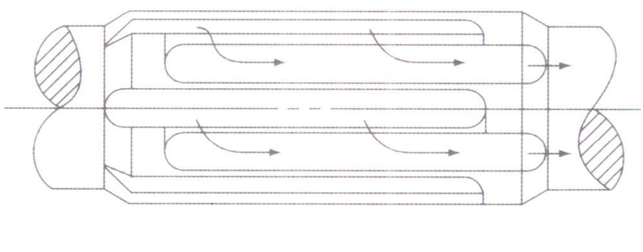
塑料加工机械与模具设计丛书

塑料成型机械优化设计

梁基照 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

塑料加工机械与模具设计丛书

塑料成型机械优化设计

梁基照　编著

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书应用最优化技术的基本原理和方法，分析和讨论了塑料成型机械优化设计的特点，并列举了典型机构和工作部件优化设计的实例，如挤出机螺杆、挤塑成型模具、塑炼机辊筒和密炼机转子等，反映了近年来塑料成型机械优化设计的最新成果。

本书既适合于从事塑料加工行业的工程技术人员及大专院校相关专业的师生使用，又可作为机械设计及制造人员的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

塑料成型机械优化设计／梁基照编著．—北京：国防工业出版社，2006.9
（塑料加工机械与模具设计丛书）
ISBN 7-118-04672-8

Ⅰ．塑… Ⅱ．梁… Ⅲ．塑料成型-化工机械-最优设计 Ⅳ．TQ320.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 084228 号

※

国防工业出版社出版发行
（北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044）
国防工业出版社印刷厂印刷
新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 15 字数 345 千字
2006 年 9 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 **定价** 26.00 元

国防书店：（010）68428422　　发行邮购：（010）68414474
发行传真：（010）68411535　　发行业务：（010）68472764

前　言

本书扼要地介绍了最优化技术的基本原理和方法，分析和讨论了塑料成型机械优化设计的特点，并列举了其中一些典型机构（如注射机合模机构）和工作部件（如挤出机螺杆）优化设计的实例，反映了近年来最优化技术在塑料成型机械设计中研究和应用的新成果。

本书共11章。第1章绪论；第2章最优化设计的数学分析基础；第3章无约束最优化方法；第4章多维约束最优化方法；第5章塑料成型机械优化设计的特点与方法；第6章挤出机螺杆的优化设计；第7章挤出成型机头的优化设计；第8章注射成型模具的优化设计；第9章开炼机辊筒的优化设计；第10章密炼机转子的优化设计；第11章塑料成型机械常用齿轮减速器的优化设计。在第1章至第4章中，从工程应用的角度出发，注意概念的解释和方法的介绍，尽量避免繁杂的理论论证和数学推演，并给出相应的例题。第1章至第5章均附有适量的习题，以便于读者加深对最优化设计的理论和方法的理解、消化和掌握，以及进行复习。

本书内容覆盖塑料成型机械的主要工作部件的优化设计，如挤出机螺杆、挤塑成型模具、注射成型模具、开炼机辊筒和密炼机转子等，既适合于从事塑料加工行业的工程技术人员及大专院校相关专业的师生使用，又可作为机械设计及制造人员的参考用书。

迄今，有关塑料成型机械优化设计领域系统的著述甚少。作者自1986年起给本科生讲授“高分子材料加工机械优化设计”课程。本书是在《高分子材料加工机械最优化设计》讲义（华南理工大学，1990年）的基础上修订和补充而成的。限于作者的学识和经验，书中的缺点和疏漏在所难免，真诚地希望读者指正。

在本书的编著过程中，得到了家庭及同事的关心和支持，还参考了一些国内外专家学者的论著；此外，我的研究生也付出了辛勤的劳动。在出版过程中，国防工业出版社的编辑提出了许多宝贵的意见。在此，对所有曾经帮助过本书编著和出版的同志谨致最衷心的谢意。

梁基照

2006年7月于广州

目 录

第1章 绪 论

1.1 概 述

在现代生活中,人们的衣食住行离不开轻工产品,塑料工业已成为国民经济的重要支柱。作为塑料工业重要组成部分的塑料成型机械,对塑料产品的开发和完善起着关键的作用。塑料成型机械主要包括挤出机、注射机、密炼机、开炼机、压延机,以及成型模具(如挤塑模、注射模、压注模和注(拉)吹塑模等)等。

机械产品的设计一般需要经过调查分析、方案拟定、技术设计、总装图及零件图绘制等环节。在传统设计中,这些环节几乎全由设计人员用手工工具完成。随着人民生活水平的提高,市场竞争的需要,塑料产品不断开发和推陈出新,这就要求塑料成型机械产品更新换代周期日益缩短,设计质量要求日益提高。任何机械设计,总希望获得性能好、使用可靠、成本低(包括制造及工作成本)等技术经济效益,因而要求设计者能从一系列可行的设计方案中选择出最好的方案。显然,由于分析和计算手段以及时间和费用的限制,可供选择的方案有限,且不一定能从中选出最佳者,故传统的设计方法越来越不适应发展的需要。

近40年来,随着计算机技术和计算方法的发展,机械设计领域经历了深刻的变革,出现了计算机辅助设计(CAD)、机械优化设计、可靠性设计、设计系统学、设计方法学、有限元分析法等现代设计方法及相应的学科。

机械优化设计是最优化方法与机械设计的结合。最优化设计是在现代计算机广泛应用的基础上发展起来的一项新技术,是根据最优化原理和方法综合各方面因素,以人机配合的方式或用自动探索的方式,在计算机上进行半自动或自动设计,以选出在现有工程条件下最佳设计的一种现代设计方法。其设计原则是最优设计;设计手段是计算机和相关设备(如绘图装置)以及计算程序;设计方法是采用最优化数学方法。

20世纪50年代前,用于解决最优化问题的数学方法仅限于古典的微分法和变分法。50年代末,数学规划法被首次用于最优化设计,并成为其寻优方法的理论基础。数学规划法包括:线性规划、非线性规划、动态规划、几何规划和随机规划等。

机械优化设计,就是在给定的载荷或工作环境条件下,在对机械产品的性态、几何尺寸关系或其他因素的限制(约束)范围内,根据设计要求及目的,选取设计变量和建立目标函数,并使其获得最优值。设计变量、目标函数和约束条件,这三者在设计空间(以设计变量为坐标轴构成的实空间)的几何表示中构成设计问题。

塑料成型机械属于专门的生产设备,在一些加工或成型过程中,需要完成熔融、混合、压力流动、拉伸流动和剪切流动等环节,如塑料挤出过程中的熔融、剪切、混合和挤出,注模过程中的注射等,这些聚合物熔体多属于非牛顿流体,有的还呈现出复杂的流变行为,

成为塑料成型机械工作部件设计及其优化时必须考虑的重要因素。因而，塑料成型机械优化设计既具有普通机械优化设计的共性，又保持着自身的独特之处，从而也构成了其优化设计的特点。鉴此，先介绍一般机械优化设计的基本理论和方法。

在阐述最优化设计方法的基本原理及寻优过程时，要引用一些基本概念和术语。如前述的数学规划法、设计变量、目标函数、约束条件等。为便于读者理解，下面将通过举例介绍。

1.2 优化设计问题举例

例1-1 根据实验数据求取经验方程，这类问题称为曲线拟合。如由实验得到下列 n 组数据

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

现拟用方程

$$\bar{y} = a + bx^c \tag{1-1}$$

作最优拟合，其中 a，b 和 c 为待定常数。

解 评价方程 $\bar{y} = a + bx^c$ 为最优拟合的标准是：所有 x_i 对应方程(1-1)上的 $\overline{y_i}$

$$\overline{y_i} = a + bx_i^c$$

与实验值 y_i 的差的平方和为最小，即

$$\min \sum_{i=1}^{n} [(a + bx_i^c) - y_i]^2 \tag{1-2}$$

式(1-2)的几何解释是，由方程(1-1)作出的曲线尽可能通过或接近实验值，如图1-1所示。

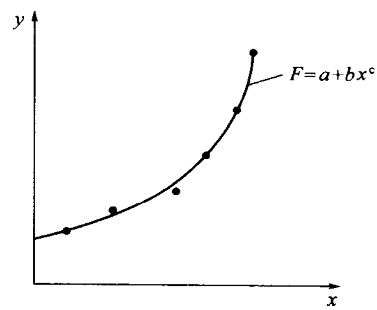


图1-1 曲线拟合

例1-2 图1-2所示的人字架由两个钢管构成，其顶点受重力 $2P$ 作用。已知人字架跨度 $2B$，钢管壁厚 T，材料的弹性模量 E，重度 γ 以及许用压应力 σ_y。求在钢管压应力 σ 不超过 σ_y 和失稳临界应力 σ_e 的条件下，人字架的高 H 和钢管平均直径 D，使钢管总质量 W 为最小。

解 依题意，可以把人字架的优化设计问题归结为

求 $X = (D, H)^T$，使结构质量

$$W(X) = 2\gamma AL = 2\pi\gamma TD(B^2 + H^2)^{\frac{1}{2}} \to \min \tag{1-3}$$

但应满足强度约束条件

$$\sigma(X) = \frac{F}{A} = \frac{P(B^2 + H^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi TDH} \leqslant \sigma_y \tag{1-4}$$

和稳定约束条件

$$\sigma(X) \leqslant \sigma_e$$

即
$$\frac{P(B^2 + H^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi TDH} \leqslant \frac{\pi^2 E(T^2 + D^2)}{8(B^2 + H^2)} \tag{1-5}$$

式中：$\sigma_e = \dfrac{F_e}{A}$。

F_e 是压杆失稳的临界力，根据欧拉公式（见图 1-3），有

$$F_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

式中：I 为钢管截面惯性矩，$I = \dfrac{\pi}{4}(R^4 - r^4) = \dfrac{A}{8}(T^2 + D^2)$；$A$ 为钢管截面面积，$A = \pi DT$。

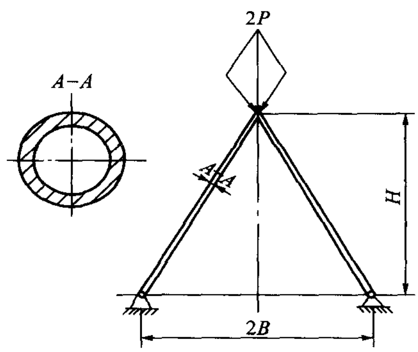


图 1-2　人字架结构与受力分析

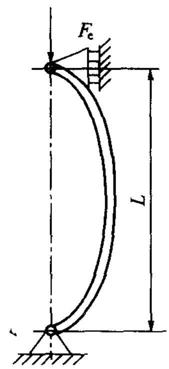


图 1-3　压杆受力分析

1.3　优化设计的基本概念

一、设计变量

一个设计方案可用一组基本参数的数值来表示。依设计内容的不同，选取的基本参数可以是几何参数，如构件的外形尺寸、机构的运动尺寸等；也可以是某些物理量，如质量、惯性矩、力或力矩等；还可以是代表工作性能的导出量，如应力、挠度、频率、冲击系数等。这些参数中，有一些是预先给定的，另一些则需要在设计中优选。前者称为设计常量，而需要优选的独立参数，则被称为设计变量。设计变量的数目称为最优化设计的维数。设计变量的全体实体实际上是一组变量，可用一个列向量表示，即

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \tag{1-6}$$

称作设计变量向量。向量中分量的次序完全是任意的，可根据使用的方便任意选取。例如，例 1-2 中的 D, H 相当于 x_1, x_2 二个变量。

由 n 个设计变量为坐标轴所组成的 n 维实空间称作设计空间。一个设计，可用设计空间中的一点表示，此点可看成是设计变量向量的端点（始点取在坐标原点），称作设

计点。

二、目标函数

设计空间是所有设计方案的集合。若设计方案满足所有对它提出的要求，就称为可行设计方案，反之则称为不可行设计方案。在机械设计中，有许多可行的方案，因而需要有一个衡量优劣的标准。在机械优化设计中，这个被用于评选设计方案优劣的函数，被称为目标函数或评价函效，记为

$$f(\boldsymbol{X}) = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{1-7}$$

机械最优化问题，就是要追求目标函数$f(X)$的极小化，常用下述形式表示：

$$\min_{X \in E^n} f(\boldsymbol{X}) \tag{1-8}$$

式中 E^n 称为 n 维欧氏空间。

在一个最优化设计问题中，可以只有一个目标函数，称为单目标函数，如式(1－7)。当存在两个以上目标函数时，称为多目标函数的最优化问题。在一般的机械最优化设计中，多目标函数的情况较多。目标函数愈多，设计效果愈好，但问题求解亦愈复杂。对于多目标函数，可以独立地列出几个目标函数式：

$$\begin{cases} f_1(\boldsymbol{X}) = f_1(x_1, x_2, ..., x_n) \\ f_2(\boldsymbol{X}) = f_2(x_1, x_2, ..., x_n) \\ \qquad \vdots \\ f_q(\boldsymbol{X}) = f_q(x_1, x_2, ..., x_n) \end{cases} \tag{1-9}$$

也可以把几个设计目标综合到一起，建立一个综合的目标函数表达式，即

$$f(\boldsymbol{X}) = \sum_{j=1}^{q} f_j(\boldsymbol{X}) \tag{1-10}$$

q 为最优化设计所追求的目标数目。

为了方便求解多目标函数的优化设计问题，有时可引入加权因子的概念，用一个目标函数表示若干所需特性的加权和，从而转化为单目标问题求解。引入加权因子后，式(1－10)变为

$$f(\boldsymbol{X}) = \sum_{j=1}^{q} w_j \cdot f_j(\boldsymbol{X}) \tag{1-11}$$

加权因子 w_j 是个非负数，由设计者根据该项指标在最优化设计中所占的重要程度等情况而定。若该项指标的相对重要性一般，则取 $w = 1$。如何正确选择加权因子是一个比较复杂的问题，理论上尚未有完善的解决。我们将在后面章节中具体说明。

目标函数与设计变量之间的关系，可用曲线或曲面表示。一个设计变量与一个目标函数的关系，是二维平面上的一条曲线（图 1－4(a)）。当为两个设计变量时，其关系是三维空间的一个曲面（图 1－4(b)）。若有 n 个设计变量时，则呈$(n+1)$维空间的超越曲面关系。

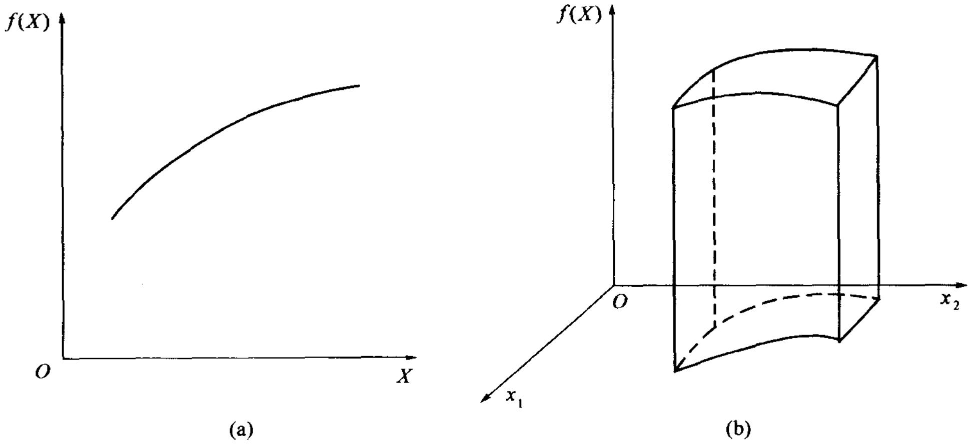


图 1－4　目标函数与设计变量之间的关系

三、约束条件

目标函数取决于设计变量，在机械产品设计中，设计变量的取值范围有一定的限制。在最优化设计中，这种对设计变量取值时的限制条件，称为约束条件或设计约束，简称约束。约束条件可以用数学等式或不等式表示。

等式约束对设计变量的约束严格，起着降低设计自由度的作用。它可能是显约束（对设计变量直接限制），也可能是隐约束（对设计变量间接限制），其形式为

$$h_v(\boldsymbol{X}) = 0 \quad (v = 1,2,\dots,p) \tag{1-12}$$

式中：p——等式约束数。

在机械最优化设计中不等式约束更为普遍，如例 1－2 中式（1－4）和式（1－5），其形式为

$$g_u(\boldsymbol{X}) \leqslant 0 \quad 或 \quad g_u(\boldsymbol{X}) \geqslant 0 \quad (u = 1,2,\dots,m) \tag{1-13}$$

式中：$\boldsymbol{X}$ 为设计变量；m 为不等式约束数。

约束又可分为边界约束和性态约束。边界约束又称为区域约束或辅助约束，用以限制某个设计变量（结构参数）的变化范围，或规定某组变量间的相对关系，属于显约束。例如求物件的长度 $l_i(\boldsymbol{X}) = [x_1, x_2, \dots, x_k]^{\mathrm{T}} = [l_1, l_2, \dots, l_k]^{\mathrm{T}}$ 满足给定的最大、最小尺寸 $l_{i\max}$、$l_{i\min}$，于是其边界约束条件为

$$\begin{cases} g_1(\boldsymbol{X}) = l_{i\min} - x_i \leqslant 0 \\ g_2(\boldsymbol{X}) = x_i - l_{i\max} \leqslant 0 \end{cases} \quad (i = 1,2,\dots,k) \tag{1-14}$$

性态约束又称为性能约束，是根据对机械的某项性能要求而构成的设计变量的函数方程。例 1－2 中式（1－4）和式（1－5）属性态约束。性态约束通常为隐约束，但也有显约束的情况。

对于约束优化问题，设计点 X 在 n 维实欧氏空间 E^n 内的集合分为两部分：（1）满足

诸约束条件的设计点集合 Ω，称为可行设计区域，简称可行域；(2) 否则为非可行域。可行域内的设计点称为可行设计点，否则为非可行设计点。当设计点处于某一不等式约束边界上时，称为边界设计点。边界设计点属于可行设计点，它是一个为该项约束所允许的极限设计方案。

四、数学模型

最优化设计问题的定量描述称之为数学模型。对于一般的机械优化设计问题，其数学模型可表示如下：

选择设计变量 $\boldsymbol{X} = \{x_i\} \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$

满足约束条件 $g_u(\boldsymbol{X}) \geqslant 0 \quad (u = 1, 2, \ldots, m)$

$h_v(\boldsymbol{X}) = 0 \quad (v = 1, 2, \ldots, p)$

并使目标函数 $f(\boldsymbol{X}) \Rightarrow \min$ （或 max）

或简记为

$$\begin{cases} \min f(\boldsymbol{X}) \\ \boldsymbol{X} \in \Omega \subset E^n \\ \Omega: g_u(\boldsymbol{X}) \geqslant 0 \\ \quad h_v(\boldsymbol{X}) = 0 \end{cases} \tag{1-15}$$

五、最优化设计问题的几何解析

用几何图形来解释非线性规划的最优化问题，可直观地表达出目标函数与设计变量、约束条件间的相互关系。

无约束优化问题就是在没有限制的条件下，对设计变量求目标函数的极小点。在设计空间中，目标函数是以等值面的形式反映出来，其极小点即为等值面的中心，如图 1－5 所示。

有约束优化问题是在可行域内对设计变量求目标函数的极小点，此极小点位于可行域内或在可行域边界上。如图 1－6 所示，可行域由线性约束方程（$g_1(\boldsymbol{X}) \geqslant 0$）和非线性约束方程（$g_2(\boldsymbol{X}) \geqslant 0$）围成，等值线为曲线，$\boldsymbol{X}^*$ 为极小点，约束对极值点的位置影响很大。

综上所述，求 n 个设计变量在满足约束条件下目标函数极小点的问题，即为在 $n+1$ 维空间的约束可行域内，寻找目标函数最小值 $\boldsymbol{X}^* = [x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*]^{\mathrm{T}}$，并满足

$$\begin{cases} \min f(\boldsymbol{X}) = f(\boldsymbol{X}^*) \\ \boldsymbol{X} \in \Omega \subset E^n \\ \Omega: g_u(\boldsymbol{X}^*) \geqslant 0 \quad (u = 1, 2, \ldots, m) \\ \quad h_v(\boldsymbol{X}^*) = 0 \quad (v = 1, 2, \ldots, p < n) \end{cases} \tag{1-16}$$

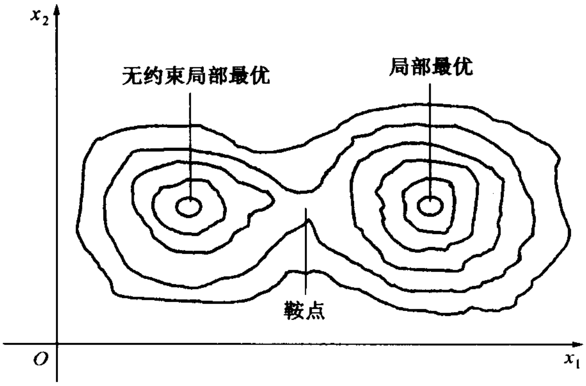


图 1－5　无约束优化问题

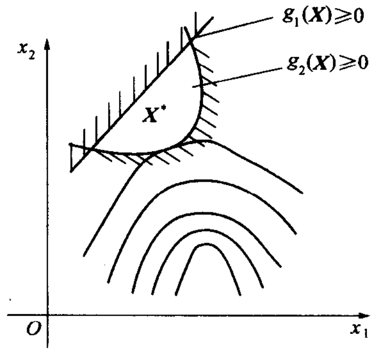


图 1－6　有约束优化问题

则称 X^* 为最优点（最优设计方案），$f(X^*)$ 为最优值，X^* 和 $f(X^*)$ 构成一个约束最优解。

如果当一组设计变量仅使目标函数取最小，而并无约束条件，即满足

$$\min_{X \in E^n} f(X) = f(X^*) \tag{1-17}$$

则称为无约束最优解。显然，无约束最优解就是目标函数的极值及其极值点。

当目标函数不是单峰函数时，即有 n 个极值点 x_1^*，x_2^*，…，则称 x_1^* 和 $f(x_1^*)$，x_2^* 和 $f(x_2^*)$，…，为局部最优解，而把其中最小者称为全域最优解（见图 1－5）。

1.4　优化设计的基本原理与方法

一、优化设计的基本步骤

机械最优化设计的基本步骤：

(1) 建立数学模型，将机械设计问题转化为数学规划问题：选取设计变量，建立目标函数，确定约束条件；

(2) 选择最优化计算方法；

(3) 按算法编写迭代程序；

(4) 利用电子计算机选出最优设计方案；

(5) 对优选出的设计方案进行分析判断，看其是否合乎工程实际。

二、优化方法的分类及其基本思想

求解优化问题的方法大致分为两大类：解析法和数值计算方法。解析法的特点是利用数学分析方法（如微分法、变分法、拉格朗日乘子法等）求取目标函数的极值；数值计算方法是利用目标函数在某区域的某种性质及一些点的函数值，确定下一步的搜索方向和步长，逐步调优并逼近到函数极值点或达到最优点的方法。后者不仅适于求复杂函数的最优解，也可用于处理没有数学解析式的优化设计问题，在机械最优化设计中应用相当广泛。通常称为优化方法的是数值计算寻优的方法。

最优化方法的基本思想有消去法和爬山法两类，我们将在后继章节中详细介绍。

三、优化计算的迭代方法

1. 迭代过程

无论是无约束优化问题还是约束优化问题，其实质均为求极值的数学问题。其寻优方法迥异于高等数学中的求极值方法，主要特点是：按照一定的逻辑结构进行反复的数值计算，寻求函数值不断下降的设计点，直到最后获得足够精度的近似解为止。此即为数值迭代法。

图 1－7 为一个二维问题的迭代过程。从一选定的初始点 $\boldsymbol{X}^{(0)}$ 出发，沿某种优化方法所规定的方向，确定适当的步长，按下式产生新的设计点

$$\boldsymbol{X}^{(1)}=\boldsymbol{X}^{(0)}+h^{(0)}\boldsymbol{S}^{(0)} \tag{1-18}$$

使满足

$$f(\boldsymbol{X}^{(1)})<f(\boldsymbol{X}^{(0)}) \tag{1-19}$$

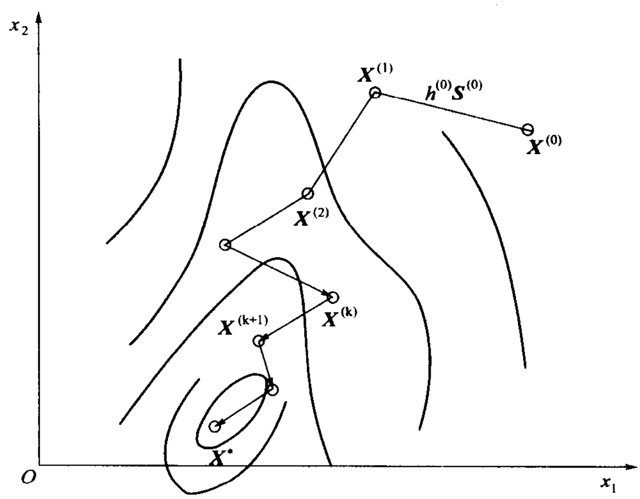


图 1－7　二维问题的迭代过程

则 $\boldsymbol{X}^{(1)}$ 就是一个优于 $\boldsymbol{X}^{(0)}$ 的设计点。然后，以 $\boldsymbol{X}^{(1)}$ 为新起点按类似公式产生下一个新设计点

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}^{(2)}&=\boldsymbol{X}^{(1)}+h^{(1)}\boldsymbol{S}^{(1)}\\&\cdots\\\boldsymbol{X}^{(k+1)}&=\boldsymbol{X}^{(k)}+h^{(k)}\boldsymbol{S}^{(k)}\end{aligned} \tag{1-20}$$

此即为优化计算所采用的基本迭代公式。应用上式，点列 $X^{(1)},X^{(2)},\ldots,X^{(k)},X^{(k+1)}$ 都可通过同样的运算步骤作重复计算而获得，因而容易在计算机上实现。由于每一次迭代取得的新迭代点之目标函数值都有所下降，迭代点不断向最优点靠拢，因而最后必将达到十分逼近理论最优点的近似最优点 X^*。

2. 迭代计算的终止准则

上述迭代过程不可能无休止地进行下去，那末何时截断这种迭代呢？这就存在一个迭代终止的准则问题。

从理论上说，设计者当然希望最终迭代点到达理论极小点，或者使最终迭代点与理论极小点之间的差距足够小时才终止迭代。但是，这在实际中是难以实现的。因为对于一个待解决的机械最优化设计问题，其理论极小点在哪里往往并不清楚，所知道的仅仅是通过迭代计算获得的迭代点序列 $\boldsymbol{X}^{(1)},\boldsymbol{X}^{(2)},\ldots,\boldsymbol{X}^{(k)},\boldsymbol{X}^{(k+1)}$。因此，我们只能从点列所提供的信息及设计要求来判断是否应该终止迭代过程。

对于无约束优化问题，常用的迭代终止准则有以下几种：

（1）点距准则。相邻两迭代点 $\boldsymbol{X}^{(k)}$ 与 $\boldsymbol{X}^{(k+1)}$ 之间的距离应小于或等于给定的允许误差 $\varepsilon(\varepsilon>0)$，即

$$\| \boldsymbol{X}^{(k+1)} - \boldsymbol{X}^{(k)} \| \leqslant \varepsilon \tag{1-21}$$

或写成

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)})^2} \leqslant \varepsilon$$

（2）函数下降量准则。当 $|f(\boldsymbol{X}^{(k+1)})|<1$ 时，用函数绝对下降量准则，即相邻两迭代点的函数值之差小于或等于给定的允许误差 $\varepsilon(\varepsilon>0)$：

$$|f(\boldsymbol{X}^{(k+1)}) - f(\boldsymbol{X}^{(k)})| < \varepsilon \tag{1-22}$$

当 $|f(\boldsymbol{X}^{(k+1)})|<1$ 时，可用函数相对下降量准则

$$\left| \frac{f(\boldsymbol{X}^{(k+1)}) - f(\boldsymbol{X}^{(k)})}{f(\boldsymbol{X}^{(k+1)})} \right| < \varepsilon \tag{1-23}$$

（3）梯度准则。目标函数在迭代点的梯度的模应小于或等于给定的允许误差 $\varepsilon(\varepsilon>0)$，即

$$\| \nabla f(\boldsymbol{X}^{(k+1)}) \| < \varepsilon \tag{1-24}$$

必须指出的是，这一准则仅适用于目标函数于定义域上为凸函数。若是非凸函数，则有可能导致误把驻点作为最优点。关于函数的梯度、凸与非凸函数、驻点等概念将在第 2 章中详细论述。

对于约束优化问题，不同的优化方法有各自的终止准则（收敛条件），这将在第 4 章中逐一介绍。

1.5 小　结

本章介绍了机械最优化设计的基本概念、原理及方法，使读者对本门课程的内容有一大致的了解。

机械最优化设计的基本过程和步骤是：① 根据设计问题选择设计变量；② 确定优化

目标，建立目标函数；③ 根据运动学要求、强度和刚度要求以及制造工艺等要求，提出本问题的约束条件，而后，写出本设计问题的数学模型的具体表达形式；④ 选择合适的寻优方法，编制计算程序，应用计算机进行迭代计算，在满足精度条件的前提下，找出近似最优点，确定最佳设计方案。

非线性规划是机械最优化设计中最常用的数学方法。无论是无约束优化问题还是约束优化问题，其实质均为求极值的数学问题。由于问题的复杂性，应用高等数学中的一般求极值方法难以解决。数值迭代法是最优化设计的基本寻优方法。由于计算量大且计算过程繁复，需借助计算机来完成迭代过程，从而构成机械最优化设计问题的一个显著特点。由基本迭代公式可以看出，优化方法的核心是如何解决迭代方向 $S^{(k)}$ 和迭代步长 $h^{(k)}$ 的问题。因此，尽管迄今已提出各种优化计算方法，但基本上是围绕着如何选取方向和步长而展开的。

习 题 一

1－1　已知一拉伸弹簧受拉力 F，剪切弹性模量 G，材料重度 γ，许用剪切应力$[\tau]$，许用最大变形量$[\lambda]$，欲选择一组设计变量 $\boldsymbol{X}=[x_1,x_2,x_3]^{\mathrm{T}}=[d,D_2,n]^{\mathrm{T}}$，使弹簧质量最轻，同时满足下列限制条件：弹簧圈数 $n\leqslant 3$，簧丝直径 $d\geqslant 0.5$，弹簧中径 $10\leqslant D_2\leqslant 50$。试建立该优化问题的数学模型。

弹簧的应力和变形计算公式如下：

$$\tau = K_s\frac{8FD_2}{\pi d^3},\quad K_s = 1+\frac{1}{2C}$$

$$C = \frac{D_2}{d}(\text{旋绕比}),\quad \lambda = \frac{8FnD_2^3}{Gd^4}$$

1－2　已知某约束优化问题的数学模型为

$$\min f(\boldsymbol{X}) = (x_1-3)^2+(x_2-4)^2$$

$$\boldsymbol{X} = [x_1,x_2]^{\mathrm{T}}\in\Omega\subset E^2$$

$$\Omega: g_1(\boldsymbol{X}) = 5-x_1-x_2\geqslant 0$$

$$g_2(\boldsymbol{X}) = -x_1+x_2+2.5\geqslant 0$$

$$g_3(\boldsymbol{X}) = x_1\geqslant 0$$

$$g_4(\boldsymbol{X}) = x_2\geqslant 0$$

（1）试按一定比例画出当目标函数 $f(\boldsymbol{X})$ 之值分别等于 1,2,3,4 时的四条等值线，并在图上画出可行域。

（2）从图上确定无约束最优解(x_1^*,f_1^*)和约束最优解(x_2^*,f_2^*)。

（3）若在该问题中加入等式约束 $h(\boldsymbol{X})=x_1-x_2=0$，则其约束最优解$(x_3^*,f_3^*)$又如何？

1-3　设某无约束优化问题的目标函数$f(\boldsymbol{X})=x_1^2+9x_2^2$,已知初始迭代点$\boldsymbol{X}^{(0)}=[2,2]^{\mathrm{T}}$,第一次迭代所取的方向$\boldsymbol{S}^{(0)}=[-4,-36]^{\mathrm{T}}$,步长$h^{(0)}=0.0561644$;第二次迭代所取的方向$\boldsymbol{S}^{(1)}=[-3.55069,0.39451]^{\mathrm{T}}$,步长$h^{(1)}=0.45556$,试计算:

(1) 第一次和第二次迭代计算所获得的迭代点、$\boldsymbol{X}^{(1)}$和$\boldsymbol{X}^{(2)}$。

(2) 在点$\boldsymbol{X}^{(0)}$,$\boldsymbol{X}^{(1)}$,$\boldsymbol{X}^{(2)}$处的目标函数值f_0,f_1,f_2。

(3) 用梯度准则判别完成第二次迭代后能否终止迭代,精度要求$\varepsilon=0.01$。