

材料力学

● 孙仁博 王天明 主编
● 欧茂材 肖明心 钟烈贤 徐建曼 编
● 中国建筑工业出版社



(京)新登字 035 号

本书是根据国家教委 1987 年批准试行的高等工业学校三种学时档次材料力学课程教学基本要求和我校工业与民用建筑、建筑机械、工业设备安装、城市燃热能供应、供热与通风、给排水、环境工程、建筑材料、城镇建设、建筑学、风景园林、城市规划等建筑类专业材料力学教学大纲编写的。它以 100 学时档次为主,也供 80 学时、60 学时及 40 学时档次选用。可以作为高等工业学校建筑类各专业及非建筑类有关专业的材料力学教材。

本书采用的人名、术语及通用符号等,均以《中国大百科全书——力学》为准,并顾及了现行建筑结构设计规范及国家有关标准的规定。

本书内容包括:绪论、轴向拉伸和压缩(含连接件的实用计算)、扭转、平面图形几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、弹性地基梁、应力状态理论及应变状态理论、强度理论、组合变形、开口薄壁杆件、压杆稳定、杆件的应变能及其应用、动荷载、循环应力下构件的疲劳强度计算等十六章及三个附录。

材 料 力 学

孙仁博 王天明 主编

欧茂材 肖明心 钟烈贤 徐建曼 编

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

新华书店经销

中国建筑工业出版社印刷厂印刷

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:23 $\frac{3}{4}$ 字数:577 千字

1995 年 4 月第一版 1999 年 5 月第二次印刷

印数:5,101—10,150 册 定价:25.00 元

ISBN 7-112-02529-X

TU·1944(7610)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题,可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

本书是根据国家教委 1987 年批准试行的高等工业学校三种学时档次材料力学课程教学基本要求和工业与民用建筑、建筑机械、工业设备安装、城市燃热能供应、供热与通风、给排水、环境工程、建筑材料、城镇建设、建筑学、风景园林、城市规划等建筑类专业的材料力学教学大纲编写的。可以作为高等工业学校上述各专业的材料力学教材(见“使用说明”),也可供非建筑类有关专业使用。

书中的名词、术语、主要符号、译名等,均以《中国大百科全书——力学》为准,并兼顾了现行建筑结构设计规范及国家有关标准的规定。插图参照建筑制图标准绘制,图中尺寸单位为毫米。书中带有*号的部分为选学内容。

本书编写的分工为:欧茂材(第一、十二章)、肖明心(第二、十三章)、王天明(第三、四、十一章)、钟烈贤(第五、六、十章)、徐建曼(第七、十五、十六章)、孙仁博(第八、九、十四章)。由孙仁博主编,王天明副主编。

全书经传阅、讨论、修改、互校后,由主编统纂修改定稿。

在本书编写过程中,重庆建筑大学材料力学教研室全体同志给予大力协助,尤其是路文华同志在筹备、构思期间作了大量工作;李映辉等同志校对了部分章节、例题和习题;罗开彬、郑鸿英等同志和我校钢木结构教研室魏明钟教授等对本教材的校内试用本,提出了宝贵的建议和意见;刘天予同志描绘了大部分插图;杨从显、赵俊鸿、周广东、袁志仁等同学核算了本书的大部分例题和由编者试作的习题解答的计算数据,在此,我们表示衷心感谢。

限于编者水平,本书难免存在缺点和不妥之处,希望广大教师和读者提出宝贵意见,以便今后改进。

1994 年 11 月

使用 说 明

本教材为用于建筑类各专业的材料力学通用教材,它以约 100 学时(不含实验)的工民建专业为主,也可供约 80 学时、60 学时的专业选用及约 40 学时专业试用。使用时各章课内时数可参考下表。

各章课内时数参考表

总时数	章 号 及 章 时 数															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
100	1	13	7	4	7	9	8	4	7	3	7	9	8	6	4	3
80	1	13	6	4	7	8	7	0	5	3	7	0	6	6	4	3
60	1	13	5	3	6	6	6	0	5	3	5	0	5	0	2	0
40	1	11	4	1	6	5	4	0	3	0	2	0	3	0	0	0

下面就使用本教材时应注意的一些问题予以说明:

1) 使用中对各章节内容的取舍、详略及深浅的掌握,应满足国家教委对本课程教学基本要求和各专业材料力学课程教学大纲要求。

2) 教材插图中凡标注数值的长度,其单位均为毫米。

3) 凡带 * 号的内容,均未计入章时数,可根据专业特点选用,选用后的时数在章内调整。

4) 全书共有 158 个例题,教学中可根据学生的实际水平及专业要求进行选用。

5) 本书共有 363 个习题(含小题),按章基本上与正文顺序配套。一般有答案,有的有提示,少数有扼要解答。

6) 在表列时数内,各章的节次安排由任课教师自定。本教材中,一般将基本内容放在各章的前部分,可删减的内容放在各章的后部分。下面对总时数 ≤ 80 学时的分章要求,作进一步说明。

第二章——为材料力学最基本的内容之一,要求基本一致。时数的调整主要通过优选例题及删减超静定问题来解决。

第三章——80 学时者,扭转超静定问题从略,可删非圆截面等直杆的扭转。60 学时者,删或略扭转超静定问题,删非圆截面等直杆的扭转,并优选例题。40 学时者,主要介绍圆轴扭转强度计算,且推导从略,变形及刚度计算只介绍结果,其余均删去。

第四章——60 学时者,惯性矩及惯性积稍略,转轴公式、主惯性轴的推导从简。40 学时者,只介绍概念与公式,后续内容用到时稍作补充介绍。

第五章——100 及 80 学时者,可根据专业要求选讲其它静定结构的内力图。60 及 40 学时者,主要通过优选例题和从略弯矩、剪力、荷载集度间的微分及积分关系,删减其它静定结

构的内力图来调整时数。

第六章——80学时者,弯心从略,可删极限弯矩,另外应优选例题。60学时者,弯心从略,删极限弯矩,还优选例题。40学时者,重点介绍弯曲正应力及强度条件,剪应力计算重在概念,推导从略。

第七章——80学时者,删共轭梁法。60学时者,删共轭梁法及支座沉陷和温度变化对超静定梁的影响。40学时者,删共轭梁法及简单超静定的解法。用叠加法计算梁的位移从略。

第九章——80及60学时者,梁的主应力、主应力迹线从略,删平面应力状态的应变分析或只介绍结论。40学时者,介绍应力状态概念和平面应力状态分析的解析法。

第十一章——60学时者,拉伸(压缩)与弯曲、偏心拉伸(压缩)从略,可删截面核心。40学时者介绍概念及简单实例。

第十三章——80学时者,删有初弯曲的弹性压杆、佩里公式。60学时者,再删非细长压杆的临界应力、切线模量理论。40学时者,只介绍稳定的概念、细长压杆的临界力、欧拉公式,压杆的稳定性校核如何处理由任课教师自定。

第十五章——60学时者,删冲击时应力和变形的计算。

由于材料力学的内容较丰富,建筑类各专业的要求也不尽相同,而且总学时又日趋压缩,在满足国家教委对本课程基本要求的前提下,以上安排仅供参考,请使用中提出宝贵建议和意见,以便今后修改。

材料力学编写组

1994年11月

目 录

第一章 绪论	1
1-1 材料力学的任务	1
1-2 变形固体及其基本假设	1
1-3 主要研究对象的几何特征	3
1-4 杆件变形的形式	3

第二章 拉伸和压缩	5
2-1 概述	5
2-2 内力·截面法	5
2-3 轴力·轴力图	7
2-4 正应力·应力集中的概念	9
2-5 拉压杆斜截面的应力	11
2-6 拉压杆的变形·胡克定律·泊松比	13
2-7 拉压杆的强度计算	18
2-8 低碳钢的力学性质	22
2-9 其它材料的力学性质·塑性和脆性	27
2-10 拉压杆件系统的超静定问题	29
2-11 连接件的实用计算	35
习 题	40

第三章 扭转	48
3-1 概述	48
3-2 外力偶矩和扭矩计算·扭矩图	49
3-3 薄壁圆筒的扭转·剪应力互等定理和剪切胡克定律	51
3-4 圆轴横截面上的剪应力	53
3-5 扭转破坏试验和轴的强度条件	56
3-6 圆轴扭转变形和刚度条件	58
3-7 扭转超静定问题	60
3-8 非圆截面杆在自由扭转时的应力和变形	61
3-9 薄壁截面杆的自由扭转	63
* 3-10 考虑材料塑性时圆杆的塑性极限扭矩	67

习 题	68
-----------	----

第四章 平面图形的几何性质	74
4-1 面积矩和形心	74
4-2 惯性矩和惯性积	76
4-3 惯性矩和惯性积移轴公式	79
4-4 惯性矩和惯性积转轴公式·主惯性轴	80
4-5 回转半径	83
习 题	84

第五章 弯曲内力	88
5-1 平面弯曲的概念	88
5-2 梁的计算简图及分类	88
5-3 梁的内力—剪力和弯矩	92
5-4 梁的剪力方程、弯矩方程和剪力图、弯矩图	95
5-5 弯矩、剪力与荷载集度间的微分关系和积分关系	98
5-6 用叠加法绘内力图	103
5-7 其它静定结构的内力图	104
习 题	107

第六章 弯曲应力	112
6-1 概述	112
6-2 弯曲正应力	112
6-3 弯曲剪应力	118
6-4 梁的强度校核	125
6-5 截面的弯心概念	129
6-6 提高梁弯曲强度的主要措施	132
* 6-7 平面曲杆的弯曲正应力	135
6-8 考虑材料塑性时梁的塑性极限弯矩	138
习 题	144

第七章 弯曲变形·简单超静定梁	147
------------------------------	-----

7-1 概述	147	习 题	238
7-2 梁的挠曲线近似微分方程	148		
7-3 用积分法求弯曲变形	149	第十二章 开口薄壁杆件	243
7-4 计算弯曲变形的共轭梁法	153	12-1 概述	243
7-5 利用叠加原理计算弯曲变形	157	12-2 开口薄壁杆件约束扭转的概念	243
7-6 梁的刚度条件·提高弯曲刚度的 一些措施	160	12-3 开口薄壁杆件约束扭转时的 正应力	244
7-7 简单超静定梁的解法	161	12-4 开口薄壁杆件约束扭转时的 剪应力	247
习 题	167	12-5 扇性几何特征	248
第八章 弹性地基梁	175	12-6 扇性剪应力、扇性正应力和 内力间的关系	255
8-1 概述	175	12-7 开口薄壁杆件约束扭转的 变形微分方程及其积分	258
8-2 弹性地基梁的挠曲线微分方程 及其初参数解	175	12-8 开口薄壁杆件约束扭转与 梁弯曲理论的比较	263
8-3 弹性地基短梁、长梁及刚性梁	181	12-9 开口薄壁杆件在复杂受力 状态下的应力计算	263
习 题	185	习 题	267
第九章 应力状态理论及应变 状态理论	187	第十三章 压杆稳定	269
9-1 应力状态的概念	187	13-1 稳定的概念	269
9-2 平面应力状态分析	188	13-2 细长压杆的临界力·欧拉公式	271
9-3 三向应力状态的最大应力	197	13-3 杆端约束的影响	275
9-4 广义胡克定律·体应变	198	13-4 临界应力·长细比	278
9-5 复杂应力状态的比能	202	13-5 非细长中心压杆的临界应力 ·切线模量理论	280
9-6 梁的主应力·主应力迹线 的概念	203	* 13-6 残余应力对中心受压钢柱 的影响	281
9-7 平面应力状态下的应变分析	204	13-7 有初弯曲的弹性压杆 ·佩里公式	283
习 题	209	* 13-8 有初弯曲压杆非弹性阶段的 极值点失稳(近似解)	285
第十章 强度理论	213	13-9 压杆稳定性的校核	287
10-1 概述	213	习 题	292
10-2 常用的强度理论	214	附表 轴心受压钢结构构件的稳定 系数	296
10-3 莫尔强度理论	220		
习 题	222	第十四章 杆件的应变能及其 应用	299
第十一章 组合变形	224	14-1 概述	299
11-1 概述	224	14-2 杆件的应变能计算	299
11-2 斜弯曲	225		
11-3 弯曲与扭转	229		
11-4 拉伸(压缩)与弯曲	232		
11-5 偏心拉伸(压缩)	234		
11-6 截面核心	236		

14-3 利用功能原理计算位移	308	16-3 材料的疲劳极限	338
14-4 功的互等定理和位移互等定理	309	16-4 构件的疲劳极限	340
14-5 余能概念·克罗蒂-恩 盖塞定理·卡氏定理	311	16-5 对称循环下构件的 疲劳强度计算	342
习 题	316	* 16-6 非对称循环下构件的 疲劳强度计算	343
第十五章 动荷载	319	* 16-7 弯扭组合变形下构件的 疲劳强度计算	346
15-1 概述	319	习 题	348
15-2 构件作等加速运动或等速转动时 的应力计算	320	附录一 常用截面的几何性质	350
15-3 冲击时应力和变形的计算	324	附录二 简单荷载作用下梁的挠度 和转角	352
习 题	332	附录三 型钢规格表	356
第十六章 循环应力下构件的 疲劳强度计算	336	1. 热轧等边角钢(GB 9787—88)	356
16-1 循环应力与疲劳破坏的概念	336	2. 热轧不等边角钢(GB 9788—88)	362
16-2 恒幅循环应力的表示方法 和分类	337	3. 热轧工字钢(GB 706—88)	366
		4. 热轧槽钢(GB 707—88)	368

第一章 绪 论

1-1 材料力学的任务

任何结构物和机械设备都是由一些部件或零件所组成,这些部件和零件统称为构件。组成结构物或机械的各个构件,通常都要受到各种外力的作用,这些外力称为作用在构件上的荷载。

要使结构或机械能正常地工作,就必须保证组成它们的每个构件在荷载作用下能安全地正常工作。为此,在工程中对所设计的构件应首先要求在受荷载作用时不发生破坏。但只是不发生破坏,并不一定就能保证构件或整个结构的正常工作。例如楼面梁在荷载作用下产生变形过大时,楼面下的抹灰层就会开裂,脱落;屋面下的檩条或屋面板如果变形太大,就会引起屋面漏水;吊车梁因荷载过大而发生过度的变形时,吊车就不能正常行驶。此外,有些构件在荷载作用下,其原有形状的平衡可能丧失。例如受压的细长杆,当压力超过一定的限度时,杆件就突然从原来的直线形状变成曲线形状,这种现象称为丧失稳定。构件丧失稳定的后果往往是十分严重的。例如,承重的柱子过于细长,就可能由于柱子丧失稳定而导致房屋不能正常使用或倒塌。

针对上述三种情况,组成结构或机械的每一构件,必须同时满足以下三个方面的要求:

- 1) 构件在荷载作用下不会发生破坏,这就要求构件必须具有足够的强度。所谓强度,是指构件抵抗破坏的能力。
- 2) 构件在荷载作用下,所产生的变形应在工程上允许的范围以内,这就要求构件必须具有足够的刚度。所谓刚度,是指构件抵抗变形的能力。
- 3) 构件在荷载作用下,应能保持原有形状下的平衡,即稳定的平衡,这就要求构件必须具有足够的稳定性。

对于工程技术人员来说,设计构件时,不但要满足上述强度、刚度和稳定性这三方面的要求,以达到安全的目的;同时,还必须尽可能合理选用材料和降低材料消耗量,以符合经济原则。显然,过分地强调安全会造成浪费,而片面地追求经济又可能会使结构不安全。这两者之间存在着矛盾。材料力学的任务是在既安全又经济的原则下,为设计构件提供计算的基本理论和方法。

构件的强度、刚度和稳定性均与所用材料的力学性质有关,这些力学性质都需要通过实验来测定。因此,实验研究和理论分析同样都是完成材料力学任务所必须的重要手段。

1-2 变形固体及其基本假设

在理论力学中,曾把固体看成刚体,即不考虑固体形状和尺寸的改变。实际上,任何固体在外力作用下都会或大或小地产生变形,也就是它的形状和尺寸总会有改变。固体产生的变形,有些可直接观察到,有些变形则需通过仪器才能测出。由于固体具有可变形性质,所以又

称为**变形固体**。

在材料力学中,主要研究的是构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性问题。对于这类问题,固体的变形虽然很小,但却是主要因素之一,必须予以考虑而不能忽略。因此,在材料力学中我们必须把组成构件的各种固体看成是变形固体。

对于用变形固体做成的构件进行强度、刚度或稳定性计算时,为了使问题得到简化,常需略去材料的次要性质,并根据其主要性质作出假设,将它们抽象为一种理想模型,然后进行理论分析。为此,对材料力学中的变形固体提出如下几个基本假设与工作假设。

(1)连续、均匀性假设

连续是指材料内部没有空隙,均匀是指材料的性质各处都一样。

实验证明,在工程中将构件抽象为连续、均匀的变形体,所得结果是令人满意的。

由于采用了连续、均匀性假设,我们就可以从物体中截取任意微小部分进行研究,然后把分析结果用于整个物体;同时,也可以将那些用大尺寸试件在实验中获得的材料性质,用到任何微小部分上去。

(2)各向同性假设

沿各个方向均具有相同力学性质的材料,称为**各向同性材料**。实际工程中常用的金属,就其单个晶粒来说,属于各向异性的,但由于构件中所含晶粒极多,同时它们在构件中的排列又极不规则,因此,按统计学的观点仍可将金属看成是各向同性材料。如果材料沿不同的方向具有不同的力学性质时,则称这类材料为**各向异性材料**。如胶合板、复合材料等就属于这种类型。

根据这个假设,当已知材料在任一方向的力学性质后,即可将其结论用于其它任何方向。

(3)小变形假设

在实际工程中大多数构件在荷载作用下产生的变形及其几何尺寸的改变与整个物体的原始尺寸比较起来是极其微小的。根据这个假设,在建立静力平衡方程时就可以不考虑外力作用点在物体变形后发生的微小的位置改变,而仍按其变形前的原始尺寸进行计算。这样做不但引起的误差很微小,而且使实际计算大为简化。

(4)线弹性假设

工程上所用的材料,当荷载不超过一定的范围时,材料在卸去荷载后可以恢复原状。但当荷载过大时,则在荷载卸去后只能部分地复原,而残留一部分不能消失的变形。在卸去荷载后能完全消失的那一部分变形称为**弹性变形**,不能消失而残留下来的那一部分变形则称为**塑性变形**。对每一种材料来讲,当外力不超过某一限度时,其变形可以认为是完全弹性的,并可认为作用于物体上的外力与变形始终成正比,这时,我们称材料处于**线弹性**。多数构件在正常工作条件下其材料均处于线弹性变形。所以在材料力学中所研究的大部分问题都是局限在线弹性变形范围内。

上述假设(1)为材料力学基本假设,其余三个为工作假设;除这四个假设外,在材料力学中还有一些其它的工作假设(如平截面假设等),这将在以后的有关章节中予以介绍。

1-3 主要研究对象的几何特征

构件的几何形状是多种多样的,但根据其几何特征,可把构件分为杆件、板与壳、块体三类。材料力学研究的主要是其中的杆件。所谓杆件是指纵向尺寸远远大于其横向尺寸的构件,如图 1-1 示。

板和壳是指一个方向的尺寸(厚度)远小于其它两个方向尺寸的构件。板的形状扁平而无曲度,而壳体则呈曲面形状;至于块体则是指长、宽和高三个方向的尺寸均属同一量级的构件。

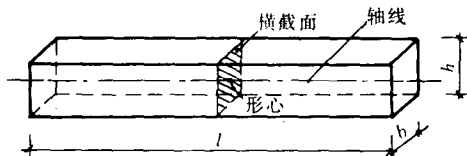


图 1-1

杆件的形状可由横截面和轴线两个几何因素来描述。垂直于杆件轴线的截面称为**横截面**,各横截面形心的连线称为**轴线**。杆件的横截面与轴线是互相垂直的。横截面和轴线是表征杆件的两个重要几何特征。杆件的轴线是直线的称为**直杆**,轴线是曲线或折线的,分别称为**曲杆**或**折杆**。沿轴线各处横截面的形状和大小完全相同的杆称为**等截面杆**,否则就是变截面杆,本书将着重讨论等截面的直杆。

1-4 杆件变形的的基本形式

作用在杆件上外力方式不同,使杆件产生变形的形式也各不相同,但是这些变形总不外乎下列几种基本形式:

(1) 轴向拉伸或压缩

在一对大小相等方向相反,作用线与直杆轴线重合的外力作用下,直杆的主要变形是长度改变(伸长或缩短)。这种变形形式称为**轴向拉伸**(图 1-2)或**轴向压缩**(图 1-3)。

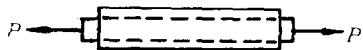


图 1-2

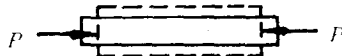


图 1-3

(2) 剪切

在一对相距很近,大小相等、方向相反的横向外力作用下,杆件的横截面将沿外力作用方向发生错动。这种变形形式称为**剪切**(图 1-4)。

(3) 扭转

在一对大小相等、方向相反,位于垂直杆轴线的两平面内的外力偶作用下,杆的任意两横截面将绕轴发生相对转动,而轴线仍保持直线,这种变形形式称为**扭转**(图 1-5)。

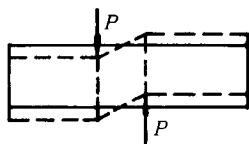


图 1-4

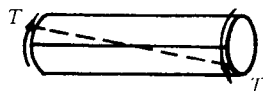


图 1-5

(4) 弯曲

在一对方向相反、位于杆的纵向平面内的外力偶作用下,杆将在纵向平面内发生弯曲,这种变形形式称为**纯弯曲**(图 1-6)。

工程实际中的杆件可能承受不同形式的外力,它们的变形较为复杂,不过杆件的复杂变形,可以看作是以上几种基本变形形式的组合。

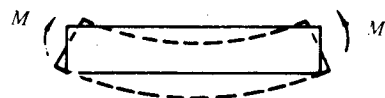


图 1-6

本书以下各章,将先分别讨论上述各种基本变形形式,然后再讨论两种以上基本变形的组合情况及其有关问题。

第二章 拉伸和压缩

2-1 概 述

拉伸和压缩是最简单但也是最基本的变形。

作用线与杆的轴线重合的外力(或外力系统的合力)叫做**轴向外力**。如其使杆件伸长就叫**轴向拉力**,简称拉力,并称该杆为**拉杆**,如图 2-1a;如其使杆件缩短就叫**轴向压力**,简称压力,并称该杆为**压杆**,如图 2-1b。各种桁架(例如屋面桁架、桥梁桁架、井架等等),它们所有的杆件,不是拉杆就是压杆。在图 2-2a 所示屋面桁架中,画成细线的是拉杆,画成粗线的是压杆。因为桁架的杆件一般认为是两端与其他杆件铰接的等(截面)直杆,人们称这种杆件为**二力杆件**,即只能在杆的两端各受一轴向外力的杆件,这种杆只能成为拉杆或压杆。柔索只能受拉不能受压,在工程中作为一种特殊的拉杆而被广泛使用,例如港口码头、矿井和建筑工地等处的起重机的吊缆,它们对于安全施工的影响极大。

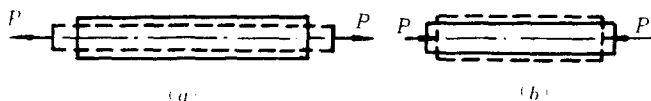


图 2-1

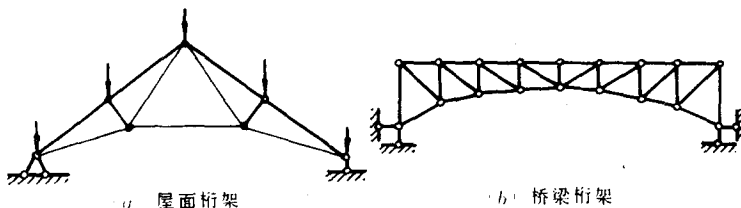


图 2-2

本章提出了材料力学的一系列基本概念。其中特别是分离体图、截面法、强度条件、胡克定律、材料力学考虑问题的三个方面(几何关系、物理关系、平衡关系)等等,在整个固体力学中都是十分重要的概念。本章关于材料的力学性质的试验,特别是拉伸试验,也是整个固体力学的基础实验。压杆的稳定性问题,将另辟专章讨论。

2-2 内力·截面法

(一)内力

用手拉橡皮棒,将感到棒内有一种抗力,手用力越大,棒拉得越长,抗力也越大。按物理学,任何物体分子与分子间都同时存在着互相吸引和互相排斥的两种分子力。两种分子力的大小分别是分子间距 r 的不同函数。当 r 等于某一定值 r_0 时,两种分子力恰好互相平衡。

r_0 的值随物体的材料而异,同一材料的 r_0 的值还要视温度而定。现在我们假定当外力为零时 $r=r_0$,于是,当拉力使分子间距增大时,分子间的相互吸引的分子力将起主导作用,其值随 r 之增大而增大,它抗衡着外力阻止 r 继续增大。当压力使分子间距 r 减小时,分子间的相互排斥的分子力将起主导作用,其值随 r 之减小而增大。它抗衡着外力阻止 r 继续减小。显然这里所说的阻止 r 变化的分子力就是上文所说的抗力。**杆件内部这种阻止变形发展的抗力就是内力。**这是关于内力的感性的述说。要更清楚地阐明内力的概念,须用截面法作定量的研究。再则,实际杆件内部由于多种原因,在外力作用之前其内部先已存在初始内力。上文所说的外力引起的内力相对于初始内力是一种**附加内力**。但对附加内力的研究是很重要的。

(二)截面法

图 2-3a 示一物体(折杆)在荷载 P_1 、 P_2 、 P_3 和固端反力 H_A 、 R_A 和 M_A 作用下平衡。现欲求截面 D 上的内力。为此,想象用一平面通过所说截面 D 把物体截开为左右两部分,选择其中任一部分例如左边部分为分离体,即把左边部分从整个物体中取走,同整体分离而独立,如图 2-3b,在整体(图 a)中截面 D 居于物体内部,但在分离体(图 b)中它却成了“外表面”,于是把留置的右边部分作用于分离体的分子力画在该“外表面”上,如图 b 中的 N 、 V 和 M ,这里已把所有分子力向截面形心简化为 N 、 V 、 M 三个合力。其中,力偶 M 留待第五章研究; N 与截面正交,与杆轴重合,称为轴力; V 与截面相切,与轴线正交,称为剪力。这三个合力就是 D 截面的截面内力。若物体整体是平衡的则其任何局部均处于平衡状态,因此可根据分离体的平衡条件求得截面内力。

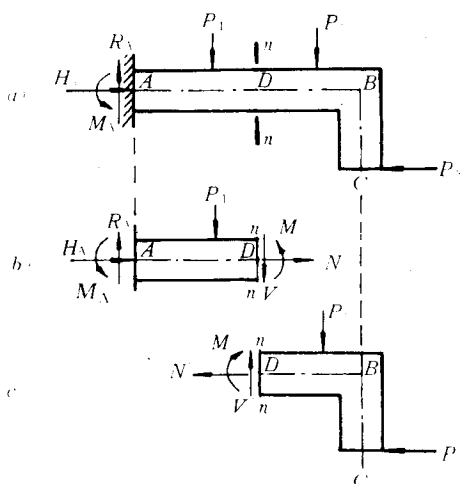


图 2-3

若取右边部分为分离体而留置左边,得分离体图如图 2-3c,此时 D 截面的内力 N' 、 V' 和 M' 是左边部分施加给右边部分的作用力,可按图 c 的分离体的平衡条件求得。显然 N' 和 N 、 V' 和 V 、 M' 和 M 都互为反作用力,相互等值而反向。

所以,截面上的内力就是物体被该截面所分离而成的两部分之间的相互作用力。

综上所述,用截面法求内力的步骤是:

- 1) 沿所研究的截面把物体分离成两部分。
- 2) 选择其中一部分为分离体,另一部分留置不顾。
- 3) 为分离体绘受力图(简称为分离体图),包括原来在分离体部分的荷载和反力,以及所研究的截面上的待定内力。

培养正确地绘制分离体图的能力,这件事的重要性无论怎样强调都不会过分。

- 4) 由分离体的平衡条件计算未知内力。

2-3 轴力·轴力图

图 2-4a 示一等直杆受一轴向荷载 P 作用,显然其反力为 $R=P(\rightarrow)$,现欲求 C 截面的内力。过截面 C 把杆分为两段,并取左段为分离体(图 2-4b),按连续性假定,分子力在截面上连续分布;而且,在轴向荷载作用下,可进一步假定它是均匀分布的(光测弹性力学实验已经证明,一根两端受力的拉杆或压杆,除了杆两端及其邻近区域外,一切横截面上的分子力都是均匀分布的),于是,它的合力 N 必通过截面的形心,其作用线与杆的轴线重合,如图 2-4c,因而称为轴力。由分离体的平衡条件 $\Sigma X=0$,得

$$-P + N = 0$$

$$N = P$$

当轴力 N 的方向背离截面时它是拉力,该截面处的杆段将发生拉伸变形。当 N 指向截面时它是压力,该截面处的杆段将发生压缩变形。现约定,拉力为正号的轴力,压力为负号的轴力。在计算前 N 的方向尚属未知,一般均假定 N 为拉力(背离截面),则由平衡条件算得的 N 的正负号就是符合“拉为正压为负”的约定的正负号。在本例中 $N=P>0$,是拉力。

表示轴力 N 随截面位置的变化而变化的图称为轴力图(N 图), N 图以杆的轴线(x 轴)的平行线为基线(横坐标轴),基线上的每一点都代表一相应截面的位置,用与基线正交的纵坐标表示相应截面的轴力,其长短按一定比例代表轴力的大小,按照拉为正压为负的约定视 N 是拉或压而画在基线的正侧或负侧。上面的例子的轴力图示于图 2-4d。

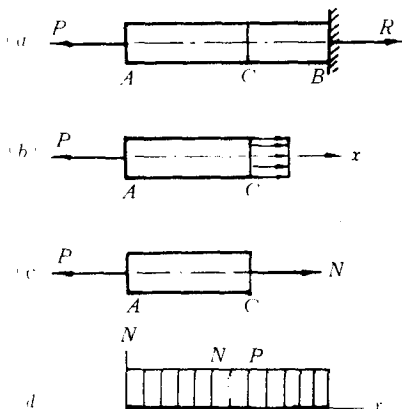


图 2-4

例 2-1 试绘图 2-5a 杆件的轴力图。

解: 根据荷载情况,全杆应分为 I、II、III 等三段。每段内的轴力为常数。现以记号 N_I 、 N_{II} 和 N_{III} 分别表示三段的轴力。

1) 取分离体如图 b,其中未知轴力 N_I 的方向暂时假定为背离截面(即假定 N_I 是拉力)。

$$\Sigma X = 0 \quad 8 + N_I = 0$$

$$N_I = -8 \text{ kN}$$

得数的负号表明假定 N_I 是拉力不对,那么 N_I 应该是压力。而负号正好代表压力。但图 b 中 N_I 的正确指向应该是朝着截面。不过只要明确它是负的,该图不必改正。

2) 取分离体如图 c,假定 $N_{II}>0$,

$$\Sigma X = 0, \quad N_{II} + 8 - 14 = 0.$$

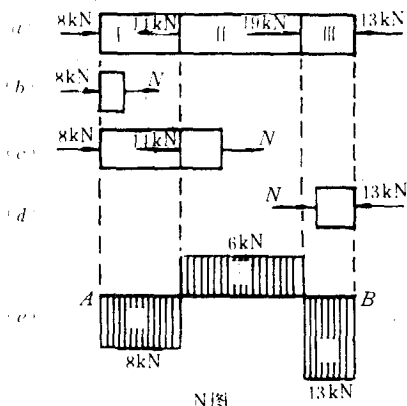


图 2-5

$$\begin{aligned} N_I &= -8 + 14 \\ &= 6\text{kN} \end{aligned}$$

3) 计算 N_{II} 时, 如果取截面以左的杆段为分离体, 则平衡方程将涉及三个外力。为简捷计算, 现取截面右边的杆段为分离体, 如图 d

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 0, \quad N_{II} - 13 = 0 \\ N_{II} &= 13\text{kN} \end{aligned}$$

得数 $13\text{kN} > 0$, 表明假定 N_{II} 指向截面是对的, 即 N_{II} 的确是压力。但与“拉为正压为负”的约定矛盾, 因此我们在得数之后添一个负号, 写成

$$N_{II} = 13\text{kN}(-)$$

全杆的轴力图以 AB 为基线, 如图 2-5e 所示。

现在回顾一下第 I 段的算式:

$$\begin{aligned} N_I &= -8 + 14 \\ N_I &= 6\text{kN} \end{aligned}$$

这些算式表明: 任一截面的轴力, 等于截面以左的杆段上所有轴向外力的代数和。凡指向背离截面的轴向外力(例如 14kN)取正号, 凡指向朝着截面的轴向外力(例如 8kN)取负号。利用这个提法, 不必绘出分离体图即可直接求出任一截面的轴力, 因而称为直接法。

对于 $N_I = 6\text{kN}$, 这个算式还可以这样理解, 等号左边的 N_I 是轴向内力, 右边的 6kN 是轴向外力 -8kN 同 $+14\text{kN}$ 的代数和。所以该式表明轴向内力同轴向外力的平衡关系。也就是分离体的平衡条件的另一说法。所以我们强调分离体的概念, 认为这是带根本性的重要概念, 而目前不太强调上文所述不绘分离体图直接法, 虽然它带来一定的便捷。

例 2-2 图 2-6a 示一被悬挂的等直杆, 其长为 l , 横截面面积为 A , 重度(即单位体积材料所受的重力)为 γ 。杆中点有一集中轴向荷载 P , 要求考虑杆件的自重, 试绘其轴力图。

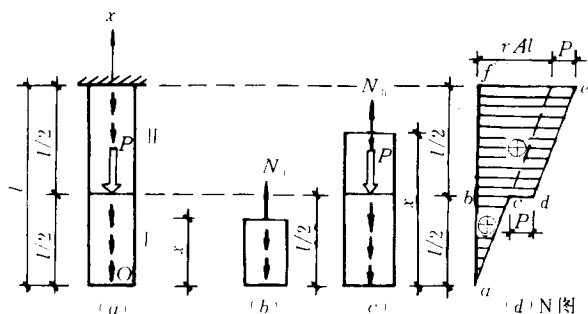


图 2-6

解: 取下端截面的形心 O 为 x 轴的原点, 向上为正。截面 $x=l/2$ 以下为第 I 段, 以上为第 II 段, 如图 2-6a。

在连续分布外力作用下, 轴力 N 随截面位置坐标 x 的变化而连续变化, N 是 x 的连续函数, N 的表达式 $N=N(x)$ 称为轴力方程。根据轴力方程绘制轴力图时, 一般只算几个对于表示 $N-x$ 曲线的特征有决定意义的截面轴力, 以便在轴力图中确定几个控制点, 然后根据轴力方程显示的曲线类型作曲线通过这些控制点。现分别计算本例 I、II 两段的轴力如下:

1) $0 \leq x < l/2$ 取分离体如图 b,

$$\text{轴力方程 I: } \Sigma X=0 \quad N_1 - \gamma Ax = 0$$

$$N_1 = \gamma Ax$$

$$\text{控制点: } \quad \text{当 } x=0 \quad N_1=0$$

$$\quad \text{当 } x \rightarrow l/2 \quad N_1 \rightarrow \gamma Al/2$$

由此可绘出 N 图中的直线 ac 。同时有 $bc = \gamma Al/2$ 。

2) $l/2 < x < l$ 取分离体如图 c,

$$\text{轴力方程 II: } \Sigma X=0 \quad N_1 - \gamma Ax - P = 0$$

$$N_1 = \gamma Ax + P$$

$$\text{控制点: } \quad \text{当 } x \rightarrow l/2 \quad N_1 \rightarrow \gamma Al/2 + P$$

$$\quad \text{当 } x \rightarrow l \quad N_1 \rightarrow \gamma Al + P$$

由此可绘出 N 图中直线 de 。

在 P 力作用点稍下的截面属于 I 段,其轴力为 $N_1 = \gamma Al/2$,稍上的截面属于 II 段,其轴力为 $N_1 = \gamma Al/2 + P$,两者之差 P 在图中表现为突变 cd 。

2-4 正应力·应力集中的概念

(一)正应力

轴力本是截面上的平行于杆轴的分布于全截面的分布力的合力,前已说明,实验已证实,在拉压杆它是均匀分布的。截面上一点处每单位面积内的分布内力称为该点处的**应力**;与截面正交的应力称为**正应力**,以符号 σ 表示;与此对照,与截面相切的应力称为**剪应力**,以符号 τ 表示(在截面是横截面,内力只有轴力的情况下,只有正应力,没有剪应力)。

一面积为 A 的横截面上,若有轴力 N ,则截面上各点的正应力均为

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-1)$$

此式是以应力在截面上均匀分布为基础得来的。应力的正负号随 N 的正负号而定。因此,拉应力是正号的正应力,压应力是负号的正应力。应力的量纲是〔力〕/〔长度〕²,其国际单位制的单位为帕斯卡(Pascal),简称帕(Pa)。

$$1 \text{ 帕} = 1 \text{ 牛顿} / \text{米}^2$$

或

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 10^{-6} \text{ N/mm}^2$$

这里的 N 是牛顿的意思,只要注意上下文,不会把它误会为“轴力”。说某点的应力为 1 Pa ,意味着若在 1 m^2 面积上都照这点应力的大小布满分子力将得到合力为 1 N 的分布力。带词头的应力单位有千帕(kPa)、兆帕(MPa)和吉帕(GPa)。