学校 一流老师 一流资源

三一丛书

概率论与数理统计

要点与解题

龚冬保 王宁 编著

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

西安交大教学资源文库　三一丛书

概率论与数理统计

要点与解题

龚冬保　王　宁　编著

西安交通大学出版社

内容提要

作者根据多年的教学经验，收集了300多道概率统计的典型题，所选的题目旨在启发读者学习概率统计的兴趣，提高解题能力。为了突出一些典型方法和揭示一些习题的背景，本书对大多数题目都作了注释。

本书可作为普通高等院校大学生学习概率统计的参考书，也可供报考硕士研究生的考生使用。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计要点与解题/龚冬保等编．—西安：西安交通大学出版社，2006.8
(西安交大教学资源文库．三一 丛书)
ISBN 7-5605-2225-4

Ⅰ．概...　Ⅱ．龚...　Ⅲ．①概率论-高等学校-教学参考资料②数理统计-高等学校-教学参考资料
Ⅳ．021

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第064455号

书　名	概率论与数理统计要点与解题
编　著	龚冬保　王　宁
出版发行	西安交通大学出版社
地　址	西安市兴庆南路25号(邮编:710049)
电　话	(029)82668357　82667874(发行部) (029)82668315　82669096(总编办)
印　刷	陕西向阳印务有限公司
字　数	233千字
开　本	880mm×1230mm　1/32
印　张	6.375
版　次	2006年8月第1版　2006年8月第1次印刷
书　号	ISBN 7-5605-2225-4/O·239
定　价	9.80元

丛书总序

为了使普通高等学校理工类专业的大学生更好地学习、掌握基础课和专业基础课知识，我们组织出版了这套“三一”丛书，目的就是**提供一流的学习资源，使大家共享一流教师的教学经验和教学成果**，为今后的学习打下良好的基础。

西安交通大学是国内仅有的几所具有百年历史的高等学府，是首批进入国家“211 工程”建设的七所大学之一，1999 年被国家确定为我国中西部地区惟一一所以建设世界知名高水平大学为目标的学校。西安交大历来重视本科生教学，1996 年成为全国首家本科教学评估为优秀的大学。学校拥有国家级、省部级、校级教学名师数十名，具有丰富的、一流的教学资源。本丛书均由西安交通大学长期在教学一线主讲的教授、副教授主编，他们具有丰富的基础课、专业基础课教学和辅导经验。丛书作者们在长期的教学实践中，**深深了解学生在学习基础课、专业基础课时的难点和困惑点之所在，对如何使学生更有效地学习、掌握课程的基本知识和解题技巧进行了深入的探索和研究，并将成果体现于书中。**

本丛书针对中少学时课程的特点和教学要求，**以普通高等学校的学生为主要对象，不拘泥于某一本教材，而是将有特色和使用量较大的各种版本的教材加以归纳总结**，取其精华，自成一体。书中对课程的基本内容、研究对象、教学要求、学习方法、解题思路进行了全面、系统的

总结和提炼，按基本知识点、重点与难点、典型题解析、自我检测题等环节进行编排。本丛书既可单独使用，也可与其他教材配合使用。

我们衷心希望本丛书成为您大学基础课和专业基础课学习阶段的良师益友，帮助您克服困难，进入大学学习的自由王国，并祝您早日成为国家的栋梁之材！

在学习使用过程中，您如果发现书中有不妥之处或有好的建议，敬请批评指正并反馈给我们，我们会进一步改进自己的工作，力争使您满意。

真诚感谢您使用西安交大版图书。

西安交大出版社网址：http://press.xjtu.edu.cn

http://www.xjtupress.com

理工医事业部信箱：jdlgy31@126.com

西安交通大学出版社

2006 年 6 月

前　言

要学好概率论与数理统计课程，需要做一定数量的习题。本书参照全国硕士研究生入学统一考试“数学考试大纲”中对本课程的考试要求，精选和编制了 300 多道例题，从分析题目的条件与结论间的关系着手，讲清解题思路，做了解答。在大多数例题中，对解题用到的知识、做题的方法、技巧的特点及题与题之间的联系作了注释。通过解题，熟悉和掌握知识的要领；通过解题，学会灵活运用所学知识分析和解决相关问题的方法与技巧；通过解题，培养和训练数学的思维能力。因此读者在阅读本书时，建议先把书上例题当习题自己做，不会时再看解答，看懂了推开书再独立做，反复做，并运用掌握的方法去解教材中的习题。

本书每章后有个“自测题”，读者可做自我测验用，以检验学习效果。希望本书能有助于读者学好本课程，希望广大读者喜欢本书，更欢迎对书中出现的讹谈和不足，给予指正。

衷心感谢西安交通大学出版社的支持，使本书得以问世。

编　者

2006.6

目　　录

第1章　随机事件与概率

1.1　随机事件的运算及其概率的性质

1-1　设 A、B、C 是三个随机事件，则和事件 $A\bar{B}$ 互不相容的事件是(　　).

(A) $BC-A$　　　　(B) $\bar{B}C\cup A$

(C) $\overline{\bar{A}\cup B\cup C}$　　　　(D) $\overline{A\cap\bar{B}\cap C}$

解　因为 $BC-A=\bar{A}BC$，A 与 $\bar{A}$ 互不相容，故 $A\bar{B}$ 与 $\bar{A}BC$ 互不相容.从而选(A).

由于随机事件的运算与集合相同，因此对集合的运算要熟悉.

1-2　以 A 表示事件“甲种产品畅销，乙种产品滞销”，则其对立事件 $\bar{A}$ 为(　　).

(A)“甲种产品滞销，乙种产品畅销”

(B)“甲、乙两种产品均畅销”

(C)“甲种产品滞销”

(D)“甲种产品滞销或乙种产品畅销”

解　设 B 表示“甲种产品畅销”，C 表示“乙种产品畅销”，则 $A=B\bar{C}$. 于是 $\bar{A}=\overline{B\bar{C}}=\bar{B}\cup C$，即就是 $\bar{A}$ 表示“甲种产品滞销或乙种产品畅销”，故选(D).

将 A 用其它事件表示之后，再运用事件之间的关系，计算出 $\bar{A}$，从而可很容易地选出答案.

1-3　设 A、B 为两个随机事件，若 $P(AB)=0$，则下列命题中正确的是(　　).

(A) A 和 B 互不相容(互斥)

(B) AB 是不可能事件

(C) AB 未必是不可能事件

(D) $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

解　若 $P(AB)=0$，则 AB 未必是不可能事件. 例如，随机

正确理解互不相容、不可能事件及零概率事件之间的联系与区别，是解答本题的关键.

地向[0,1]区间投点，以 ξ 表示落点的坐标，取 $A=B=\{\xi=\frac{1}{2}\}$，则事件 A、B 均有可能发生，且 $AB=\{\xi=\frac{1}{2}\}$. 由几何概率知：$P(AB)=0$，故选(C). 此例同时说明 A 与 B 是相容的，且 $AB\neq\varnothing$，所以(A)、(B)是不对的. 为了说明(D)是错误的，我们给出如下的例子：掷一枚骰子，设 A 表示“出现 2 点”，B 表示“出现 6 点”，则 $AB=\varnothing$，从而 $P(AB)=0$. 但是，$P(A)=P(B)=\frac{1}{6}$.

1-4 设当事件 A 与 B 同时发生时，事件 C 必发生，则下列式子正确的是(　　)

(A) $P(C)\leqslant P(A)+P(B)-1$

(B) $P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$

(C) $P(C)=P(AB)$

(D) $P(C)=P(A\cup B)$

解 由已知，$AB\subset C$，则 $P(C)\geqslant P(AB)$，又 $P(A\cup B)=P(A)+(B)-P(AB)\leqslant 1$，故有 $P(C)\geqslant P(AB)\geqslant P(A)+P(B)-1$，所以(B)正确. 因此(A)是错的. (C)、(D)显然不对.

1-5 对于任意两个随机事件 A 和 B，有 $P(A-B)$等于(　　).

(A) $P(A)-P(B)$　　(B) $P(A)-P(B)+P(AB)$

(C) $P(A)-P(AB)$　　(D) $P(A)+P(\bar{B})+P(A\bar{B})$

解 由于 $A-B=A-AB$，而 $AB\subset A$，于是 $P(A-B)=P(A-AB)=P(A)-P(AB)$，故(C)正确. 而(A)仅在 $B\subset A$ 时成立，不具有一般性，因此不正确. (B)、(D)显然不正确.

将 $A-B$ 改写为 $A-B=A-AB$ 是解本题的关键.

1-6 某商场出售电器设备，以事件 A 表示“出售 74 cm 长虹电视机”，以事件 B 表示“出售 74 cm 康佳电视机”，用 A、B 及它们的对立事件表示以下事件：

(1) 这两种品牌的电视机都出售；

(2) 这两种品牌的电视机都不出售；

(3) 至少有一种品牌的电视机出售；

要学会用随机事件的运算来表示各类不同的较复杂事件.

(4) 只出售一种品牌的电视机.

解 (1)AB (2) $\overline{A}\,\overline{B}$ (3) $A\cup B$ (4) $A\overline{B}\cup\overline{A}B$

1-7 设 A、B、C 是三个随机事件，试用 A、B、C 分别表示下列事件：

(1) A、B、C 中至少有一个发生；

(2) A、B、C 中恰有一个发生；

(3) A、B、C 中不多于一个发生.

解 (1) 因为 A、B、C 中至少有一个发生，就是 A、B、C 的和，因此可以用 $A\cup B\cup C$ 表示.

(2) 因为 A、B、C 中恰有一个发生，就是 A 发生，B、C 不发生；或 B 发生，A、C 不发生；或 C 发生，A、B 不发生，因此可以用 $A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C$ 表示.

(3) 因为 A、B、C 中不多于一个发生，就是 A、B、C 中恰有一个发生，或 A、B、C 中都不发生，因此可以用 $A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C\cup\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ 表示，或表示为 $\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}$.

1-8 设 A、B 是两个事件，那么事件"A、B 都发生"，"A、B 不都发生"、"A、B 都不发生"中，哪两个是对立事件？

解 上述三个事件可分别表示为 AB、$\overline{AB}$、$\overline{A}\,\overline{B}$. 若 AB 与 $\overline{A}\,\overline{B}$ 是对立事件，由定义应有 $AB=\overline{\overline{A}\,\overline{B}}$，但 $\overline{\overline{A}\,\overline{B}}=A\cup B\neq AB$，所以"$A$、$B$ 都发生"与"A、B 都不发生"不是对立事件. 而 $\overline{\overline{AB}}=AB$，所以"$A$、$B$ 都发生"与"A、B"不都发生"是对立事件.

A、B 不都发生就是 A 与 B 不能同时发生。

1-9 设 A、B 为随机事件，$P(A)=0.5$，$P(A-B)=0.2$，求 $P(\overline{AB})$.

解 由于 $A-B=A-AB$，且 $AB\subset A$，所以

$$P(A-B)=P(A)-P(AB)$$

于是 $P(AB)=P(A)-P(A-B)=0.5-0.2=0.3$

因此 $P(\overline{AB})=1-P(AB)=0.7$

解答本题的关键是将 $A-B$ 改写为 $A-B=A-AB$，而 $AB\subset A$，则有 $P(A-B)=P(A-AB)=P(A)-P(AB)$.

1-10 设 A、B 是两个随机事件，$P(A)=0.6$，$P(B)=$

由于 $P(A)\neq P(B)$，

0.7，当 A、B 满足什么条件时，$P(AB)$ 取得最小值；当 A、B 满足什么条件时，$P(AB)$ 取得最大值.

解 由于 $P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$，故当 $A\cup B=\Omega$ 时，$P(AB)$ 取得最小值 0.3；当 $A\subset B$ 时，$P(AB)$ 取得最大值 0.6.

所以 $AB\neq\varnothing$，从而 $P(AB)$ 的最小值不可能为 0. 利用加法公式是解本题的关键.

1-11 已知事件 A、B 满足条件 $P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$，且 $P(A)=p$，求 $P(B)$.

解 由于

$$P(\overline{A}\,\overline{B})=1-P(\overline{\overline{A}\,\overline{B}})=1-P(A\cup B)$$
$$=1-P(A)-P(B)+P(AB)$$

而
$$P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$$

故有
$$1-P(A)-P(B)=0$$

从而有
$$P(B)=1-P(A)=1-p$$

$\overline{\overline{A}\,\overline{B}}=A\cup B$ 是解答本题的关键.

1-12 设 $P(A)=p,0<p<1,P(B)=1-\sqrt{p}$，证明：$P(\overline{A}\cap\overline{B})>0$.

证 $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})+P(\overline{B})-P(\overline{A}\cup\overline{B})$

$$=1-p+\sqrt{p}-P(\overline{A}\cup\overline{B})$$
$$\geqslant 1-p+\sqrt{p}-1=\sqrt{p}(1-\sqrt{p})>0$$

即有
$$P(\overline{A}\cap\overline{B})>0$$

请总结一下公式 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-A(AB)$ 的应用.

1-13 某门课只有通过口试及笔试两种考试，方可结业. 某学生通过口试的概率为 80%，通过笔试的概率为 65%. 至少通过两者之一的概率为 75%，问该学生这门课结业的可能性有多大？

解 用事件 A 表示“他通过口试”，事件 B 表示“他通过笔试”，则由已知，$P(A)=0.80$，$P(B)=0.65$，$P(A\cup B)=0.75$，于是

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$
$$=0.80+0.65-0.75=0.70$$

即该学生这门课结业的可能性为 70%.

用 A、B 表示具体的随机事件，是解本题的关键.

1.2 古典概型与几何概率

1-14 在分别写有 2,3,4,5,7,8 的六张卡片中任取两张,把卡片上的数字组成一个分数,求所得分数是既约分数的概率?

解 1 以 A 表示事件“所得分数为既约分数”,则样本点总数为$A_6^2=6\times5=30$.所得分数为既约分数必须分子、分母为 3,5,7 中的两个,或 2,4,8 中的一个和 3,5,7 中的一个组成,所以事件 A 所包含的样本点数为 $P_3^2+2P_3^1\times P_3^1=3\times2+2\times3\times3=24$.于是

$$P(A)=\frac{24}{30}=\frac{4}{5}$$

试比较解 1 与解 2的不同.应学会用解 2 的方法解古典概率问题.

解 2 仍以 A 表示事件“所得分数为既约分数”,它相当于“所取两个数中至少有一个是奇数”,A 的对立事件 $\overline{A}$ 是“所取两个数都不是奇数”,易见求 $P(\overline{A})$较为容易,而

$$P(\overline{A})=\frac{C_3^2}{C_6^2}=\frac{1}{5}$$

因此 $$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

了解事件的对立事件,利用对立事件求概率可以简化计算.

1-15 把 10 本书任意放在书架上,求其中指定的 3 本书放在一起的概率.

解 基本事件的总数是对 10 本书进行的全排列数 $n=10!$.以 A 表示事件“指定的 3 本书放在一起”,事件 A 可以看成分两步得到:第一步将 3 本书看成一个整体与剩余的 7 本书进行全排列,所有可能排列数为 8! 种;第二步再将 3 本书进行全排列,所有可能的排列数为3! 种.因此,A 所包含的基本事件数为 $m=8!\times3!$,从而所求的概率为

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{8!\times3!}{10!}=0.067$$

1-16 袋中有 5 只球,其中一只是红球,每次取一只球(不放回),求前三次取到红球的概率.

解 设 A 表示前三次取到红球,B_i 表示第 i 次取到红

A 事件实际上表示 B_1、B_2、B_3 中恰有一个发生

球，$i=1,2,3$，则 $A=B_1\bar{B}_2\bar{B}_3\cup\bar{B}_1B_2\bar{B}_3\cup\bar{B}_1\bar{B}_2B_3$，于是

$$P(A)=P(B_1\bar{B}_2\bar{B}_3)+P(\bar{B}_1B_2\bar{B}_3)+P(\bar{B}_1\bar{B}_2B_3)$$
$$=\frac{1}{5}\times1\times1+\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}\times1+\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{5}$$

的事件，将复杂事件用简单事件表示是解题关键.

1-17 从5双不同的手套中任取4只，求

(1) 恰有一双配对的概率?

(2) 至少有2只配成一双的概率?

解 (1) 设事件 A 表示“5双手套中任取4只，恰有一双配对”. 从5双(10只)手套中任取4只，共有 C_{10}^4 种取法；而从5双手套中任选一双，有 C_5^1 种选法，把选出的一双的2只都取出，有 C_2^2 种取法，在剩下的4双中任选2双，有 C_4^2 种选法，每双任取一只有 $C_2^1C_2^1$ 种取法. 于是任取4只恰有一双配对的取法数共有 $C_5^1C_2^2C_4^2C_2^1C_2^1$ 种. 因此，所求概率为

$$P(A)=\frac{C_5^1C_2^2C_4^2C_2^1C_2^1}{C_{10}^4}=\frac{4}{7}$$

利用组合数求出 A 所包含的样本点，是解(1)的关键.

注意先选了一双配对后，另两只就不能再成双了，因此要从2双中各取1只.

另解 事件 A 所包含的基本事件数也可以这样得到：先从5双手套中任选一双，有 C_5^1 种选法，把选中的一双的2只都取出有 C_2^2 种取法，在剩下的8只中任取2只，有 C_8^2 种取法，其中有 $C_4^1C_2^2$ 种取法是配对的，应减去，故 A 所包含的基本事件数为 $C_5^1C_2^2(C_8^2-C_4^1C_2^2)$种，于是 A 的概率为

$$P(A)=\frac{C_5^1C_2^2(C_8^2-C_4^1C_2^2)}{C_{10}^4}=\frac{4}{7}$$

(2) 可依照(1)的解法，利用组合数的方法来计算概率. 在此，我们介绍其它两种解法.

设事件 B 为“4只手套中至少有2只配成一对”，则其逆事件 $\bar{B}$ 为“4只手套中没有2只配成一双”，显然样本点总数仍为 C_{10}^4. 事件 $\bar{B}$ 包含的样本点可以这样来计算：从5双中任取4双，然后再从每双中任取一只，这样取出的4只手套肯定没有2只配成一双，这样的取法有 $C_5^4C_2^1C_2^1C_2^1C_2^1=80$ 种，于是

$$P(\bar{B})=\frac{80}{C_{10}^4}=\frac{8}{21}$$

从而
$$P(B)=1-P(\bar{B})=\frac{13}{21}$$

在(2)中 $P(\bar{B})$ 比 $P(B)$ 好求，故先求 $P(\bar{B})$.

如果设事件 C 是取出手套中恰有2双，则

$$P(C)=\frac{C_5^2}{C_{10}^4}=\frac{1}{21}$$

故 $P(B)=P(A)+P(C)=\frac{13}{21}$.

另解 B 和 $\bar{B}$ 的概率也可以这样来计算.

如果设想手套是一只一只取出的，即注意到手套被取出的先后顺序，那么样本点总数就是 10 只手套中任取 4 只的排列数，即有 P_{10}^4 种.

按照同样的理解，事件 $\bar{B}$ 中的样本点可以这样来确定：4 只手套是一只一只取出的，第一只手套有 10 种取法(5 双中任取一只)，第二只手套有 8 种取法(除去已取出的第一只以及与第一只配成一双的另一只)，第三、第四只手套各有 6 种、4 种取法. 所以，依乘法原理 $\bar{B}$ 中样本点数为 $10\times8\times6\times4$，故

$$P(\bar{B})=\frac{10\times8\times6\times4}{P_{10}^4}=\frac{8}{21}$$

因此，得 $$P(B)=1-\frac{8}{21}=\frac{13}{21}$$

也是一种解法.

1-18 某饭店一楼有三部电梯，今有 5 位旅客要乘电梯. 假定选择哪部电梯是随机的，求每部电梯内至少有一位旅客的概率.

解 令 A_i 表示事件“没有一位旅客进入第 i 部电梯”，也就是表示“第 i 部电梯空着”，$i=1,2,3$. 则

$$P(A_i)=\frac{(3-1)^5}{3^5}=\left(\frac{2}{3}\right)^5,\quad i=1,2,3$$

同理，“没有一位旅客进入第 i 部和第 j 部电梯”的概率为

$$P(A_iA_j)=\left(1-\frac{2}{3}\right)^5,\quad i,j=1,2,3$$

显然，三部电梯全空着的概率为 0. 于是

$$\begin{aligned}P\{\text{至少有一部电梯空着}\}&=P(A_1\cup A_2\cup A_3)\\&=P(A_1)+P(A_2)+P(A_2)-P(A_1A_2)-P(A_1A_3)\\&\quad-P(A_2A_3)+P(A_1A_2A_3)\\&=3\times\left(\frac{2}{3}\right)^5-3\times\left(\frac{1}{3}\right)^5+0=0.38\end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned}P\{\text{每部电梯至少有一位旅客}\}&=P\{\text{每部电梯不空}\}\\&=1-P\{\text{至少有一部电梯空着}\}\\&=1-0.38=0.62\end{aligned}$$

为求事件 A 的概率，先求其对立事件 $\bar{A}$ 的概率，这是常用的方法. 而“每部电梯内至少有一位旅客”等价于事件“每部电梯都不空”，其对立事件为“至少有一部电梯空着”，将这个对立事件表示为 A_1，A_2，A_3 的和，是解本题的重要步骤.

1-19 随机地向半圆 $0<y<\sqrt{2ax-x^2}$（a 为正常数）内

从本质上来说，

掷一点，点落在半圆内任何区域的概率与区域的面积成正比，则原点和该点的连线与 x 轴的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率是多少？

解 随机地向图 1.1 中的半圆掷一点，则该点与原点的连线与 x 轴的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的区域为图 1.1 中的阴影部分，于是所求概率为

$$p = \frac{\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}\pi a^2}{\frac{1}{2}\pi a^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}$$

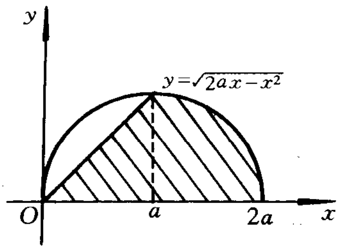

图 1.1

几何概率问题一般地都可以通过引进适当的随机变量，确定相应的分布函数，利用积分的知识来处理.

1-20 设 k 等可能地在区间[0,5]中取值，试求方程

$$4x^2 + 4kx + k + 2 = 0$$

有实根的概率.

解 依题意，k 等可能地在区间[0,5]中取值，所以样本空间所对应的区域就是区间[0,5].

方程有实根的充要条件是其判别式不小于零，即有

$$\Delta = (4k)^2 - 4 \times 4(k+2) \geqslant 0$$

于是有

$$k^2 - k - 2 \geqslant 0$$

解此不等式，得

$$k \geqslant 2 \text{ 或 } k \leqslant -1$$

考虑到 k 只能在[0,5]中取值，所以舍去 $k \leqslant -1$. 这样，有利场合所对应的区间为[2,5]. 因此，所求概率为

此题中有利场合所对应的区域，隐于题设条件之中，需要联系方程根的性质，才能逐步发掘. 这就告诉我们，解答复杂几何概率题，必须联合运用有关的数学知识.

$$p=\frac{3}{5}$$

1-21 考虑一元二次方程 $x^2+Bx+C=0$,其中 B、C 分别是将一枚骰子接连掷两次后先后出现的点数,求该方程有实根的概率 p 和有重根的概率 q.

解 一枚骰子掷两次,其基本事件总数为 36,方程有实根的充分必要条件是 $B^2-4C\leqslant 0$,即 $C\leqslant\frac{B^2}{4}$;方程有重根的充分必要条件是 $B^2-4C=0$,即 $C=\frac{B^2}{4}$. 易见

B	1	2	3	4	5	6
使 $C\leqslant\frac{B^2}{4}$ 的基本事件数	0	1	2	4	6	6
使 $C=\frac{B^2}{4}$ 的基本事件数	0	1	0	1	0	0

由此可见,使方程有实根的基本事件个数为

$$1+2+4+6+6=19$$

使方程有重根的基本事件数为 2,因此

$$p=\frac{19}{36},\quad q=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$$

通过列表很清楚地算出事件 $C\leqslant\frac{B^2}{4}$ 的总数,这也是计算概率的有效方法.

1.3 条件概率 乘法公式 全概率公式及贝叶斯公式

1-22 设 A、B 为任意两个事件,且 $A\subset B$,$P(B)>0$,则下列选项必然成立的是( ).

(A) $P(A)<P(A|B)$ (B) $P(A)\leqslant P(A|B)$

(C) $P(A)>P(A|B)$ (D) $P(A)\geqslant P(A|B)$

解 由于 $0<P(B)\leqslant 1$,则 $\frac{1}{P(B)}\geqslant 1$,于是 $P(A)-P(A|B)=P(A)-\frac{P(AB)}{P(B)}=P(A)-\frac{P(A)}{P(B)}=P(A)(1-\frac{1}{P(B)})\leqslant 0$,即 $P(A)\leqslant P(A|B)$,故(B)正确.

本题是要比较两个概率的大小,作差的方法是常用的方法. 由于 $1\geqslant P(B)>0$,则 $\frac{1}{P(B)}\geqslant 1$.