| 多元复合函数的求导法则 | (113) |
| 隐函数的求导公式 | (117) |
| 微分法在几何上的应用 | (119) |
| 方向导数与梯度 | (121) |
| 多元函数的极值及其求法 | (123) |
| 二重积分的概念与性质 | (125) |
| 二重积分的计算(1) | (127) |
| 二重积分的计算(2) | (129) |
| 二重积分的应用 | (131) |
| 三重积分的概念及其计算 | (133) |
| 利用柱面、球面坐标计算三重积分 | (135) |
| 三重积分的应用 | (137) |
| 对弧长的曲线积分 | (139) |
| 对坐标的曲线积分 | (141) |
| 格林公式及其应用 | (143) |



学院

姓名

学号

教师

| | |
|----------------------|---------|
| 对面积的曲面积分 | (147) |
| 对坐标的曲面积分 | (149) |
| 高斯公式、通量与散度 | (151) |
| 斯托克斯公式、环流量和旋度 | (154) |
| 常数项级数的概念和性质 | (155) |
| 常数项级数的审敛法 | (157) |
| 幂级数 | (159) |
| 函数展开成幂级数 | (161) |
| 幂级数的应用 | (163) |
| 傅立叶级数 | (165) |
| 正弦级数和余弦级数 | (167) |
| 周期函数的傅立叶级数 | (169) |
| 可分离变量的微分方程 | (171) |
| 齐次微分方程 | (173) |
| 一阶线性微分方程 | (175) |
| 全微分方程 | (177) |
| 可降阶的高阶微分方程 | (179) |
| 二阶常系数齐次线性微分方程 | (181) |
| 二阶常系数非齐次线性微分方程 | (183) |
| 应用题 | (185) |
| 数一期末模拟试题(一) | (187) |
| 数一期末模拟试题(二) | (189) |
| 数二期末模拟试题(一) | (191) |
| 数二期末模拟试题(二) | (193) |
| 向量与矩阵的运算 | (195) |
| 矩阵的运算 | (197) |
| 行列式的定义与性质 | (199) |
| 行列式的展开与计算 | (201) |
| 可逆矩阵,求逆矩阵 | (205) |
| 逆矩阵的求法 | (207) |
| 线性方程组的消元法 | (209) |
| 向量组的秩 | (211) |



学院 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 教师 _____

| | |
|------------------|---------|
| 矩阵的秩 | (213) |
| 齐次线性方程组 | (215) |
| 线性方程组 | (217) |
| 矩阵特征值、特征向量 | (219) |
| 矩阵相似 | (221) |
| 实对称矩阵的对角化 | (223) |
| 二次型的基本概念 | (225) |
| 化二次型为标准形 | (227) |
| 二次型的分类 | (229) |
| 《线性代数》试题一 | (231) |
| 《线性代数》试题二 | (233) |
| 《线性代数》试题三 | (235) |
| 《线性代数》试题四 | (237) |



学院 _____

姓名 _____

学号 _____

教师 _____

数列的极限

一、根据数列极限的定义证明下列极限:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = 0;$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{5n+1} = \frac{2}{5};$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0;$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} = 0.$$



学院 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 教师 _____

二、设 $\{x_n\}$ 为一数列.1. 证明:若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$;2. 问:上题的逆命题“若 $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ”是否成立? 若成立, 证明之; 若不成立, 举出反例.

三、判断下列命题的正误:

1. 若数列 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都收敛, 则数列 $\{x_n + y_n\}$ 必收敛. ()2. 若数列 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都发散, 则数列 $\{x_n + y_n\}$ 必发散. ()3. 若数列 $\{x_n\}$ 收敛, 而数列 $\{y_n\}$ 发散, 则数列 $\{x_n + y_n\}$ 必发散. ()四、证明:对任一数列 $\{x_n\}$, 若 $\lim_{k \rightarrow \infty} x_{2k-1} = a$ 且 $\lim_{k \rightarrow \infty} x_{2k} = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$.



学院_____ 姓名_____ 学号_____ 教师_____

函数的极限

一、根据函数极限的定义证明下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (5x + 2) = 12;$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4;$

3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = -4.$

二、证明 $\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 1) = 11$, 并求正数 δ , 使得当 $|x - 3| < \delta$ 时, 就有 $|(4x - 1) - 11| < 0.001$.



学院_____ 姓名_____ 学号_____ 教师_____

三、根据函数极限的定义证明下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = 0;$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} = 0;$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}.$

四、证明 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = 1$, 并求正数 X , 使得当 $x > X$ 时, 有 $|\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1| < 0.01$.



五、证明： $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ 的充分必要条件是 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ 且 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$.

六、根据函数的图形写出下列极限(如果极限存在):

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x$ 和 $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x$;

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{sgn} x$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{sgn} x$ 和 $\lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{sgn} x$;

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$ 和 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$.



学院 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 教师 _____

七、证明:若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在,则函数 $f(x)$ 在 x_0 的某个去心邻域内有界.

八、证明:函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow x_0$ 时的极限存在的充分必要条件是左极限、右极限均存在并且相等,即 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$.

九、设 $f(x) = |x|$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

十、设 $f(x) = \operatorname{sgn} x$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.



无穷小与无穷大

一、填空题:

1. 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $\frac{1}{x-1}$ 是无穷小; 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $\frac{1}{x-1}$ 是无穷大.
2. 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $e^{\frac{1}{x}}$ 是无穷小; 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $e^{\frac{1}{x}}$ 是无穷大.
3. 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $\ln x$ 是无穷小; 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $\ln x$ 是负无穷大;
当 $x \rightarrow$ _____ 时, $\ln x$ 是正无穷大.

二、选择题:

当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ 是().

- | | |
|----------------|----------------|
| A. 无穷小 | B. 无穷大 |
| C. 有界的, 但不是无穷小 | D. 无界的, 但不是无穷大 |

三、证明: 函数 $f(x) = x \sin x$ 在 $(0, +\infty)$ 内无界, 但当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $f(x)$ 不是无穷大.

四、判断下列命题的正确性:

1. 两个无穷小的和也是无穷小. ()
2. 两个无穷大的和也是无穷大. ()
3. 无穷小与无穷大的和一定是无穷大. ()
4. 无穷小与无穷大的积一定是无穷大. ()
5. 无穷小与无穷大的积一定是无穷小. ()
6. 无穷大与无穷大的积也是无穷大. ()



五、举例说明:

1. 两个无穷小的商不一定是无穷小;
2. 无限个无穷小的和不一定是无穷小.

六、根据定义证明:

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ 为无穷小;
2. 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ 为无穷大;
3. 当 $x \rightarrow -\infty$ 时, $f(x) = e^x$ 为无穷小.



极限运算法则

一、计算下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2x + 4)$;

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2}$;

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x - 2}$;

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}$ (n 是正整数);

5. $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{3}{1 - x^3} - \frac{1}{1 - x})$;

6. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$.

二、计算下列极限:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3 - \frac{1}{x})(2 - \frac{1}{x^2})$;

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{4x^2 - x - 1}$;



学院 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 教师 _____

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{5x^3 - x^2 + 1}$;

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 5}{10x + 1}$;

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2})$;

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + a + a^2 + \dots + a^n}{1 + b + b^2 + \dots + b^n} (|a| < 1, |b| < 1)$;

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$;

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{1}{n^2 + 2} + \dots + \frac{1}{n^2 + n})$.

三、若 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2}{x+1} - ax - b) = 0$, 求 a, b 的值.