

中學生數學手冊

朱彥頻編

中華書局出版

本書內容提要

中學生平日學習數學或在準備考試溫習數學的時候，對於法則、定理、公式和算表等的記憶最感困難。這本書將一般中等學校數學課程裏所有的算術、代數、幾何、三角、解析幾何部門中的重要法則、定理、公式和算表等，都搜羅在一起，分類編排，就是為中學生解決這種困難的。

* 版權所有 *

中學生數學手冊 (全一冊)

◎ 定價人民幣八千四百元

編者：朱 蘆 穎
出版者：中華書局股份有限公司
上海漢口路四七七號
印刷者：中華書局上海印刷廠
上海漢口路四七七號
總經售：中國圖書發行公司
北京錢糧胡同六六號

編號：14793 (50.7, 滬型, 32開, 118頁, 136千字)
1954年1月5版 印數(滬)24,001—32,000

(上海市書刊出版業營業許可證出零二六號)

中學生數學手冊

編輯要旨

1. 本書主旨，在供給中學生準備考試時的溫習和平日練習時的檢查之用。中學算學教師備供檢查，也很便利。

2. 本書卷帙不多，便於隨身攜帶。一遇疑難，開卷便是，真如中學生的良友。

3. 本書取材，凡一般中等學校算學課程各部門的重要法則、定理、公式及用表等等，無不一一包羅。預備參加中學畢業考試、大學升學考試、就業考試或一般甄選考試的人，將本書逐部逐門溫習純熟，自能應付裕如，

4. 本書選材，汰繁就簡，提綱挈領，條理清楚，次序分明，既利溫習，尤便檢查。

5. 本書若與各種題解對照使用，那麼對於解答難題，可以增加不少幫助，定多興趣。

6. 使用本書者倘有高見，務請不吝賜教，俾得隨時修正。

四版增訂附言

本書印行三年以來，已經三版。據讀者來信反映，對讀者多少還有些幫助。有些讀者還指示：本書代數部分宜加對稱式、聯立二次方程解法；幾何部分宜加共線點、共點線、軌跡、作圖；解析幾何部分宜加圓錐曲線普遍方程式等。在此四版付印的時候，都遵照指示補了進去。又在算術部分度量衡換算項中添加了俄制度量衡的換算，以適應當前需要。不過因為時間匆促，不及改排，所以不能將增補材料逐段插入適當部分中，只好在上卷後面作為補遺，在全書系統上形成零亂的現象，這真是憾事。下次重版時當再改正。此外，以前幾版有些排印錯誤的地方，現在也經改正了。

1953年4日編者

中學生數學手冊目次

編輯要旨	1
------	---

上卷 法則及公式之部	9
------------	---

第一編 算術	9
--------	---

I. 運算規律 運算次序——名數計算規律	9
----------------------	---

II. 簡便算法 利用和或差來計算——以 5.25.125 乘——以 5.25.125 除——以 99.998 等數乘——利用部分積的乘法——求某數的平方——個位以外數字相同且個位數字之和等於 10 的二數相乘——公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 的利用——分解除數成一位因數的除法計算	10
--	----

III. 倍數、約數 倍數、約數——公倍數、公約數——倍數觀察法——素數——非素數、素因數——從素因數求最小公倍數和最大公約數	13
---	----

IV. 分數和小數 分數的種類——分數值的大小——分數化小數法——小數化分數法	16
---	----

V. 各種換算公式 中外度量衡——中外貨幣——經差和時差——攝氏溫度和華氏溫度	18
---	----

VI. 百分法 百分法公式——內耗、外耗——單利公式	
----------------------------	--

——複利公式.....	21
-------------	----

第二編 代數學.....23

I. 總說 數系——代數式.....	23
II. 基本法則 運算法則(交換律、結合律、分配律)—— 等量公理——符號法則.....	23
III. 乘法公式、因子分解 乘法公式——因子分解—— 待定係數法——餘式定理——因式定理.....	25
IV. 約數、倍數 約數和倍數——最大公約數、最小公倍 數.....	28
V. 分式 分式原則——部份分式——連分式.....	29
VI. 方程式 一元一次方程式——聯立一次方程式—— 二次方程式——特殊高次方程式——判別式——根 與係數的關係——根的符處——方程式論——三次 方程式解法.....	31
VII. 冪、無理數、虛數、雜數 指數的法則——根號的規 約——無理數——冪和冪根——虛數——雜數.....	41
VIII. 不等式、極大極小 二數大小比較法——不等式基 本性質——重要的不等式——極大極小.....	44
IX. 比例 基本定理——變數法.....	47
X. 級數 等差級數——等比級數——調和級數及雜級 數——極限——連級數.....	48

XI. 對數 對數——對數的性質——常用對數——常用 對數的性質——自然對數——自然對數與常用對的 關係.....	51
XII. 利息、儲蓄 利息算——零存整付——整借零還 ——定期年金.....	54
XIII. 二項定理.....	56
XIV. 排配分析 排列——配合.....	57
XV. 或然率.....	58
XVI. 行列式.....	60
第三編 幾何學	63
I. 總說 公理和公設——定理與其逆、裏、對偶——定 理證明法.....	63
II. 重要的定理 關於平行線的定理——關於三角形的 定理——關於平行四邊形的定理——特殊四邊形和 對角線的性質——關於圓的定理——關於相似形的 定理——關於面積的定理——平面的基本性質—— 關於直線與平面平行關係的定理——關於直線與平 面垂直關係的定理——關於平行平面的定理——不 在一平面上的角——關於二面角的定理——關於多 面角的定理——關於多面體的定理——關於曲面體 的定理.....	67

- III. 關於計算問題的公式 角和對角線——直角三角形
 ——正方形和正三角形——三角形和梯形的面積
 ——三角形的高、中線、角的二等分線之長——三
 角形內切圓、旁切圓、外接圓的半徑——調和比——
 內接於半徑為 r 之圓的正多角形的一邊之長和面積
 ——扇形的弧長和面積——立體幾何學重要公式……80

第四編 三角法……………86

- I. 總說 三角函數的定義——三角函數的相互關係——
 一特殊角的三角函數……………86
- II. 銳角和任意角的三角函數 餘角和補角的三角函數
 —— $90^\circ + A$ 和 A 的三角函數關係—— $180^\circ + A$ 和 A
 的三角函數關係—— $270^\circ + A$ 和 A 的三角函數關係
 —— $360^\circ - A$ 和 A 的三角函數關係——以一個三角
 函數表另一個三角函數的公式——二角和及差的三
 角函數——三角函數和及積的關係——三角和的三
 角函數——二倍角的三角函數——三倍角的三角函
 數——半角的三角函數——其他諸公式……………88
- III. 三角形的解法 正弦定律、餘弦定律、正切定律——
 從二邊及其夾角求其餘一邊及其餘二角的公式——
 從三邊求角的公式——三角形的面積——內切圓、
 旁切圓的半徑——角的二等分線——中線……………92

IV. 四邊形的面積	95
------------	----

V. 弧度法	95
--------	----

VI. 反三角函數	95
-----------	----

第五編 解析幾何學 97

I. 點與坐標 坐標——坐標的正負——二點間的距離	97
---------------------------	----

II. 直線 直線的方程式——直線的作法——點與直線的距離——二直線的交點——二直線的交角——共點與共線	98
--	----

III. 圓 圓的方程式——圓與直線的交點——二圓的交點	102
------------------------------	-----

IV. 拋物線	104
---------	-----

V. 橢圓	104
-------	-----

VI. 雙曲線	105
---------	-----

VII. 坐標的轉移	106
------------	-----

補遺 109

算術——俄制度量衡換算	109
-------------	-----

代數——對稱式、聯立二次方程式	110
-----------------	-----

幾何——共線點、共點線、共圓點、軌跡、作圖	114
-----------------------	-----

解析幾何——圓錐曲線總論	121
--------------	-----

(天)

下卷 各種用表之部 123

I. 平方根、立方根、平方、立方及倒數表.....	123
II. 重要常數及其對數表.....	127
III. 常用對數表及其用法.....	128
IV. 自然對數表.....	152
V. 角度化弧度表.....	153
VI. 三角函數對數表及其用法.....	153
VII. 三角函數表及其用法.....	201
附錄一 希臘字母.....	226
附錄二 重要數學用語.....	227

中學生數學手冊

上卷 法則及公式之部

第一編 算 術

I. 運算規律

運算次序

法則一 單有加減，或單有乘除的算式，都自左到右，順次運算。

[例一] $83 - 24 - 16 + 30 = 59 - 16 + 30 = 43 + 30 = 73.$

[例二] $60 \times 9 \div 15 \div 18 = 540 \div 15 \div 18 = 36 \div 18 = 2.$

法則二 加減乘除四法混合的算式，要先算乘除，後算加減。

[例] $24 - 18 \div 3 + 2 \times 5 = 24 - 6 + 10 = 18 + 10 = 28.$

法則三 含有括號的算式，先把括號裏的數算好，再照前兩條法則，同括號外面的數計算。

[例一] $26 - (14 + 5) = 26 - 19 = 7. (\text{不是} 17)$

[例二] $90 \div (15 \div 3) = 90 \div 5 = 18. (\text{不是} 2)$

[例三] $28 \div (4 + 3) \times 2 = 28 \div 7 \times 2 = 4 \times 2 = 8. (\text{不是} 20)$

法則四 所含括號不止一道的算式，先從最裏面的一道括號算起，順次算到外面來。

[例] $4 - [2^2 - \{6 - (3 \times 2 - \overline{4 - 3})\}]$
 $= 4 - [4 - \{6 - (6 - 1)\}] = 4 - [4 - \{6 - 5\}]$

$$=4-[4-1]=4-3=1.$$

名數計算規律

一 不名數互相加、減、乘、除，結果仍是不名數，所以有

1. 不名數 + 不名數 = 不名數，

2. 不名數 - 不名數 = 不名數，

3. 不名數 $\times$ 不名數 = 不名數，

4. 不名數 $\div$ 不名數 = 不名數。

二 名數的計算，須受下列幾個限制：

1. 不同名數不能相加，

2. 不同名數不能相減，

3. 乘數不能為名數，

4. 不同名數不能相除。

三 於是，可以成立的名數計算式，只有以下幾式：

1. 同名數 + 同名數 = 同名數，

2. 同名數 - 同名數 = 同名數，

3. 名數 $\times$ 不名數 = 被乘數的同名數。

4. 同名數 $\div$ 同名數 = 不名數，

5. 名數 $\div$ 不名數 = 被除數的同名數。

II. 簡便算法

1. 利用和或差來計算

將一數化成兩簡單數的和或差來計算，可以使計算變得簡

便。

例1. 求 $7249 + 995$ 的和。

[解] 因 $995 = 1000 - 5$, 所以

$$7249 + 995 = 7249 + 1000 - 5 = 8244.$$

例2. 計算 $3876 - 489$ 。

[解] 因 $489 = 500 - 11$, 所以

$$3876 - 489 = 3876 - 500 + 11 = 3387$$

2. 以5、25、125乘

$5 = 10 \div 2$, $25 = 100 \div 4$, $125 = 1000 \div 8$, 所以用5、25、125來乘, 等於用10、100、1000來乘了再以2、4、8來除。

例 $39.28 \times 5 = 392.8 \div 2 = 196.4$,

$$3141.5 \times 25 = 314150 \div 4 = 78537.5,$$

$$2928 \times 125 = 2928000 \div 8 = 366000.$$

3. 以5、25、125除

根據和上面2條同樣的理, 用5、25、125來除, 等於用2、4、8來乘了再以10、100、1000來除。

例 $7142 \div 5 = (7142 \times 2) \div 10 = 14284 \div 10 = 1428.4$,

$$6141 \div 25 = (6141 \times 4) \div 100 = 24564 \div 100 = 245.64,$$

$$\begin{aligned} 12715 \div 125 &= (12715 \times 8) \div 1000 = 101720 \div 1000 \\ &= 101.72. \end{aligned}$$

4. 以99、998等數乘

$99 = 100 - 1$, $998 = 1000 - 2$. 所以用99來乘, 等於用100來乘

了再減去被乘數；用 998 來乘，等於用 1000 來乘了再減去被乘數的 2 倍。

$$\text{例 } 726 \times 99 = 726 \times 100 - 726 = 72600 - 726 = 71874,$$

$$413 \times 998 = 413 \times 1000 - 413 \times 2 = 413000 - 826 = 412174.$$

5. 利用部分積的乘法

例如在 4152×357 中間，因為

$$357 = 7 \times 50 + 7 = 7 \times (50 + 1),$$

$$\text{所以 } 4152 \times 357 = 4152 \times 7 \times (50 + 1) = 4152 \times 7 \times 50 + 4152 \times 7,$$

於是可以計算如下：

$$\begin{array}{r} 4152 \\ \times 357 \\ \hline 29064 \cdots \cdots 4152 \times 7 \\ 145320 \cdots \cdots 29064 \times 50 \cdots \cdots 4152 \times 7 \times 50 \\ \hline 1482264 \end{array}$$

6. 求某數的平方

因為 $a^2 = (a+x)(a-x) + x^2$ ，所以求 75^2 可以計算如下：

$$75^2 = (75+5)(75-5) + 5^2 = 80 \times 70 + 25 = 5625$$

7. 個位以外數字相同且個位數字之和等於 10 的二數相乘

$$\begin{aligned} (10x+a)(10x+b) &= 100x^2 + 10x(a+b) + ab \\ &= 100x^2 + 10x \times 10 + ab \\ &= 100x(x+1) + ab. \end{aligned}$$

$$\text{例 } 394 \times 396 = 100 \times 39 \times (39+1) + 4 \times 6$$

$$= 3900 \times 40 + 24 = 156024.$$

8. 公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 的利用

例 $83 \times 77 = (80+3)(80-3) = 80^2 - 3^2 = 6400 - 9 = 6391.$

9. 分解除數成一位因數的除法計算

例1. 求 $4305 \div 35$.

[解] 因 $35 = 5 \times 7$, 所以

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 4305} \\ 7 \overline{) 861} \\ \hline 123 \end{array}$$

得商爲123.

例2. 求 $20733 \div 42$.

[解] 因 $42 = 6 \times 7$, 所以

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 20733} \\ 7 \overline{) 3455} \dots\dots 3 \\ \hline 493 \dots\dots 4 \end{array}$$

得商爲493, 餘 $4 \times 6 + 3 = 27$.

III. 倍數・約數

倍數、約數

整數乙能够整除整數甲時, 甲是乙的倍數, 乙是甲的約數.

例如15是3的倍數, 3是15的約數.

公倍數、公約數

二個以上整數公有的倍數, 叫做這許多數的公倍數. 其中最小的一個叫最小公倍數, 常用 L.C.M. 表它.

二個以上整數公有的約數，叫做這許多數的公約數。其中最大的一個叫做最大公約數，常用G.C.M.表它。

倍數觀察法

2的倍數 一個整數的個位數字是0或2的倍數時，這個整數一定是2的倍數。

3的倍數 一個整數的各位數字之和是3的倍數時，這個整數一定是3的倍數。例如71412這個數，各位數字之和是 $7+1+4+1+2=15$ ，15是3的倍數，所以71412是3的倍數。

4的倍數 一個整數的末二位數字是0，或是4的倍數時，這個整數一定是4的倍數。例如5216、32108、4900各數都是4的倍數。

5的倍數 一個整數，個位數字是0或是5的，一定是5的倍數。

6的倍數 能够同時給2和3整除的整數，一定是6的倍數；就是個位數是0或2的倍數，而各位數字之和又是3的倍數的，這個整數一定是6的倍數。

8的倍數 一個整數的末三位數字是0，或是8的倍數的，這個數一定是8的倍數。例如57120、94736、45000等數都是8的倍數。

9的倍數 一個整數的各位數字之和是9的倍數時，這個整數一定是9的倍數。例如97236這一個數，各位數字之和是 $9+7+2+3+6=27$ ，27是9的倍數，所以97236是9的倍數。

10、100、1000的倍數 個位是0的整數一定是10的倍數；末二位是0的整數一定是100的倍數；末三位是0的整數一定是1000的倍數。其餘10000、100000、……等的倍數可照此類推。

11的倍數 一個整數，各奇位數字之和，與各偶位數字之和的差，是能够給11整除的時候，這個數一定是11的倍數。例如在9183735這一個整數中， $(9+8+7+5)-(1+3+3)=22$ ，因為22可以給11整除，所以9183735是11的倍數。

15的倍數 一個整數，既是3的倍數，同時又是5的倍數時，這個數一定是15的倍數。就是各位數字的和可以給3整除而且末位數字是0或5的，這個數一定是15的倍數。

25的倍數 一個整數，末二位數字是0或是25的倍數時，這個數一定是25的倍數。例如5875、14150、2900等數都是25的倍數。

125的倍數 一個整數，末三位數字是0或可以給125整除時，這個數一定是125的倍數。例如41250、97375、19000等數都是125的倍數。

素 數

除1和本身以外沒有其他約數的整數，叫做素數。100以下的各素數，全部列舉如下：

1、2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97。

非素數、素因數

不是素數的整數叫做非素數。一切非素數都可以分解成各