DAXUE SHUXUE XITICE

大学数学习题册

(理、工科类)

四川大学数学学院高等数学教研室 编

四川大学出版社

大学数学习题册

(理、工科类)

参编人员(按姓氏笔画排列)

方儒新	牛健人	王　霞	邓　英
邓荣春	刘亚平	吕子明	何志蓉
冷忠建	张慎语	李　珊	李　海
邹述超	闵心畅	陈　丽	周厚隆
祝亭玉	胡文春	钮　海	项兆虹
徐小湛	高　波	熊小林	

四川大学出版社

责任编辑:毕　潜　马　娜
责任校对:廖庆扬
封面设计:吴　强
责任印制:杨丽贤

图书在版编目(CIP)数据

大学数学习题册／四川大学数学学院高等数学教研室编．—成都：四川大学出版社，2006.9
ISBN 7－5614－3547－9

Ⅰ.大…　Ⅱ.四…　Ⅲ.高等数学－高等学校－习题　Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 117725 号

书名　**大学数学习题册**

编　　者	四川大学数学学院高等数学教研室
出　　版	四川大学出版社
地　　址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发　　行	四川大学出版社
印　　刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	185 mm×260 mm
印　　张	15.25
字　　数	36.4 千字
版　　次	2005 年 9 月第 1 版
印　　次	2006 年 9 月第 1 次印刷
印　　数	0 001～7 000 册
定　　价	15.00 元

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。电话:85408408/85401670/85408023　邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请寄回出版社调换。
◆网址:www.scupress.com.cn

学院 姓名 学号 教师

目 录

学院　　　　姓名　　　　学号　　　　教师

学院　　　　姓名________　学号________　教师

学院 ______ 姓名 ______ 学号 ______ 教师 ______

学院 __________ 姓名 __________ 学号 __________ 教师 __________

数列的极限

一、根据数列极限的定义证明下列极限：

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^2}=0$；

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-3}{5n+1}=\dfrac{2}{5}$；

3. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=0$；

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin n}{n}=0$.

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

二、设$\{x_n\}$为一数列.

1. 证明：若$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，则$\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=|a|$；

2. 问：上题的逆命题"若$\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=|a|$，则$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$"是否成立？若成立，证明之；若不成立，举出反例.

三、判断下列命题的正误：

1. 若数列$\{x_n\}$和$\{y_n\}$都收敛，则数列$\{x_n+y_n\}$必收敛. (　　)
2. 若数列$\{x_n\}$和$\{y_n\}$都发散，则数列$\{x_n+y_n\}$必发散. (　　)
3. 若数列$\{x_n\}$收敛，而数列$\{y_n\}$发散，则数列$\{x_n+y_n\}$必发散. (　　)

四、证明：对任一数列$\{x_n\}$，若$\lim\limits_{k\to\infty}x_{2k-1}=a$ 且$\lim\limits_{k\to\infty}x_{2k}=a$，则$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$.

函数的极限

一、根据函数极限的定义证明下列极限：

1. $\lim\limits_{x\to 2}(5x+2)=12$；　　2. $\lim\limits_{x\to 2}x^2=4$；　　3. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x+2}=-4$.

二、证明$\lim\limits_{x\to 3}(4x-1)=11$，并求正数$\delta$，使得当$|x-3|<\delta$时，就有$|(4x-1)-11|<0.001$.

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

三、根据函数极限的定义证明下列极限：

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$；　　2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\cos x}{\sqrt{x}}=0$；　　3. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{2x^2+1}=\frac{1}{2}$.

四、证明 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=1$，并求正数 X，使得当 $x>X$ 时，有 $\left|\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}-1\right|<0.01$.

学院＿＿＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿＿＿　学号＿＿＿＿＿＿　教师＿＿＿＿＿＿

五、证明：$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 的充分必要条件是 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$ 且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$.

六、根据函数的图形写出下列极限(如果极限存在)：

1. $\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x$，$\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan x$ 和 $\lim\limits_{x\to\infty}\arctan x$；

2. $\lim\limits_{x\to-\infty}\operatorname{sgn}x$，$\lim\limits_{x\to+\infty}\operatorname{sgn}x$ 和 $\lim\limits_{x\to\infty}\operatorname{sgn}x$；

3. $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x$，$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x$ 和 $\lim\limits_{x\to\infty}e^x$.

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

七、证明:若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则函数 $f(x)$在 x_0 的某个去心邻域内有界.

八、证明:函数 $f(x)$当 $x\to x_0$ 时的极限存在的充分必要条件是左极限、右极限均存在并且相等.即$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$.

九、设 $f(x)=|x|$,求$\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)$,$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$和$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

十、设 $f(x)=\operatorname{sgn}x$,求$\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)$,$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$和$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

学院________ 姓名________ 学号______ 教师__________

无穷小与无穷大

一、填空题：

1. 当 $x\to$________时，$\frac{1}{x-1}$是无穷小；当 $x\to$________时，$\frac{1}{x-1}$是无穷大.

2. 当 $x\to$________时，$e^{\frac{1}{x}}$是无穷小；当 $x\to$________时，$e^{\frac{1}{x}}$是无穷大.

3. 当 $x\to$________时，$\ln x$ 是无穷小；当 $x\to$________时，$\ln x$ 是负无穷大；

   当 $x\to$________时，$\ln x$ 是正无穷大.

二、选择题：

当 $x\to 0$ 时，函数$\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$是(　　).

A. 无穷小　　B. 无穷大

C. 有界的，但不是无穷小　　D. 无界的，但不是无穷大

三、证明：函数 $f(x)=x\sin x$ 在$(0,+\infty)$内无界，但当 $x\to+\infty$时，$f(x)$不是无穷大.

四、判断下列命题的正确性：

1. 两个无穷小的和也是无穷小.　　(　　)
2. 两个无穷大的和也是无穷大.　　(　　)
3. 无穷小与无穷大的和一定是无穷大.　　(　　)
4. 无穷小与无穷大的积一定是无穷大.　　(　　)
5. 无穷小与无穷大的积一定是无穷小.　　(　　)
6. 无穷大与无穷大的积也是无穷大.　　(　　)

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

五、举例说明：

1. 两个无穷小的商不一定是无穷小；　　2. 无限个无穷小的和不一定是无穷小.

六、根据定义证明：

1. 当 $x\to 0$ 时，$f(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$ 为无穷小；

2. 当 $x\to 0^{+}$ 时，$f(x)=e^{\frac{1}{x}}$ 为无穷大；

3. 当 $x\to -\infty$ 时，$f(x)=e^{x}$ 为无穷小.

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

极限运算法则

一、计算下列极限：

1. $\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-2x+4)$；　　2. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-3x+1}{x^2-2}$；　　3. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$；

4. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^n-1}{x-1}$($n$ 是正整数)；　　5. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{3}{1-x^3}-\frac{1}{1-x}\right)$；　　6. $\lim\limits_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}$.

二、计算下列极限：

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(3-\frac{1}{x}\right)\left(2-\frac{1}{x^2}\right)$；　　2. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+1}{4x^2-x-1}$；

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x+1}{5x^3-x^2+1}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+x-5}{10x+1}$;

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\dfrac{n-1}{n^2}\right)$;

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+a+a^2+\cdots+a^n}{1+b+b^2+\cdots+b^n}(|a|<1, |b|<1)$;

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}}$;

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{1}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+n}\right)$.

三、若 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x+1}-ax-b\right)=0$，求 a,b 的值.