



主编：教育部考研数学资深命题人员
王式安教授(1987 ~ 2001年命题)
蔡燧林教授(1992 ~ 2000年命题)
胡金德教授(1989 ~ 1997年命题)

考试虫考研数学(二)真题精讲

- ◆ 还原真题于本来面目
- ◆ 惟一一本全部由命题人员执笔的真题解析书

权威
实用

航空工业出版社

研
2007
研

考试虫考研数学(二) 真题精讲

主编：教育部考研数学资深命题人员

王式安教授(1987~2001 年命题)

蔡燧林教授(1992~2000 年命题)

胡金德教授(1989~1997 年命题)

航空工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

考试虫考研数学(二)真题精讲/王式安等主编.

北京:航空工业出版社,2006.3

ISBN 7-80183-709-6

I. 考... II. 王... III. 高等数学—研究生—入学
考试—解题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 006096 号

考试虫考研数学(二)真题精讲

Kaoshi Chong Kao Yan Shuxue (二) Zhen Ti Jing Jiang

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里 14 号 100029)

发行电话:010-64978486 010-64919539

北京威远印刷厂印刷

全国各地新华书店经售

2006 年 5 月第 1 版

2006 年 5 月第 1 次印刷

开本:787×1092

1/16

印张:12.75

字数:280 千字

印数:1~5000

定价:19.80 元

本社图书如有缺页、倒页、脱页、残页等情况,请与本社发行部联系负责调换。
对本书任何形式的侵权均由李文律师代理。电话:13601002700。

前 言

在考研所有的练习题中,真题是最有价值的。真题是由政府组织命制的,具有正规、权威、科学和规范等特点。正确地使用真题可以帮助考生:

- * 科学地检验自己的水平;
- * 分析和总结命题规律;
- * 预测未来的出题方向。

目前市场上真题解析的书虽然很多,但质量良莠不齐。即使是质量好一点的,也存在着一定的原理和方法上的问题。这也难怪,因为命题的时候设置的陷阱是比较深的,一般的辅导教师想全面透彻地解析有很大难度。常见问题分为两类:

1. 题目本身的问题:有些时候真题也会出现不严谨的情况,甚至发生错误。在命题人眼中命题总会存在一些不足和缺憾。但目前的辅导书普遍把真题奉若神明,将错就错,甚至一错再错。

2. 解法上存在的问题:

- * 在真题中有一些题目外面流行的解法都是错的,说明编写者并没有真正看出来考查的要点,这也正是真题的精妙之处。
- * 对于试题的认识和讨论的深度不够。目前人们对真题的认识还停留在真题本身的表层上,不去挖掘深层次的规律。有些人试图将历年试题分类,归纳出若干种题型,用于预测未来的命题,但很不成功。究其原因,源于数学的复杂性。在符合大纲要求的前提下,出题的自由度非常大,可以构建出很多类型的试题。因此,考生必须明白真题的题型是大纲和知识点的表现形式。如果考生把背题型的精力,用来掌握三基(基本概念、基本理论和基本方法)恐怕还绰绰有余,那么为何不用更少的时间获得“能力”掌握“方法”达到举一反三的水平呢?现在已经到了必须改变学习理念和方法的时候了!
- * 解法不够完备。有些参考书虽然列出很多解法,事实上并没有穷尽主要解法,用次要的解法冲淡了解题应该重点掌握的思路。

造成这种情况的原因是三个条件的逻辑的“与”:首先:解题者不是命题人员,对试题设计的认识高度不够;其次,解题者不是长期的阅卷人员,没见过成千上万考生对试题做得五花八门的解法,故解题思路的宽度不够;最后,把题解错,这实质上是解题者对考研数学的研究深度不够。其结果是在同学头脑中种下错误的种子。

本书正是针对以上的问题编写的,其特点如下:

1. 试题和解法的权威性、正确性和严谨性:

这本书是迄今为止惟一一本全部由命题人员编写的真题解析书,其三部分由三位教育部考试中心资深命题人员编写:

高等数学部分

蔡燧林教授(1992~2000 年命题)

线性代数部分

胡金德教授(1989~1997 年命题)

概率论及数理统计部分

王式安教授(1987~2001 年命题)

三位作者既是考试大纲的制订者;又是考研试题的命题者;还是阅卷标准的制订者;在经历多年指导阅卷的工作后,对考生的情况有着其他人无法达到的了解和认知。本书试题和解法的权威性、正确性和严谨性是普通的参考书所无法企及的。

2. 解析的深刻性和全面性

本书把对考生最有参考价值的十年试题,按照考试大纲的类别进行分章汇总,每章试题分为填空、选择和解答三大类。对试题给出了尽可能多的解法,覆盖了在阅卷过程中发现的主要解法。

在每题的分析中突出解题方法的总结。每题先指出该题的“考点”,然后是“分析”,指出该题应怎样去做,用什么知识点,用什么方法,当所给条件不同时,如何使用不同的方法。本书重点是“方法”的训练,而不是“知识”的灌输。总结的是“一般”的普遍方法,不是“特殊”的局部技巧!

有变化空间的试题都在解答之后附以“评注”,在“评注”中尽可能地拓宽考试题型,使考生对于命题人的思维了如指掌。并指出这类题有哪些理论、哪些方法可供使用,并扼要指出如何去使用这些方法。

每章结束,都有一个“本章综述”,罗列出该章考题类型,有的是考过的(回顾),有的是未考过的(前瞻)。并将前面的考题归类,尤如书后的索引。而“本章综述”最后的几句简明扼要的话是精华,考生一看就知道哪些方面过去常考,哪些方面虽不常考但也应重视。

总之,本书是资深命题人员以前所未有的视角和深度诠释了考研大纲,系统而不是散列地解析了考研真题。既做到了知识点无遗漏,又没有多余的超纲内容,这是普通的考研辅导书很难达到的。

由于本书是试题解析书,无法对一些知识点做系统的分析讲解,它帮你补知识点的“漏洞”。但治病要治本,所谓治本就是要补充基础知识,同学们可以参考我们编写的《考研数学基础教程》。

由于真题的数量有限,市面上很难找到可以和真题相媲美的模拟题目。为此我们按照真题的命制标准,和其他四位资深考研命题人员编写了相应的模拟题,以解真题匮乏之忧。

《“考试虫”数学(一)/(二)/(三)/(四)8套模拟试卷》

《“考试虫”数学(一)/(二)/(三)/(四)3套模拟试卷》

祝考生们考试成功!

编 者

推 荐 书 目

书名 介绍	版 别	定价
考试虫系列—考研		
英语：		
英语词汇速听速记手册—考研英语词汇掌中宝	航空工业	9.00
(盒装)英语词汇速听速记手册—考研词汇掌中宝(1书4带) 所有英文词条都配有录音、标准美音、中央台合成。	开明文教	33.00
磨耳朵——考研英语听力词汇(1书4带) 所有英文词条和例句都有录音,建议听16~25遍,打通耳关。	北京电视艺术中心	36.00
硕士研究生入学考试英语四会式词汇	航空工业	15.00
硕士研究生入学考试英语词汇“考试虫”记忆树	航空工业	25.00
硕士研究生入学考试英语词汇“考试虫”记忆树(音带4盒)	开明文教	25.00
MBA联考英语词汇掌中宝(1书4带)	北京电视艺术中心	36.00
工商管理硕士入学考试 MBA 万能作文(英语) 单句写作与篇章写作相结合;万能模式写作与自由写作相结合;两周背下万能模板,胜过考前苦读百篇作文。	航空工业	23.00
硕士研究生入学考试 英语辅导讲义 本书融合了“考试虫”总主编王若平博士对英语考试的切身体会及“考试虫”学习体系教授团队呕心沥血的工作而成。	航空工业	46.00
考研英语听力基本功——听写训练①~④(书1本,音带2盒) 听写训练是提高听力的必由之路。如果您真想提高听力,就静下心来,踏踏实实地练习听写。	开明文教	17.00
硕士研究生英语入学考试 阅读基本功(难句过关) 如果把难句都捋扯明白了,那阅读不就过关了嘛!	航空工业	27.00
硕士研究生英语入学考试 阅读基本功(难句过关)(1书3带)	北京电视艺术中心	41.00
硕士研究生英语入学考试 阅读手记 阅读技巧专著,被誉为“考研英语阅读理解的数学原理”。	航空工业	35.00
考研英语阅读专项训练	航空工业	48.00
考试虫考研英语新题型突破	航空工业	16.00
硕士研究生英语入学考试 万能作文(新大纲) 采用万能模式,使考生能在最短时间内提高自己的考试写作水平。“两周背下万能模式,胜过考前苦读百篇作文。”	航空工业	27.00
硕士研究生英语入学考试 万能作文(背诵版)(1书1音带) 精选了《硕士研究生英语入学考试万能作文》中范文,并配上录音,使你可以闭着眼睛背作文。	开明文教	10.00
硕士研究生英语入学考试 万能作文(背诵版)(1书1CD)	开明文教	12.00
洞穿考研——硕士研究生英语入学考试历年实考试题解析 帮助考生从历年实考试题中吸取精华;答题的最高境界是再现。	航空工业	42.00

书名 介绍	版 别	定价
“考试虫”考研英语考前作文 30 篇(新大纲)(1 书 1CD)	航空工业	15.00
硕士研究生入学考试“考试虫”英语 8 套模拟试卷(新大纲) 主编:王若平(“考试虫”总主编)	航空工业	16.00
数学:		
洞穿考研数学(理工类) 最贴近考生需求的考研数学书,实用性强。	航空工业	44.00
洞穿考研数学(经济类)	航空工业	39.00
考试虫考研数学真题精讲(一)	航空工业	21.80/册
考试虫考研数学真题精讲(二)/(三)/(四)	航空工业	19.80/册
考研数学基础教程 本书助考生在命题人员的指导下进行三基训练,书中所用试题质量很高,包含历年备选试题及阅卷过程中发现考生容易出错的试题。	航空工业	45.00
硕士研究生入学考试“考试虫”数学(一)/(二)/(三)/(四)8 套模拟试卷 主编:原教育部考研数学资深命题人员。范培华教授(1987—2001 年命题),李恒沛教授(1987—2001 年命题),胡金德教授(1989—1997 年命题),王式安教授(1987—2001 年命题),周概容教授(1987—2003 年命题)。可以说,他们对考研数学命题绝对有最深刻、最权威的把握。	航空工业	12.00/册
“考试虫”考研考前最后 3 套卷(数学)(理工类/经济类)	航空工业	6.00/册
政治:		
硕士研究生政治入学考试哲学、政经重难点分析 最难啃的骨头要先啃。	航空工业	17.00
硕士研究生政治入学考试政治辅导讲义	航空工业	49.00
硕士研究生政治入学考试政治核心试题	航空工业	39.00
“考试虫”考研考前最后三套卷(政治)	航空工业	12.00
医学:		
洞穿考研医学——西医综合实考试题解析 历年实考试题精析。	航空工业	45.00
考研西医综合核心笔记 精炼考研西医综合内容,把生理、生化、病理、内科、外科 5 本书变成了 1 本书,助考生快捷、安全过关。	航空工业	32.00
考试虫名师课堂:		
精讲《新视野大学英语》读写教程①~④	航空工业	16.00/册
考试虫精讲《大学英语(全新版)综合教程》①~④	航空工业	16.00/册
钻研《大学英语(全新版)综合教程》①~④	航空工业	16.00/册
钻研《大学英语·精读》①~④ 本书对《大学英语·精读》课文逐字逐句进行精炼讲解,使您轻松彻底弄懂课文。	航空工业	12.00/册
英语词汇速听速记手册——《新概念英语》(1-4 册)词汇掌中宝 《新概念英语》教材的词汇本。	航空工业	4.00

书名 介绍	版 别	定价
英语词汇速听速记手册——《新概念英语》(1-4册)词汇掌中宝(音带2盒)	开明文教	14.00
(盒装)英语词汇速听速记手册——《新概念英语》(1-4册)词汇掌中宝(1书2带)	开明文教	18.00
钻研《新概念英语》①~④ 谨以此书献给那些英语学了多年,却没有入门的同学;那些在中高级英语考试中屡战屡败,屡败屡战并试图通过英语来改变自身命运的人;那些曾经学过英语,但已丢了多年,想重新开始学英语的人。	航空工业	23.00/册
《新概念英语》一课一练①~④	航空工业	20.00/册
《新概念英语》同步测试①~④	航空工业	10.00/册
大学英语词汇讲座和练习 本书最大的特点是滴水不漏,覆盖了四、六级考试词汇的所有测试点。如果你把这本书读透了,词汇题就没有不会做的。	航空工业	18.00
大学英语语法讲座和练习(修订五版) 语法是成年人学英语的捷径。本书对英语的语法进行了全面讲解,其练习设计得尤为实用。	航空工业	23.00
教你学《21世纪大学英语·读写教程》①~④	航空工业	12.00/册
洞穿雅思——雅思考试真题分析与实战 最贴近考生需求,实用性强。	航空工业	20.00
床头灯英语学习读本 I:		
三千词读遍天下书。 喜欢读有趣的故事、小说是人类的天性。这套读物使得你不用翻字典,躺在床上就可以津津有味地学英语,把长期的、艰苦的英语学习变成一件有意思的事情,不需要很强的自制力,就能把英语学习坚持下来。(全套英汉对照版和纯英文版各50本,英汉对照版每本10.00元,纯英文版每本8.00元,另配有高品质音带,音带每盒5.00元)		
查泰莱夫人的情人	航空工业	10.00
查泰莱夫人的情人(音带4盒)	开明文教	20.00
飘	航空工业	10.00
飘(音带4盒)	开明文教	20.00
红与黑	航空工业	10.00
红与黑(音带4盒)	开明文教	20.00
了不起的盖茨比	航空工业	10.00
了不起的盖茨比(音带3盒)	外文音像	15.00
歌剧魅影	航空工业	10.00
歌剧魅影(音带2盒)	外文音像	10.00
三个火枪手	航空工业	10.00
三个火枪手(音带4盒)	外文音像	20.00
傲慢与偏见	航空工业	10.00
傲慢与偏见(音带3盒)	外文音像	15.00
呼啸山庄	航空工业	10.00

书名 介绍	版 别	定价
呼啸山庄(音带 3 盒)	外文音像	15.00
简·爱	航空工业	10.00
简·爱(音带 4 盒)	外文音像	20.00
儿子与情人	航空工业	10.00
儿子与情人(音带 3 盒)	外文音像	15.00
床头灯英语学习读本 II :		
鲁滨逊漂流记	航空工业	10.00
鲁滨逊漂流记(音带 3 盒)	外文音像	15.00
大战火星人	航空工业	10.00
大战火星人(音带 4 盒)	开明文教	20.00
巴斯克维尔猎犬	航空工业	10.00
巴斯克维尔猎犬(音带 3 盒)	外文音像	15.00
时间机器	航空工业	10.00
时间机器(音带 3 盒)	外文音像	15.00
远大前程	航空工业	10.00
远大前程(音带 3 盒)	外文音像	15.00
彼得·潘	航空工业	10.00
彼得·潘(音带 3 盒)	外文音像	15.00
格列佛游记	航空工业	10.00
格列佛游记(音带 3 盒)	外文音像	15.00
黑骏马	航空工业	10.00
黑骏马(音带 3 盒)	外文音像	15.00
汤姆·索亚历险记	航空工业	10.00
汤姆·索亚历险记(音带 4 盒)	外文音像	20.00
杨柳风	航空工业	10.00
杨柳风(音带 4 盒)	开明文教	20.00
床头灯英语学习读本 III :		
德伯家的苔丝	航空工业	10.00
德伯家的苔丝(音带 4 盒)	外文音像	20.00
化身博士	航空工业	10.00
化身博士(音带 3 盒)	外文音像	15.00
野性的呼唤	航空工业	10.00
野性的呼唤(音带 3 盒)	外文音像	15.00
阿丽思漫游奇境记	航空工业	10.00
阿丽思漫游奇境记(音带 4 盒)	外文音像	20.00

书名 介绍	版 别	定价
弗兰肯斯坦	航空工业	10.00
弗兰肯斯坦(音带 2 盒)	外文音像	10.00
白鲸	航空工业	10.00
白鲸(音带 3 盒)	外文音像	15.00
环游地球 80 天	航空工业	10.00
环游地球 80 天(音带 4 盒)	外文音像	20.00
圣诞欢歌	航空工业	10.00
圣诞欢歌(音带 4 盒)	外文音像	20.00
圣经故事	航空工业	10.00
圣经故事(音带 4 盒)	外文音像	20.00
希腊神话故事	航空工业	10.00
希腊神话故事(音带 4 盒)	外文音像	20.00
床头灯英语学习读本Ⅳ：		
红字	航空工业	10.00
红字(音带 4 盒)	外文音像	20.00
永别了武器	航空工业	10.00
永别了武器(音带 4 盒)	外文音像	20.00
摩尔·弗兰德斯	航空工业	10.00
摩尔·弗兰德斯(音带 3 盒)	外文音像	15.00
密探	航空工业	10.00
密探(音带 4 盒)	外文音像	20.00
包法利夫人	航空工业	10.00
包法利夫人(音带 4 盒)	外文音像	20.00
觉醒	航空工业	10.00
觉醒(音带 4 盒)	外文音像	20.00
爱玛	航空工业	10.00
爱玛(音带 4 盒)	外文音像	20.00
维尔德费尔庄园的主人	航空工业	10.00
维尔德费尔庄园的主人(音带 4 盒)	外文音像	20.00
霍华德庄园	航空工业	10.00
霍华德庄园(音带 4 盒)	外文音像	20.00
卡斯特桥市长	航空工业	10.00
卡斯特桥市长(音带 4 盒)	外文音像	20.00

书名 介绍	版 别	定价
床头灯英语学习读本 V:		
吸血鬼	航空工业	10.00
吸血鬼(音带 4 盒)	外文音像	20.00
螺丝在拧紧	航空工业	10.00
螺丝在拧紧(音带 4 盒)	外文音像	20.00
秘密花园	航空工业	10.00
秘密花园(音带 4 盒)	外文音像	20.00
少年维特的烦恼	航空工业	10.00
少年维特的烦恼(音带 4 盒)	外文音像	20.00
地心游记	航空工业	10.00
地心游记(音带 4 盒)	外文音像	20.00
小妇人	航空工业	10.00
小妇人(音带 4 盒)	外文音像	20.00
海底两万里	航空工业	10.00
海底两万里(音带 4 盒)	外文音像	20.00
白牙	航空工业	10.00
白牙(音带 4 盒)	外文音像	20.00
理智与情感	航空工业	10.00
理智与情感(音带 4 盒)	外文音像	20.00
莎士比亚戏剧故事	航空工业	10.00
莎士比亚戏剧故事(音带 4 盒)	外文音像	20.00

全国各大外文、新华、民营书店均有售。

销售咨询电话:010-82863352 82867367 84841802

北京零售地址:海淀西大街 36 号海淀图书城昊海楼 108 汉英达书刊发行有限公司

电话:62534432

邮购地址:北京市海淀区中关村东路华清商务会馆 1501 室 王润阁(收) 100083

电 话:010-82863351 82867367

邮购书免邮费,音带加收 5 元邮资(包装费)

售后服务电话:010-82863393 13601002700 13601274554

E-mail: wrx1@vip.sina.com

网 址: <http://www.sinoexam.com> 或在地址栏中输入“考试虫”回车即可进入该网站(网络实名)

目 录

第一篇 历年试题	(1)
2006 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(1)
2005 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(4)
2004 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(7)
2003 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(10)
2002 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(13)
2001 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(16)
2000 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(19)
1999 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(22)
1998 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(25)
1997 年全国硕士研究生入学统一考试试题	(28)
 第二篇 高等数学	 (30)
第一章 函数、极限、连续	(30)
第二章 一元函数微分学	(52)
第三章 一元函数积分学	(83)
第四章 多元函数微积分学	(114)

第五章 常微分方程 (121)

第三篇 线性代数 (144)

第一章 行列式 (144)

第二章 矩阵..... (149)

第三章 向量..... (160)

第四章 线性方程组 (172)

第五章 特征值、特征向量..... (185)



第一篇 历年试题

2006 年全国硕士研究生入学 统一考试试题

一、填空题(1 ~ 6 小题,每小题 4 分,共 24 分.把答案填在题中横线上.)

- (1) 曲线 $y = \frac{x + 4\sin x}{5x - 2\cos x}$ 的水平渐近线方程为 _____ . P56, 1.13 题
- (2) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^3} \int_0^x \sin t^2 dt, & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续,则 $a =$ _____ . P33, 1.9 题
- (3) 广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^2)^2} =$ _____ . P87, 1.15 题
- (4) 微分方程 $y' = \frac{y(1-x)}{x}$ 的通解是 _____ . P123, 1.6 题
- (5) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = 1 - xe^y$ 确定,则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____ . P56, 1.14 题
- (6) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, E 为 2 阶单位矩阵,矩阵 B 满足 $BA = B + 2E$,则 $|B| =$ _____ . P146, 1.4 题

二、选择题(7 ~ 14 小题,每小题 4 分,共 32 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

- (7) 设函数 $y = f(x)$ 具有二阶导数,且 $f'(x) > 0, f''(x) > 0, \Delta x$ 为自变量 x 在点 x_0 处的增量, Δy 与 dy 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处对应的增量与微分,若 $\Delta x > 0$,则 ()
 (A) $0 < dy < \Delta y$. (B) $0 < \Delta y < dy$.
 (C) $\Delta y < dy < 0$. (D) $dy < \Delta y < 0$. P66, 2.19 题
- (8) 设 $f(x)$ 是奇函数,除 $x = 0$ 外处处连续, $x = 0$ 是其第一类间断点,则 $\int_0^x f(t) dt$ 是 ()
 (A) 连续的奇函数. (B) 连续的偶函数.
 (C) 在 $x = 0$ 间断的奇函数. (D) 在 $x = 0$ 间断的偶函数. P92, 2.9 题
- (9) 设函数 $g(x)$ 可微, $h(x) = e^{1+g(x)}, h'(1) = 1, g'(1) = 2$,则 $g(1)$ 等于 ()
 (A) $\ln 3 - 1$. (B) $-\ln 3 - 1$.
 (C) $-\ln 2 - 1$. (D) $\ln 2 - 1$. P67, 2.20 题
- (10) 函数 $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} + x e^x$ 满足的一个微分方程是 ()



(A) $y'' - y' - 2y = 3xe^x$.

(B) $y'' - y' - 2y = 3e^x$.

(C) $y'' + y' - 2y = 3xe^x$.

(D) $y'' + y' - 2y = 3e^x$.

P124, 2.3 题

(11) 设 $f(x, y)$ 为连续函数, 则 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$ 等于 ()

(A) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.

(B) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.

(C) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$.

(D) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$.

P116, 2.4 题

(12) 设 $f(x, y)$ 与 $\varphi(x, y)$ 均为可微函数, 且 $\varphi'_y(x, y) \neq 0$. 已知 (x_0, y_0) 是 $f(x, y)$ 在约束条件 $\varphi(x, y) = 0$ 下的一个极值点, 下列选项正确的是 ()

(A) 若 $f'_x(x_0, y_0) = 0$, 则 $f'_y(x_0, y_0) = 0$.

(B) 若 $f'_x(x_0, y_0) = 0$, 则 $f'_y(x_0, y_0) \neq 0$.

(C) 若 $f'_x(x_0, y_0) \neq 0$, 则 $f'_y(x_0, y_0) = 0$.

(D) 若 $f'_x(x_0, y_0) \neq 0$, 则 $f'_y(x_0, y_0) \neq 0$.

P116, 2.5 题

(13) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 均为 n 维列向量, A 是 $m \times n$ 矩阵, 下列选项正确的是 ()

(A) 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关, 则 $A\alpha_1, A\alpha_2, \dots, A\alpha_s$ 线性相关.

(B) 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关, 则 $A\alpha_1, A\alpha_2, \dots, A\alpha_s$ 线性无关.

(C) 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 则 $A\alpha_1, A\alpha_2, \dots, A\alpha_s$ 线性相关.

(D) 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 则 $A\alpha_1, A\alpha_2, \dots, A\alpha_s$ 线性无关.

P165, 2.5 题

(14) 设 A 为 3 阶矩阵, 将 A 的第 2 行加到第 1 行得 B , 再将 B 的第 1 列的 -1 倍加到第 2 列得 C ,

$$\text{记 } P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ 则}$$

()

(A) $C = P^{-1}AP$.

(B) $C = PAP^{-1}$.

(C) $C = P^TAP$.

(D) $C = PAP^T$.

P153, 2.4 题

三、解答题(15 ~ 23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

(15) (本题满分 10 分)

试确定常数 A, B, C 的值, 使得

$$e^x(1 + Bx + Cx^2) = 1 + Ax + o(x^3),$$

其中 $o(x^3)$ 是当 $x \rightarrow 0$ 时比 x^3 高阶的无穷小.

P47, 3.10 题

(16) (本题满分 10 分)

$$\text{求 } \int \frac{\arcsin e^x}{e^x} dx.$$

P111, 3.25 题

(17) (本题满分 10 分)

设区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$, 计算二重积分

$$I = \iint_D \frac{1 + xy}{1 + x^2 + y^2} dx dy.$$

P119, 3.4 题

(18) (本题满分 12 分)

设数列 $\{x_n\}$ 满足 $0 < x_1 < \pi, x_{n+1} = \sin x_n (n = 1, 2, \dots)$.



(I) 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 并求该极限;

(II) 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{\frac{1}{x_n}}$.

P49, 3.11 题

(19) (本题满分 10 分)

证明: 当 $0 < a < b < \pi$ 时,

$$b \sin b + 2 \cos b + \pi b > a \sin a + 2 \cos a + \pi a.$$

P80, 3.18 题

(20) (本题满分 12 分)

设函数 $f(u)$ 在 $(0, +\infty)$ 内具有二阶导数, 且 $z = f(\sqrt{x^2 + y^2})$ 满足等式

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

(I) 验证 $f''(u) + \frac{f'(u)}{u} = 0$;

(II) 若 $f(1) = 0, f'(1) = 1$, 求函数 $f(u)$ 的表达式.

P141, 3.21 题

(21) (本题满分 12 分)

已知曲线 L 的方程为 $\begin{cases} x = t^2 + 1, \\ y = 4t - t^2 \end{cases} (t \geq 0),$

(I) 讨论 L 的凹凸性;

(II) 过点 $(-1, 0)$ 引 L 的切线, 求切点 (x_0, y_0) , 并写出切线的方程;

(III) 求此切线与 L (对应于 $x \leq x_0$ 的部分) 及 x 轴所围成的平面图形的面积.

P111, 3.26 题

(22) (本题满分 9 分)

已知非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 = -1, \\ ax_1 + x_2 + 3x_3 + bx_4 = 1 \end{cases}$$

有 3 个线性无关的解.

(I) 证明方程组系数矩阵 A 的秩 $r(A) = 2$;

(II) 求 a, b 的值及方程组的通解.

182, 3.8 题

(23) (本题满分 9 分)

设 3 阶实对称矩阵 A 的各行元素之和均为 3, 向量 $\alpha_1 = (-1, 2, -1)^T, \alpha_2 = (0, -1, 1)^T$ 是线性方程组 $Ax = 0$ 的两个解.

(I) 求 A 的特征值与特征向量;

(II) 求正交矩阵 Q 和对角矩阵 Λ , 使得 $Q^T A Q = \Lambda$.

P187, 3.3 题



2005 年全国硕士研究生入学 统一考试试题

一、填空题(本题共 6 小题,每小题 4 分,满分 24 分,把答案填在题中横线上.)

(1) 设 $y = (1 + \sin x)^x$, 则 $dy \Big|_{x=\pi} =$ _____.

P55, 1.11 题

(2) 曲线 $y = \frac{(1+x)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$ 的斜渐近线方程为 _____.

P55, 1.12 题

(3) $\int_0^1 \frac{x dx}{(2-x^2)\sqrt{1-x^2}} =$ _____.

P87, 1.14 题

(4) 微分方程 $xy' + 2y = x \ln x$ 满足 $y(1) = -\frac{1}{9}$ 的解为 _____.

P123, 1.5 题

(5) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\alpha(x) = kx^2$ 与 $\beta(x) = \sqrt{1+x\arcsin x} - \sqrt{\cos x}$ 是等价无穷小, 则 $k =$ _____.

P33, 1.8 题

(6) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为 3 维列向量, 记矩阵

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), B = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + 4\alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_2 + 9\alpha_3),$$

如果 $|A| = 1$, 那么 $|B| =$ _____.

P145, 1.3 题

二、选择题(本题共 8 小题,每小题 4 分,满分 32 分,每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(7) 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + |x|^{3n}}$, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内 ()

(A) 处处可导.

(B) 恰有一个不可导点.

(C) 恰有两个不可导点.

(D) 至少有三个不可导点.

P65, 2.17 题

(8) 设 $F(x)$ 是连续函数 $f(x)$ 的一个原函数, “ $M \Leftrightarrow N$ ” 表示 “ M 的充分必要条件是 N ”, 则必有 ()

(A) $F(x)$ 是偶函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是奇函数.

(B) $F(x)$ 是奇函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是偶函数.

(C) $F(x)$ 是周期函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是周期函数.

(D) $F(x)$ 是单调函数 $\Leftrightarrow f(x)$ 是单调函数.

P92, 2.8 题

(9) 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = \ln(1+t) \end{cases}$ 确定, 则曲线 $y = y(x)$ 在 $x = 3$ 处的法线与 x 轴交点的横坐标是 ()

(A) $\frac{1}{8} \ln 2 + 3.$

(B) $-\frac{1}{8} \ln 2 + 3.$

(C) $-8 \ln 2 + 3.$

(D) $8 \ln 2 + 3.$

P66, 2.18 题

(10) 设区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$, $f(x)$ 为 D 上的正值连续函数, a, b 为常