

工程力學問題詳解

(靜力學)

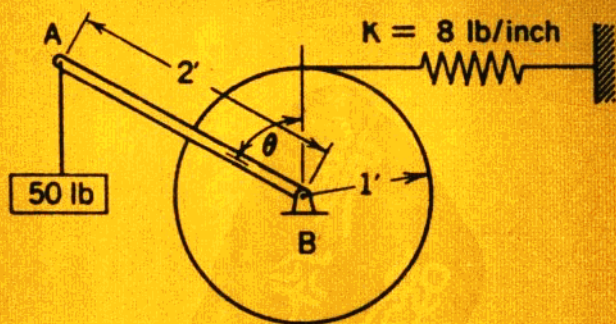
ENGINEERING MECHANICS

IRVING H. SHAMES

Professor and Head

Division of Interdisciplinary Studies

State University of New York at Buffalo



曉園出版社

版權所有・翻印必究

一九八〇年六月發行

工程靜力學詳解

定價：

原著者：Shames

譯著者：陳 昆 生

發行人：黃 旭 政

發行所：曉 園 出 版 社

香港代理：藝 文 圖 書 公 司

香港銅鑼灣摩頓臺灣景樓23樓A5

電話：5 - 7 6 7 7 5 8

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，晚園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。晚園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

工程靜力學問題詳解

目 錄

第一章	力學之基礎	1
第二章	向量代數綱要	10
第三章	重要向量	47
第四章	力之相當體系	72
第五章	平衡方程式	131
第六章	結構力學結論	211
第七章	摩擦力	286
第八章	面之性質	349
第九章	聯體力學緒論	404
第十章	變分靜力學緒論	439

1 力學之基礎

1. [1.3] (a) 表出密度之因次。

(b) 密度在美制中的 (1) 斯勒, 呎, 秒及 (2) 磅質量, 呎, 秒 化為米制之克, 公分, 秒時, 相當於若干單位?

圖: (a) 在 MLt 制中 $[\text{密度}] = [ML^{-3}]$

在 FLt 制中 $[\text{密度}] = [Ft^3 L^{-3}]$

$$(b)(1) 1 \text{ slug/ft}^3 = (1 \text{ slug}) \frac{\{1 \text{ g} / (0.685 \times 10^{-3} \text{ slug})\}^3}{\{(1 \text{ ft}) (30.5 \text{ cm/ft})\}^3} \\ = 0.52 \text{ g/cm}^3$$

$$(2) 1 \text{ lbm/ft}^3 = (1 \text{ lbm}) \frac{\{1 \text{ g} / (2.205 \times 10^{-3} \text{ lbm})\}^3}{\{(1 \text{ ft}) (30.5 \text{ cm/ft})\}^3} \\ = 0.02 \text{ g/cm}^3$$

2. [1.3] 下列各量之因次為何? (a) 加速度, (b) 壓力, (c) 轉角, (d) 比體積。

圖: (a) $[\text{加速度}] = [Lt^{-2}]$

(b) 在 FLt 制中, $[\text{壓力}] = [FL^{-2}]$

在 MLt 制中, $[\text{壓力}] = [ML^{-1} t^{-2}]$

(c) $[\text{旋轉角}] = 1$

(d) 在 FLt 制中, $[\text{比積}] = [F^{-1} L^3]$

在 MLt 制中, $[\text{比積}] = \frac{L^3}{M}$

3. [1.3] 地球與月球之衝離速分別為 11.2 千米/秒 與 2.4 千米/秒, 試以 哩/小時 表達之。

圖: 地球:

$$11.2 \text{ km/sec} = \frac{(11.2 \times 10^3 \text{ m})(1 \text{ ft} / 0.305 \text{ m})}{\{(1 \text{ sec})(1 \text{ hour} / 3600 \text{ sec})\}} \times$$

$$(\underline{1\text{mile} / 5280\text{ft}})$$

$$= 25037 \text{ mile / hour}$$

月球：

$$\begin{aligned} 2.4 \text{ km / sec} &= \frac{2.4}{11.2} (25037 \text{ mile / hour}) \\ &= 5365 \text{ mile / hour} \end{aligned}$$

4. [1.4] 牛頓黏性律曰：在一流體中，摩擦阻力（每單位面積之力）與單位距離速度之變率 dV/dy 成正比。比例常數 μ 謂之黏性係數。(a) 試表出因次式。(b) 在美制（斯勒，呎，秒）與米制（克，公分，秒）之單位中其換算關係為何？

$$\text{圖：} \quad \tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad \therefore \mu = \tau \frac{dy}{dV}$$

$$(a) \text{ 在 } FLt \text{ 制中, } [\mu] = \left(\frac{F}{L^2} \right) \left(\frac{L}{L/T} \right) = \frac{Ft}{L^2}$$

$$\text{在 } MLt \text{ 制中, } [\mu] = [ML^{-1}t^{-1}]$$

$$\begin{aligned} (b) 1 \text{ slug / ft-sec} &= \frac{(1 \text{ slug}) \{1 \text{ g} / (0.685 \times 10^{-4} \text{ slug})\}}{\{(1 \text{ ft}) (30.5 \text{ cm / ft}) (1 \text{ sec})\}} \\ &= 478.64 \text{ g / cm-sec} \end{aligned}$$

5. [1.4] 物體在流體中運動之阻力，如火箭在空中飛行，有時可以下式表達之：

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 A$$

F 為阻力， C_D 為拖力係數， ρ 為流體密度， V 為物體對不受干擾流體之相對速度， A 為垂直於飛行方向之物體斷面積。求 C_D 之度量式。

$$\begin{aligned} \text{圖：} [C_D] &= \left[\frac{F}{\{(Ft^2 L^{-1})(Lt^{-1})(L^2)\}} \right] \\ &= [1] = \text{無因次} \end{aligned}$$

6. [1.4] 在研究船體運動時，無因次式之弗魯德數 (Froude number) 甚為重要。其式為

$$Fr \equiv \frac{\rho V^2}{L\gamma}$$

ρ 為水密度， V 為船速， L 為船身性長， γ 為水比重。試證弗魯德數為一無因次式，並證其可寫為 V^2/Lg 。

$$\begin{aligned} \text{圖：} [Fr] &= \left[\frac{(Ft^{-1}L^{-1})(Lt^{-1})^2}{[(L)(FL^{-1})]} \right] \\ &= [1] = \text{無因次} \end{aligned}$$

$$Fr \equiv \frac{\rho V^2}{L\gamma} \equiv \frac{\rho V^2}{L(\rho g)} \equiv \frac{V^2}{Lg}$$

7. [1.4] 在研究液面對浮體的表面張力效應時，常用之無因次式為韋伯數 (Weber number) 寫為：

$$We \equiv \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

ρ 為液體密度， σ 為液體表面張力， L 為物體性長， V 為物體速度。求表面張力 σ 之因次。

$$\begin{aligned} \text{圖：} [\sigma] &= \rho V^2 L = (ML^{-3})(L^2 t^{-2})L = \frac{M}{t^2} \\ &= FL^{-2} \end{aligned}$$

8. [1.4] 下式常用於管流分析：

$$\frac{\Delta p}{\rho V^2} = f \left[\left(\frac{\rho V D}{\mu} \right), \left(\frac{L}{D} \right) \right]$$

Δp 為沿管長之壓力降落， ρ 為流體密度， V 為流體平均流速， D 為管之內徑， L 為所計壓力降落之長度， μ 為流體滯性係數。式右邊為

以 $\rho VD/\mu$ 及 L/D 為變數之方程式，試證此等式不論 f 方程為何皆為齊因次。式中 $\rho VD/\mu$ 稱為雷諾數 (Reynolds number)。

$$\text{圖：} \left[\frac{\Delta P}{\rho V^2} \right] = \left[\frac{FL^{-1}}{(Ft^{-1}L^{-1})(Lt^{-1})^2} \right] = \frac{ML^2}{(ML^{-3})(L^2t^{-2})}$$

$$= [1] = \text{無因次}$$

$$\begin{aligned} \therefore \left[\frac{\rho VD}{\mu} \right] &= \left[\frac{(Ft^{-1}L^{-1})(Lt^{-1})(L)}{FtL^{-1}} \right] \\ &= \frac{(ML^{-3})(Lt^{-1})L}{ML^{-1}t^{-1}} = [1] \end{aligned}$$

$$\text{和} \left[\frac{L}{D} \right] = \left[\frac{L}{L} \right] = [1]$$

$$\therefore f \left[\left(\frac{\rho VD}{\mu} \right) \left(\frac{L}{D} \right) \right] \text{亦為無因次}$$

因此，就任一函數 f 而言，這樣的一個方程式為齊次的。

9. [1.4] (1.9) 式中，牛頓地心引定律內 K 之因次為何？

$$\text{圖：} K = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$$

$$\begin{aligned} [K] &= \left[\frac{(F)(L)^2}{(FL^{-1}t^{-2})^2} \right] \equiv F^{-1}L^4t^{-4} \\ &= \frac{(MLt^{-2})L^2}{M^2} \equiv L^3/MT^2 \end{aligned}$$

10. [1.5] 用質量，長度，時間之度量制時，設吾人已選定某質量單位。試說明如何可建立兩個獨立力的單位。並說明如何能確知兩力單位間之相當關係。

$$\text{圖：} F = ma$$

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{sec}^2$$

$$1 \text{ lbf} = 1 \text{ slug} \cdot \text{ft} / \text{sec}^2$$

$$= 4.448 \text{ Newton}$$

11. [1.5] 假定吾人欲以速度，力，與時間做為基本因次。問長度，質量，加速度，等次級量應如何表示？

圖：在 VtF 制中：

$$[\text{長度}] = [Vt]$$

$$[\text{質量}] = \frac{F}{a} = \frac{F}{V/t} = FtV^{-1}$$

$$[\text{加速度}] = [Vt^{-1}]$$

12. [1.6] 歐洲大陸工程師常將仟克用為質量單位然亦常用為力之單位。試述仟克力之意義及應注意事項。

圖：一公斤的力意指物體是接近地球表面，由重力所造成垂直方向的力是與該物體的質量成正比，就和地球之半徑相較是很小的高度而言，此力是與重力加速度無關。

13. [1.7] 考慮地球大氣情況時，何時應捨棄聯體觀念原因為何？

圖：是稱為聯體質，火箭飛行至外太空，稀薄的氣體或電極管中的氣體，皆非聯體質。

14. [1.10] 一火箭自地球射出，以高速旋轉以保持其自身穩定。飛行中某時間某機件必須關閉，此表示某單元必須給以相對火箭之加速度 $\vec{a}_r$ 。吾人是否仍可應用牛頓定律 $\vec{F} = m\vec{a}_r$ 以決定所須之力？如不能時，應如何？

圖：不，因為 $\vec{a}_r$ 為一旋轉加速度，其隨著方向而立即改變。所以，我們必須使用 $\vec{F} = m(d\vec{v}_r/dt)$ 來決定所需要之力。

15. [1.10] 牛頓定律中，相對限制與量子限制有何差別？

圖：(1)相對限制：

(a)多為 $10^{-14}m$ 以上之直徑物體運動之情形。

(b)速度至光速為其極限。

(2)量子限制：

(a)運動為週期性者。

(b)能量以階梯形而存在或改變。

(c)適用於 $10^{-14} m$ 以下原子核中粒子之運動。

(d)僅限於一個電子之原子。

16. [1.10] 一行星移近一固定星。試證行星之運動與其質量無關。

圖：∵一個固定的星球

$$\therefore mv^2/r = GMm/r^2$$

$$v^2 = GM/r$$

因此，此行星之運動和其質量無關。

17. [1.10] (a)若吾人於地球及月球表面踢一重砲彈，試比較所受傷害程度。(b)若將砲彈自某高度擲向足尖，則在月球上與地球上兩者何者傷得較重？

圖：(a)因為水平力是與重力無關，所以對兩者之損害相同。

$$(b) F_s = mg_s$$

$$F_m = mg_m$$

$$\therefore g_m = g_s / 6$$

$$\therefore F_m = F_s / 6$$

因此，較地球上的損害更大。

18. [1.10] 第一個先鋒衛星在地球上重 $3\frac{1}{4}$ 磅，則在其最高軌道約距地球 2500 哩之重量為何？

$$\text{圖：} \quad mg' = \frac{GMm}{r^2}$$

$$g' = \frac{GM}{r^2}$$

$$= \frac{(6.66 \times 10^{-24})(6.0 \times 10^{24})}{(6.37 \times 10^6 + 2500 \times 1609)^2}$$

$$= 3.7 \text{ m/sec}^2$$

因此，在最遠的位置衛星的重量

$$= \left(\frac{3.7}{9.8} \right) \left(3 \frac{1}{4} \right) = 1.23 \text{ lb}$$

19. [1.10] 上題，此衛星在其最高軌道上之地心重力加速度為何？

圖：由問題18， $g' = 3.7 \text{ m/sec}^2$

20. [1.10] 月球直徑用2160哩，其表面之重力加速度為5.32呎/秒²，問地球與月球之質量比為何？

$$\text{圖：} \frac{M}{r^2 g} = \frac{M'}{r'^2 g'}$$

$$\therefore \frac{M}{M'} = \frac{(3960)^2 (32.2)}{\left(\frac{2160}{2} \right)^2 (5.32)} = 81$$

21. [1.10] 當蘇聯陸尼克火箭飛越月球時，地球與月球之中心間距為219,000 哩，求該火箭距地球中心若干時恰好為零重量。

圖：Lunik 的重量為零 $\Rightarrow F_e = F_m$

$$\frac{GM_e m}{R^2} = \frac{GM_m m}{(219000 - R)^2}$$

$$\frac{M_e}{M_m} = 81 = \frac{R^2}{(219000 - R)^2}$$

$$R = 197100 \text{ miles}$$

22. [1.10] 試證物體在地球表面之重力加速度可以下式表示：

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

G 爲地心引力常數， M 爲地球質量， R 爲地球半徑。

圖：假設一個物體是靠近地球表面，其質量爲 m 。那麼 g 爲常數。

$$\therefore mg = F = \frac{GMm}{(R+r)^2}$$

$$g = \frac{GM}{(R+r)^2}$$

就 $R \gg r$ 而言

$$\therefore g = \frac{GM}{R^2}$$

23. [1.10] 物理手冊內所給之地心引力常數爲

$$G = 6.66 \times 10^{-8} \text{ 厘米}^3\text{-秒}^{-2}\text{-克}^{-1}$$

應用 22 題結果估計地球質量，以噸計，地球半徑設爲 4000 哩。

$$\text{圖：} M = \frac{gR^2}{G}$$

$$\begin{aligned} &= (9.8 \times 10^2 \text{ cm/sec}^2)(4000 \times 1609 \times 10^2)^2 \text{ cm}^2 \\ &\quad / (6.66 \times 10^{-8} \text{ cm}^3\text{-sec}^{-2}\text{-gram}^{-1}) \\ &= 60.9 \times 10^{25} \text{ gram} \\ &= 6.7 \times 10^{22} \text{ ton} \end{aligned}$$

24. [1.10] 電學上之庫倫定律類似於牛頓萬有引力定律。即

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

F 爲兩電量 q_1, q_2 庫倫之作用力，單位牛頓， r 爲兩電荷之間距，單位米，而 ϵ_0 則爲介電常數，其值如下：

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ 庫倫}^2\text{/牛頓-米}^2$$

試比較兩電子距 $1 \text{ \AA}$ 之靜電作用力與其間之萬有引力。電子之質量爲 9.1×10^{-31} 仟克，荷電量爲 1.6×10^{-19} 庫倫， $1 \text{ \AA} = 10^{-8}$ 厘米， G 值比照 23 題所示。

解：電子作用力

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2} \\
 &= \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4\pi(8.85 \times 10^{-12})(10^{-8} \times 10^{-8})^2} \\
 &= 2.3 \times 10^{-8} \text{ nt}
 \end{aligned}$$

萬有引力

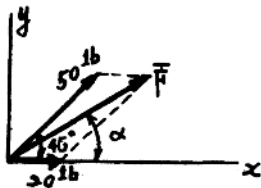
$$\begin{aligned}
 &= \frac{Gm^2}{r^2} \\
 &= (6.56 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \cdot \text{sec}^{-2} \cdot \text{grams}^{-1})(9.1 \times 10^{-31} \\
 &\quad \times 10^3) \text{ grams}^2 / (10^{-8})^2 \text{ cm}^2 \\
 &= 5.5 \times 10^{-46} \text{ g} \cdot \text{cm} / \text{sec}^2 \\
 &= 5.5 \times 10^{-46} \text{ nt}
 \end{aligned}$$

$$\therefore F_e \gg F_g$$

2 向量代數綱要

1. [2.3] 加一沿 x 軸正向 20 磅之力於一與 x 軸正向夾 45° 角 50 磅之力，兩力均在第一象限內。

圖：



$$F = [20^2 + 50^2 - 2(20)(50)\cos 135^\circ]^{1/2}$$

$$= 65.68 \text{ lb}$$

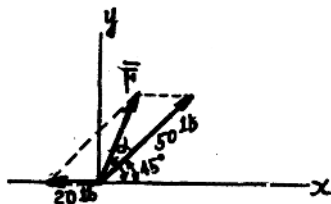
$$50 \sin 45^\circ = 65.68 \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{(50)(0.707)}{65.68} = 0.538$$

$$\alpha = 32^\circ 34'$$

2. [2.3] 上題中，將 50 磅之力減 20 磅之力。

圖：



$$F = [20^2 + 50^2 - 2(20)(50)\cos 45^\circ]^{1/2}$$

$$= 38.55 \text{ lb}$$

$$50 \sin 45^\circ = 38.55 \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{(50)(0.707)}{38.55} = 0.917$$

$$\alpha = 66^{\circ}29'$$

3. [2.3] 如圖 2.19 (1) 用解析法；(2) 用力多邊形圖解法，求 x, y 面上之合向量。

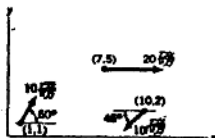


圖 2.19

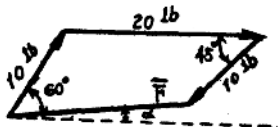
圖：解析方法：

$$\begin{aligned} F &= 10\left(\frac{i}{2} + \frac{\sqrt{3}j}{2}\right) + 20i - 10\left(\frac{i+j}{\sqrt{2}}\right) \\ &= (25 - 5\sqrt{2})i + (5\sqrt{3} - 5\sqrt{2})j \\ &= 17.93i + 1.59j \text{ lb} \end{aligned}$$

$$F = \sqrt{(17.93)^2 + (1.59)^2} = 18 \text{ lb}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1.59}{17.93} = 5^{\circ}4'$$

圖解方法：



$$F = 18 \text{ lb} \quad \alpha = 5^{\circ}4'$$

4. [2.3] 如圖 2.20，求在 A 點樞針所受兩支桿傳遞的合力。

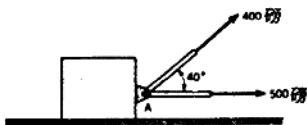
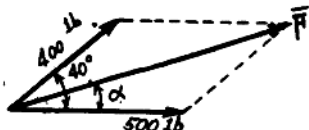


圖 2.20

解：



$$F = [400^2 + 500^2 - 2(400)(500)\cos 140^\circ]$$

$$= 846.4 \text{ lb}$$

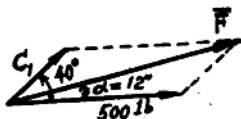
$$400 \sin 40^\circ = 846.4 \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{400 \sin 40^\circ}{846.4} = \frac{(400)(0.643)}{846.4} = 0.304$$

$$\alpha = 17^\circ 42'$$

5. [2.3] 上題中，若不改變水平力而欲使合力與水平成 12° 的夾角，則作用於另一支桿的力為何？合力為何？

解：



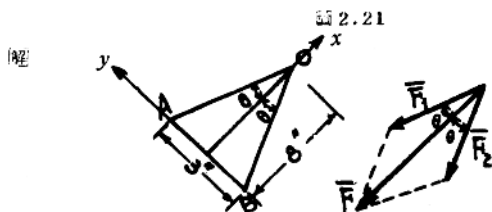
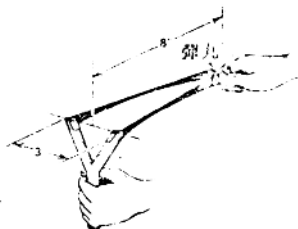
$$\begin{cases} C_1 \sin 40^\circ = F \sin 12^\circ \\ F \cos 12^\circ - C_1 \cos 40^\circ = 500 \end{cases}$$

i. e.,

$$\begin{cases} 0.643 C_1 = 0.208 F \\ 0.978 F - 0.766 C_1 = 500 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_1 = 221lb, F = 685lb$$

6. [2.3] 如圖 2.21 所示, 若彈弓帶的彈力常數為 3 磅/吋, 未拉前長 5 吋, 求拉緊的彈弓帶作用於子彈及手之力。



$$\begin{aligned} \text{彈弓伸長 } \Delta L &= 2\sqrt{(1.5)^2 + (8)^2} - 5 \\ &= 11.3'' \end{aligned}$$

$$\text{張力 } |\vec{F}| = (3)(11.3) = 33.8lb f$$

$$\vec{F}_{1x} = \vec{F}_{2x} = (-33.8)\cos\theta$$

$$= \left(-33.8 \times \frac{8}{8.13}\right) = -33.3lb f$$

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = -66.6lb f$$

$$\vec{F}_{1y} = -\vec{F}_{2y} \quad F_y = 0$$

1. [2.3] 如圖 2.22, 若 A 點樞針所受兩支桿傳遞之力的合力為 700 磅垂直向上, 求 α, β 角。