

小学数学 教学导论

王建军 郝妍琴 赵晓梅 张 彬 编著



CTP

中国科学技术出版社

前 言

随着普及义务教育的不断深入,世界范围内广泛关注数学课程与教学改革,我国也制定了新的数学课程标准。在新课标的实施过程中,人们对数学和数学教育的认识与理解在不断深入,数学课程目标与内容发生了很大的变化,数学教学的模式与方法在不断更新。这种改革的显著标志就是更加关注学生的发展,使数学更贴近学生的生活,教学方法更富有探索性和灵活性,使每个学生的数学素养得到提高。

数学课程是小学阶段的主要学科之一,作为小学数学教师应当全面理解和掌握小学数学课程与教学的基本原理与方法,了解国内外数学教育改革的动态和趋势,能比较深入地理解《小学数学课程标准》,能够独立地分析小学数学课程与教材,独立地设计小学数学教学。本书比较全面地阐述了小学数学课程与教学的基本问题,体现了数学教育的最新研究成果。

本书以从事小学数学教育的工作者为主要对象,全书内容的选择尽量体现理论与实践相结合,将有关的概念、原则、方法与具体的实例结合起来,体现针对性和实用性。在内容的阐述上力求结构合理,通俗易懂,解决小学数学教学的实际问题。

本书由绪论和十章内容组成,可分为三部分。绪论作为独立的一部分内容,介绍了数学的本质及其特征和数学学科的独特性,进而在对数学教育的再认识基础上,阐述了小学数学教育的性质。第二部分是第一章到第七章,属于总论部分,从比较宏观的角度介绍了小学数学课程与教学的有关理论与方法。包括小学数学《课程标准》的主要内容、小学数学的课程内容、小学数学学习过程、小学数学教学过程与方法、小学数学教学策略、小学数学教学的组织和教学评价。第三部分是第八章到第十章,属于小学数学具体内容的分析与教学研究,论述了小学数学中主要领域内容的教学特点与方法。包括数与代数的教学、空间与图形的教学、概率与统计的教学、实践与综合应用的教学,以及数学能力结构的分析、思维能力的培养、计算能力的培养、空间观念和统计能力的培养和解决问题能力的培养。

本书由郝妍琴、王建军、张彬和赵晓梅编著,各章具体分工是:第一章、第二章、第三章、第九章和第十章由赵晓梅、张彬编写,绪论、第四章、第五章、第六章、第七章和第八章由王建军、郝妍琴编写。

太原大学外语师范学院荆在京教授和代金娥副教授一直关心和指导本书编写,并提出了宝贵的意见,在此表示诚挚的感谢。感谢中国科学技术出版社郑洪炜编辑等对书稿认真审阅,并提出修改意见。

《小学数学教学导论》能否满足该专业教育工作者的需求,还要经过实践的检验。由于缺乏经验,难免存在一些不足之处,在具体的使用过程中有什么问题或建议,请及时与我们联系,以便修订完善。

编 者

2006年5月

目 录

前 言

绪论 小学数学教育的性质	1
第一节 数学及其数学学科	1
一、数学的本质及其特征	1
二、数学学科	3
第二节 对小学数学的再认识	4
一、生活数学观	5
二、儿童数学观	6
三、现实数学观	7
四、一种结论	7
第一章 小学数学课程目标	9
第一节 数学课程目标概述	9
第二节 数学的研究对象、特征与发展	10
一、数学的研究对象	10
二、数学的主要特征	11
三、数学的发展过程	12
第三节 影响数学课程目标的因素	14
一、社会发展因素的影响	14
二、儿童发展因素的影响	14
三、数学科学发展的影响	15
第四节 国际数学课程目标的改革与发展	15
一、注重问题解决	18
二、注重数学应用	19
三、注重数学交流	19
四、注重数学思想方法	20
五、注重培养学生的态度、情感与自信心	20
第五节 我国小学数学课程目标的演变与分析	20
第六节 现行小学数学课程目标评析	22
一、2000 年教学大纲教学目标的分析	22
二、新课程标准体现的基本理念	23
三、新课程标准中课程目标的分析	25
第二章 小学数学课程内容	27
第一节 小学数学课程内容概述	27

第二节 小学数学课程内容的选择依据	28
一、依据数学课程目标	28
二、满足学生需要,促进学生发展	29
三、反映社会进步和数学学科自身的发展	30
第三节 小学数学课程内容的结构	30
一、国外数学课程内容结构	30
二、我国小学数学课程内容结构	32
第四节 小学数学课程内容的组织	33
一、以数学知识系统为线索组织课程内容	33
二、考虑学生的接受能力组织课程内容	34
三、数学课程内容的呈现方式应有利于学生的学习与发展	34
第五节 国内外小学数学课程内容改革	36
一、国际小学数学课程内容的改革	36
二、我国小学数学课程内容的改革	38
第三章 小学数学学习概论	41
第一节 小学数学学习的意义、特点及方式	41
一、学习和小学数学学习的意义	41
二、小学数学学习的主要特点	42
三、小学数学学习方式	43
第二节 现代心理学发展对小学数学学习的影响	45
一、皮亚杰的认知发展理论对小学数学学习的启示	46
二、布鲁纳的认知发现学习理论对小学数学学习的启示	47
三、奥苏伯尔的认知同化学习理论对小学数学学习的启示	49
四、当今建构主义学习理论对小学数学学习的启示	51
第三节 小学生的数学认知结构及其建构方式	53
一、数学认知结构的概念及主要变量	53
二、数学认知结构的基本特点	56
三、小学生数学认知的基本方式	57
第四节 小学数学学习过程的心理分析	59
一、数学知识的感知	59
二、数学知识的理解	60
三、数学知识的保持	63
四、数学知识的应用	64
第四章 小学数学教学过程与方法	67
第一节 小学数学教学过程的基本矛盾与动力	67
一、小学数学教学过程	67
二、小学数学教学过程的主要矛盾	68
三、小学数学教学过程的动力	69

第二节 小学数学教学过程各因素的分析	71
第三节 小学数学常用的教学方法	72
一、启发式谈话法	72
二、讲解法	75
三、练习法	77
四、演示法	78
第四节 小学数学教学方法的改革	79
一、发现法	79
二、尝试教学法	80
三、自学辅导法	82
四、“探究—研讨”法	83
第五节 小学数学教学方法的选择与优化	84
一、教学方法的选择	84
二、教学方法的优化	85
第五章 小学数学教学策略	87
第一节 小学数学教学策略的意义及特征	87
一、教学策略的几种界说	87
二、小学数学教学策略的基本含义	88
三、小学数学教学策略的主要特征	89
第二节 小学数学教学策略的研究与制定	90
一、研究和制定小学数学教学策略的主要依据	90
二、研究和制定小学数学教学策略的主要途径与方法	92
第三节 小学数学教学策略的概括与总结	94
一、先行组织者教学策略	94
二、引导发现教学策略	95
三、概念形成教学策略	97
四、整体结构教学策略	98
五、操作内化教学策略	99
六、直观引导教学策略	100
七、以旧引新教学策略	101
第六章 小学数学教学的组织	104
第一节 小学数学教学的基本组织形式	104
一、我国小学数学教学的基本组织形式	104
二、班级授课制的两种变式	105
三、课堂教学的基本要求	106
第二节 小学数学课堂教学准备	107
一、备课的基本要求	107
二、教学计划的制定和教案的编写	110

第三节 小学数学课堂教学的类型及结构	113
一、新授课	113
二、练习课	116
三、复习课	117
四、讲评课	118
五、考查课	118
六、实践活动课	118
第四节 小学数学作业及其指导	119
一、小学数学作业的类型及其基本要求	119
二、小学数学课堂作业指导	119
三、小学数学作业课外指导	120
四、作业的批改和订正	120
第五节 小学数学课外活动	121
一、数学课外活动的意义	121
二、小学数学课外活动的形式	121
三、小学数学课外活动的组织	122
第七章 小学数学教学评价	124
第一节 小学数学学习的评价	124
一、小学数学学习考评的目的	124
二、小学数学学习考评的内容	125
三、考评学生数学学习的方法	127
四、学生数学学习评价结果的处理与应用	134
第二节 小学数学课堂教学评价	136
一、小学数学课堂教学评价的要素	136
二、小学数学课堂教学评价指标体系	140
三、小学数学课堂教学评价的实施	142
第三节 小学数学学习评价的改革	144
一、注重对学生数学学习过程的评价	144
二、选择多样化的评价方式	145
三、让学生参与评价工作	145
四、对学生的评价要因人而异	146
第八章 数学知识教学	148
第一节 数与代数的教学	148
一、数与代数的教学意义	148
二、数与代数的教学任务	149
三、数与代数的教学研究	150
第二节 空间与图形的教学	179
一、空间与图形的教学意义	179

二、空间与图形的教学任务	180
三、空间与图形的教学研究	181
第三节 统计与概率的教学	187
一、统计与概率的教学意义	187
二、统计与概率的教学任务	188
三、统计与概率的教学研究	188
第四节 实践与综合应用的教学	194
一、实践与综合应用的教学意义	194
二、实践与综合应用的教学任务	196
三、实践与综合应用的教学研究	197
第九章 数学能力培养	202
第一节 数学能力结构分析	202
一、能力和数学能力的意义	202
二、小学生的数学能力结构	202
第二节 思维能力的培养	204
一、数学思维的意义及特性	205
二、小学数学教学思维能力培养的主要任务	207
三、培养学生思维能力的主要措施	210
第三节 计算能力的培养	212
一、各种不同的运算形式	212
二、计算能力的意义	214
三、学生形成计算能力的基本特征	214
四、培养学生计算能力的主要任务	216
五、培养学生计算能力的主要途径	218
第四节 空间观念和统计能力的培养	222
一、空间观念的培养	222
二、统计能力的培养	228
第五节 解决问题能力的培养	230
一、解决问题能力培养的主要任务	230
二、影响学生解决问题能力发展的主要因素	231
三、培养学生解决问题能力的主要措施	232
第十章 小学数学教学研究	234
第一节 小学数学教学研究概述	234
一、小学数学教学研究的意义、性质和特点	234
二、小学数学教学研究的任务	235
三、常用的小学数学教学研究的方法	236
第二节 小学数学教学研究的主要内容及形式	240
一、小学数学教学研究的主要内容	240

二、小学数学教学研究的主要形式	243
第三节 小学数学教学研究课题实验研究的一般步骤	245
一、确定研究课题	245
二、制定研究方案	246
三、实施课题研究	247
四、总结与结题评审	248
第四节 小学数学教学研究实验报告的撰写	249
一、撰写实验报告的意义	249
二、实验报告的结构	250
参考文献	258

绪论：小学数学教育的性质

数学是什么？它究竟有哪些性质和特征？作为学校课程的数学（或称作为学科的数学）又有哪些性质和特征？数学教育，尤其是小学数学教育的本质又是什么？对于这些构成数学课程与教学的认识问题，数学教育工作者理应有充分的认识。

第一节 数学及其数学学科

一、数学的本质及其特征

（一）数学是什么

数学是什么？多少年来，人们一直从哲学层面思考这个问题，并试图给出科学的解释。追溯到公元前4世纪，柏拉图及其学生亚里士多德等就认为，数学的对象就是存在于思想之外的客观世界。一直到了19世纪的中叶，非欧几何的确立，促使人们开始认识到，数学除了存在于客观的外部世界之外，还存在于人类的头脑中，因为人类的头脑具有构造新的数学的能力。于是，数学开始逐渐摆脱对现实世界（实验的或感觉的）的依赖，走向对逻辑体系的依赖。

厄尔内斯特指出，知识可以依照对其进行论证的依据分类，分为“先验知识”和“后验知识”。所谓先验知识，就是“由仅仅根据推理而确定的那些命题所组成，而不依赖对现实世界的观察”的知识，而“这里的推理由逻辑演绎及词语的含义构成”。所谓后验知识，是指“由依据经验确定的命题组成”的知识，它“依赖对世界的观察”。从而推断出，“数学知识归属于先验知识，因为它只由基于推理而确定的命题而构成。推理包括演绎逻辑和所用的定义，连同我们所假定的数学公理或公设，构成了推断数学知识的基础。由此，数学知识的基础，即确定数学命题真理性的依据，是由演绎证明所组成的”。

而一些建构主义者认为，虽然人类的知识、规则和约定对数学真理的确定和判定起着关键的作用，但是数学知识和概念本身是发展和变化的，是在猜想和反驳中得到发展的。他们认为，从数学知识的生成角度看，可能一个新的数学知识从主观知识（个体创造的知识）开始，在生成过程中，个体可能是先去“再建构”那些客观知识。同时，在某些方面的制约下（如个体的理解力、深层的判断以及推理等），使知识的呈现具有一定独特性的主观表征，并再对这些具有主观表征的知识进行某些“再创造”，从而建构具有自己独特性的数学知识。这些知识通过发布与共享，在更多群体间的审视、修正等后再形成并被接受，就成为客观知识。而在数学学习中，这种新的客观知识又被个体内化和建构，成为个体的主观知识，为个体的数学再创造和新的建构提供条件。

弗兰登塔尔认为：“普通常识的经验被结合成为规律，并且这些规律再次成为普通的常识，即较高层次的常识，作为更高层次数学的基础。”赫什也认为，数学的对象虽然是由人类发明和创造的，但是它们不是任意被创造的，而是在已经存在着的数学对象的活动中以及从科学或日常生活的需要中产生的。数学知识一旦被创造，其所具有的性质的确定性就是明确的，虽

然有时可能我们难以发现这些性质,但它们却是独立于我们的知识而存在的。可见,从数学由其生成的角度看,它的体系实际上是由“发现性知识”和“构造性知识”两部分所构成的。前者是指存在于现实世界中的具有确定性的“事实”,而后者则是指通过一定的逻辑规则“创造”的具有确定性的“性质”。

实际上,只要我们考察一下数学的历史,就可以看到它的发展存在着两个起点。

一个是以实际问题为起点,即是为了了解客观存在的内部性质的需要,用以解决实际中的问题。例如,力学中要研究抛物体的运动轨迹,需要用图形来描述,从而帮助分析,但如何作出这些曲线图形呢?笛卡儿用代数方法研究这些曲线的特点,于是解析几何就产生了。

另一个是以理论问题为起点,即是为了了解思想存在的内部性质的需要,用以解决理论上的问题。例如,5世纪的普多克斯罗斯注意到,一个圆的直径可以将整个圆分成两半,但由于圆的直径有无限多,因此,必定存在着两倍于直径的半圆。而伽利略却注意到,每个正整数与它的平方能建立一一对应的关系,而这些正整数的平方的集合应是正整数集合的真子集,这样就构成了一个整体和它的部分相等的悖论(史称伽利略悖论)。为了解决这个悖论,康托等作了研究,创立了集合论,并创造性地提出了“超越数”的概念。

当然,数学的最终起点还是现实世界,它更多地来自于人类的问题提出和问题解决,是人类力图对现实世界的最本质的和最一般的反映。超越现实世界的数学的产生,其目的还是为了获得对现实世界更合理、更准确的最一般的反映。那么,这个最一般的反映又是什么呢?

恩格斯曾对数学的这种性质作过如下的描述:“数学就是研究现实世界的空间形式和数量关系的一种科学。”而近来,人们逐渐开始发现,数学不仅仅是研究空间形式,也研究空间关系。同时,数学也不仅仅是研究数量关系,也研究数量形式。

综合各种观点,不妨借鉴前苏联的《哲学百科全书》中关于数学本质的描述,对什么是数学作这么一个回答:数学是一门撇开内容而只研究形式和关系的科学,而且首先主要是研究数量的和空间的关系及其形式。一般说来,数学的研究对象可以是客观现实中的任何形式或关系,只要这些关系和形式在客观上能完全独立于它们的具体内容,而又能精确地表达它们的概念。因此,数学就可以定义为:是关于逻辑上是可能的、纯粹的(即抽去了具体内容的)形式科学,或者说是关于关系系统的科学。

为此,我们似乎就可以获得这么一个简单的结论:数学是研究存在的(或称客观的、现实的)形式或关系的科学,即是对现实世界的研究。同时,数学还是研究思想的(或称主观的、实验的)形式或关系的科学,即是对数学世界的研究。数学还具有这样几个性质:第一,数学的对象是由人类发明或创造的;第二,数学的创造源于对现实世界和数学世界研究的需要;第三,数学性质具有客观存在的确定性;第四,数学是一个发展的动态体系。

(二) 数学有哪些特征

一般认为,数学具有抽象性、逻辑严谨性和运用的广泛性这三个特征。

1. 抽象性

我们知道,任何一门科学都不是直接处理现实对象,而是用一定的方法去处理其抽象的反映,这些方法就是我们通常所说的“模型”。而数学则是处理所有这些模型的抽象,是这些模型的一般模式。数学抽象性的最显著的特征,就是往往用模型来概括同类对象或同类对象关系。显然,数学是抽去了具体内容的一种形式,是作为一个独立的客体而存在的,它是用形式化、符号化和精确化的语言来表现的一种“抽象的抽象”或“概括性的抽象”,它是以“一切存在

的抽象的模型的模型”而呈现的,是一种不具有任何物质的和能量特征的抽象。例如,数学研究的“直线”,是一种没有长短、粗细、轻重和颜色等任何能量特征的“理想化”的对象。

2. 逻辑严谨性

数学具有严密的逻辑严谨性,即数学的结果是从一些基本概念(或公理)出发并采用严格的逻辑推论而得到的。这种推论(推理)对于每一个懂得这样的规则并拥有一定数学基础的人来说,都是无需争辩的和确信无疑的。在这里,经验能起到一定的作用,但经验本身却不是获得数学推论的依据。数学的逻辑严谨性还带来了数学的精确性,也就是说,数学的表述具有相当严密的唯一性。而且数学语言常常反映在其他学科(尤其是自然学科)之中,用来准确地表述概念或由经验所获得的发现。

数学的逻辑严谨性还表现在它的系统性。数学体系本身是一个精确的自然结构,而且是所有自然结构中最具有完美模型特征的。它是最简洁、最精确、最稳定的模型来揭示最本质、最抽象的关系系统的理论。通常认为,科学的逻辑结构要素是原则、法则、基本概念、理论、思想等,而数学尤为注重法则(规则)。从算术的角度看,其知识的主要逻辑结构的要素是概念、性质、定理、法则、公式、基本方法、基本思想等。

正如弗兰登塔尔所说,数学与其他思维相比,有一个最大的特点,那就是对任何一个陈述都可以确定其对或错。因为只有数学可以加上一个强有力的演绎结构。这就是所谓数学的逻辑严谨性。当然,当数学科学变得很严谨的时候,它就表现出一种不可视的人为的特性,以至于它忘掉了自己的历史起源,如常常只显示出问题是如何解决的,却没有显示出问题是如何提出的,以及是为什么提出的,等等。

3. 运用的广泛性

数学的对象领域涉及整个客观世界。数学是解决我们生活和生产中所碰到的问题的主要工具。因为没有物质的领域不呈现出数学可以研究的现象或规律,尤其是科学技术发展到今天,数学已经渗透到人们的所有生活之中,所以,数学可以运用到各方面。同时,数学还在其他的科学中占有特殊的地位,因为无论自然科学、社会科学还是思维科学,都可借用数学的逻辑严谨性和抽象性来作更为精确的研究或描述。正像已故著名数学家华罗庚教授曾指出的,宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,数学无处不在,凡是出现“量”的地方就少不了用数学,研究量的关系、量的变化、量的变化关系、量的关系的变化等现象都少不了数学。

二、数学学科

“学科”是一个教育学的概念,是学校课程内容中的一定科学领域的总称。当数学成为学校的教育教学对象时,就被称为“数学学科”。它源于数学科学,又有一定的独特性。

(一) 数学学科的特性

数学学科自然是由数学知识构成的,因此它也具有明显的结构性和层次性。构成数学学科的知识,有的属于构造性知识,所谓构造性知识,即非依赖于对观察自然界而客观存在的知识。如一些公理性知识,像几何系统中的“点”、“线”这样的知识,往往是构成知识系统的基础,是一些基本的元素。有的属于常规性知识,如“十进制计数法”、“除法运算法则”等,这些知识往往是构成数学推理或数学语言的基础,使得某些逻辑运算有可能按一个同一的规则来进行。更多的是属于发现性知识,所谓发现性知识,即是一种客观性事实或规律。数学的任务是将这些客观性事实或规律抽象成一个个的模型。

(二) 数学学科的逻辑性

数学学科的课程从产生开始,就显示出知识内容之间很强的逻辑性。因为数学学科的课程是在研究人类数学科学的基础上逐步演化而来的,而数学科学的形成与发展又是在严密的逻辑推理上建立的,所以说,数学学科课程秉承了数学科学的固有特征。同时,由于数学学科所面对的人群的特定性的不同,这种逻辑性体现在数学学科的内容上就有两个明显的特征,即显示数学科学内在的逻辑性和适应学生心理发展的逻辑性。

1. 显示数学科学内在的逻辑性

对数学学科的内容来说,它与数学科学一样,其内在知识的逻辑联系是十分紧密、层层相连、缺一不可的。往往前面阶段学习的知识是后面学习的基础,而后面学习的知识又是前面知识的发展。例如,小学数学中的加法交换律,学生从一年级起在认识10以内的数时,教材就开始渗透两个数位置交换,它们的值不变的意识;在二年级学习两位数加法时,又渗透这种意识;直至三年级教材才安排讲解这一定律概念,而在五、六年级的教材编排中,又安排了用小数和分数来进一步强化认识加法的交换律。这前后之间具有很强的逻辑关系,如果没有低年级的具体数据的渗透,那么高年级学生就不能理解抽象的定律。

2. 适应学生心理发展的逻辑性

虽然数学科学是不依附于任何人而独立存在的,但是数学学科是依附于受教育者而存在的。因此,数学学科的知识除了遵循其自身的内在逻辑之外,还必须遵循学生的心理发展的逻辑性,按学生心理发展的规律来组织学习内容。这种逻辑性体现在其内容体系上,一般都是按由易到难、循序渐进的程序排列的,这种排列可以有序地发展学生的心智技能。

如上面所说的加法交换律,课程之所以安排学生三年级才正式学习加法交换律概念,就是根据儿童心理发展的规律来设计的。通常,儿童在三年级的年龄阶段,思维发展水平才逐步从形象思维过渡到抽象思维,守恒概念才开始真正建立。只有在这一阶段他们才有能力来理解、接受抽象的数学定律。而如果将加法交换律放在一年级阶段直接向学生讲解,那么就不符合小学生的心理发展规律,儿童也就无法理解,更不可能发展他们的心智技能。

当然也应该看到,当数学学科的课程过于依赖数学科学固有的注重逻辑性和唯一性特征时,在课堂学习过程中,就容易对儿童思维品质的形成产生一定的负面影响,特别是对培养他们的创造性思维影响更大。“可以想象,当一门学科经过专家、学者的专门整理,成为一种最经济的继承科学知识的学习框架时,它就有可能转化为一种难以完全按照学习者的需求,以及学习者现有的经验和认知水平的发展规律来思考的课程策略。”学生在课堂中,他们的思考方向、学习过程和结果,很容易被专家们精选组织的教材内容和形式所左右,学生们往往很难按照自己观察到的方式去解释自然现象和社会现象,很难按照自己思考的方式去获得发现。当我们“让儿童面对的是那些大量的、由成人自上而下地从文化中选择或编造出来的,而往往又仅是社会的数学精英们谙熟的,却与儿童的生活相割裂的,以生疏的符号、概念、命题或公式为主要呈现方式的数学主题、语言和材料”时,我们就把学习者的学习活动与认识世界的过程割裂开了。

第二节 对小学数学的再认识

作为教育的数学和作为科学的数学是不完全相同的。首先,从知识体系看,作为科学的数

学,是一个完整的、独立于任何人的任何知识结构而存在的特定的知识和思想体系。而作为教育的数学,则是一个经过人为的加工和提炼的,依据某一特殊人群(作为获得基础的人类文化遗产的学生)的特殊需要(即数学教育的目标)和经验、知识与能力结构而设计的知识和思想体系。其次,从数学活动看,作为科学的数学,是一类专门的人(可以称之为“数学家”的那些人)的一个完全独立的探索、发现与创造的活动过程。而作为教育的数学,则是一类专门的人(可以称之为“学生”的那些人)在某些专门的人(可以称之为“教师”的那些人)的引导和帮助下的一个模仿探索、发现与创造的活动过程。再次,从对象看,作为科学的数学,其对象是一个完全由符号、概念和规则等构成的和完全开放的逻辑结构系统。而作为教育的数学,其对象则是含有经验的、直观的和几乎是封闭的逻辑结构系统。最后,从活动的目的看,作为科学的数学活动,是为了获得发现和创造数学。而作为教育的数学活动,是为了“接受”已经发现和创造的数学。

一、生活数学观

长期以来,我们一直认为,作为教育的数学,就是指存在于数学科学体系中的,并经专业人士加工和重新组织的一部分——被精简了的和形象化了的最基础的那一部分。正像厄尔内斯特描述的那样,我们一直认为,“数学是由人造就并唯一地存在于人的大脑,因此,学习数学的人的大脑造就或再造就数学就是必然的。在这个意义上,学习数学的人正是造就数学的人”,即学习数学就是为了在大脑中“再造就”系统的和严密的数学知识。因此,我们往往将学校数学和科学的数学一样,也看作是一种形式数学。

而生活数学,是一种存在于生活实践活动中的非形式数学,是人们在社会生活实践活动中获得交流和理解的数学。长期以来,人们一直将生活数学排斥在数学科学之外,认为它是一种纯经验的、非精确化了的、没有一个自然结构和严密逻辑体系的知识群。于是,人们就认为,作为科学的数学,是一种抽象符号的数学,更多运用的是逻辑和推理;而作为生活的数学,则是一种经验符号的数学,更多运用的是语言和直觉。

正因如此,长期以来,我们是将儿童在学校的数学学习活动与他们在生活中的经验活动割裂开的。实际上,儿童在日常的生活实践中,也有许多有意识的经验活动(被认为是形成“日常科学”的途径),并通过这种活动形成了许多的“日常概念”(也称为前科学概念——一种由经验而形成的非精确化的概念)。如果儿童的数学学习成为“日常概念”与科学概念交互作用的过程,那么这种学习是将儿童日常的生活或经验与数学科学结合起来的最好的桥梁。可惜,在数学教学中,我们常常不是去利用儿童已有的生活经验,而是可能会去用规范的数学概念将他们已有的生活经验与数学科学割裂开来。

长期的研究已经表明,儿童常常是通过探索他们自己的生活世界和精神世界来了解并获得学习的,是通过自己的大量的实践活动来获得数学知识的,是通过许许多多的问题解决过程来发展自己的数学认知能力的。儿童认识数学的起点并不是符号所组成的逻辑公理,而是他们自己的生活实践所形成的经验。儿童的数学活动也不是从观察符号开始,用逻辑推理来进行的,而是从观察现象开始,用特征归纳来进行的。例如,一个儿童,两只手上都有几块糖果,他想知道有多少,就会用数数的方式,从一只手上的糖果开始数起,依次数到第二只手上的最后一块糖果。这样的活动进行了几次以后,他突然会将两只手上的糖果全放在桌上,然后再来数。于是,他就构建了基本的“加法”思想。

事实上,在儿童的生活中处处有着数学,数学就在他们所有碰到的现象中,在他们所有遇

到的问题中,在他们所有采取的行为方式中。因此,“应该使数学成为儿童生活中的一个部分。我们要让儿童认识到,数学知识就是源于他们普通的社会生活的常识,他们当中的每一个人都有可能有一定的指导下,通过自己的实践活动来获得这些知识。要让儿童在接触属于他们自己的物质世界和接触其他儿童的过程中发现问题,并能用数学的思想和方法去解决问题,从而有可能去建立数学概念,形成数学结构,发展数学素养。这就是儿童学习数学的实践价值所在”。

尼斯指出:“数学教育的目的应该使学生能够认识、理解、判断、运用数学,并能经常在社会中运用数学,特别要在对学生的个人、社会及职业生活有实际意义的背景中运用数学。”厄尔内斯特也认为:“数学是社会的建构,它的发展来自人的创造和人的决断,因此,中小学数学不应是外在的知识,让学生感到陌生,而要处于学生的文化和生活现实中。”正如杜威所说,必须填平儿童兴趣和经验与科学之间的鸿沟,儿童的经验 and 兴趣应该成为学校学习的基础。显然,对于学校来说,可能数学就是教育课程中的一个部分,而对于儿童来说,可能数学就是他们社会实践中的一个部分。所以,作为学校课程的数学,所要解决的一个关键问题是,如何通过合理的组织来帮助儿童实现生活经验的“数学化”。

二、儿童数学观

我们所理解的数学,往往就是指作为科学的数学,一种成人的、纯粹形式化的数学,一种从公理体系开始,通过非常严格的逻辑演绎的发展而形成的数学,一种为了理解数学世界而学习的数学。而儿童的数学,受“数学学科就是数学科学的一部分”的观念的影响,也就常常被认作是“需要儿童接受的数学科学的一部分——如关于算术的逻辑体系”。实际上,所谓儿童的数学,就是作为儿童生活的数学,一种非完全形式化的、从日常经验开始,通过并不严密的归纳概括的发展而形成的数学,一种为了理解生活世界而学习的数学。

例如,在弗兰登塔尔看来,一个6岁的儿童用手指或计算器算出 $8 + 5 = 13$,对成人来说,可能那并不算是数学,但对这个年龄层次的儿童来说,这就是一个严格的数学证明。又如,儿童认识加法就是从已有的生活经验开始,在具体的数数的基础上概括形成的。可见,我们所理解的成人数学,与儿童的数学还是有一定的差异的,这种差异主要表现在以下几方面。

首先,表现在数学学习的层次上有差异。成人往往用的是逻辑演绎,而儿童往往用的是经验归纳。

其次,表现在数学活动的过程上有差异。成人更多的是抽象的符号操作,而儿童更多的是直观材料的操作。例如,对于“均分”,开始时,儿童可能会依照经验,为了保证每个人所得的同样多,就用一种类似于一群人围在一起打牌时发牌的方式,将物品轮流地一个一个地分发(有时也会每一次先等量地分发给每一个人,然后再这样轮发),根据弗兰登塔尔的观点,这就是关于分配问题的“横向数学化”。但是,当任务较大时(要分的物品或分配的对象等数额较大),他们就会开始去尝试获得另外一种分法,即用寻找尽可能大的份额来一次性地完成分配,最终形成了用“除法”的概念与算法。这就是弗兰登塔尔所说的“纵向数学化”——逐步的图式化。

最后,还表现在认识并构建数学知识的方式上有差异。例如,一群小朋友在做一个争夺红旗的游戏,有一面小红旗插在地上,然后让这些小朋友排列在红旗的正前方,等教师发出口令后,大家都奔上前去夺这面红旗,以夺到者为胜。学生们可能立刻就会提出异议,这样做游戏是不公平的,理由是,每一个人到达红旗的距离不相等。那么,怎样解决最合理呢?通过思考、

讨论、尝试等一系列的探究活动,他们很快就逐渐形成一个手拉手的形状(一个圆),于是,一个“动点到定点是一个定长”的意识就开始形成了,它并不是一个严格的数学概念。而对成人来说,就可能会是从空间的“点集”的性质特征来构建“圆”的概念。

实际上,在儿童的生活中已经存在着许多有关数学的经验,只是这些经验常常是零散的、混沌的、表象的、粗糙的或者是无序的。最有效的学习组织就是积极地唤起儿童的这些经验,使他们能在教师有序引导下主动地去将这些经验“数学化”。

三、现实数学观

按“科学结构主义”的观点,数学本身是一个有组织的、严密和封闭的演绎体系。这就是指理论的数学。而建构主义者认为,在我们的现实世界中,无处不存在着数学的现象,虽然这些现象常常是局部的。这就是所说的现实的数学。

理论的数学是依靠公理体系来支撑的,是不依赖于人的经验的,是存在于数学家头脑世界之中的,它可能有各种各样的问题,但这些问题是存在于完整的体系之中的。而现实的数学是依靠“局部组织”来支撑的,它往往是依赖于人的经验的,是存在于我们的现实生活之中的,它可能也有各种各样的疑问,但这些疑问常常是存在于没有完整的体系之中的。

现实的数学实际上是由不同个体在不同的环境中的不同生活经验所形成的,用以支持自己在社会生活中的行为决策和行为方式。虽然现实的数学并不存在于严密的结构和体系之中,但对于大多数的人来说,却是他们加强与外部世界进行沟通和交互,从而获得高质量生存并推动社会进步的一些必要的知识,同时也是他们进一步研究数学科学的重要基础。所以,与数学科学不同,小学数学学科的任务,主要是通过教师有效的教学组织,引导儿童将自己的经验不断地“数学化”,从而构建一些基础的、必要的和现实的数学。

四、一种结论

从“数学是属于所有的人”的观念之下的“大众数学”来看,作为小学数学课程的数学学科,至少应具有生活性、现实性和体验性这几个性质特征。

1. 生活性

倡导将数学学习回归于儿童的生活,这已经成为了当今转变小学数学教育观念的一个重大的命题。其基本的标志,就是我们开始关注到,儿童是从自己的生活实践开始认识数学的,所以,小学的数学学习应是儿童自己的实践活动。其基本的核心思想,就是要将儿童的数学学习真正地回归到儿童的生活中去,在学习中时时关注儿童关心什么,经历了什么,对什么感兴趣,在生活中发现了什么,让数学学习与儿童自己的生活充分地融合起来,将数学学习纳入他们的生活背景之中,让他们自己寻找、发现、探究、认识和掌握数学。

2. 现实性

儿童的数学是他们的现实数学,因此,儿童的数学学习的组织,应源于他们的数学现实。这种现实存在于儿童与外部世界的沟通和交流的构成之中,存在于儿童社会生活的实践活动之中。这些“现实”是小学数学课程的起点,是儿童获得数学的学习活动与生活实践的节点。课程的任务是构建抽象与现实的连续体,因此,小学数学课程的一个重要特征就是,沟通抽象的数学与现实的实践的联系,强化数学的产生与运用真正回归儿童的生活现实。

3. 体验性

即学校的数学教育应当努力去改变相应的课程内容、教学方式、组织策略和评价模式。积

极倡导努力探求解法,而不单是记忆步骤;积极倡导主动探索模式,而不单是记忆公式;积极倡导积极形成猜测,而不单是做些习题。可见,学校的数学教育应当成为让学生去亲身体验一下数学问题解决的一种活动,不要总是将详细整理好的证明(事实)材料提供给学生,而是要尽可能地让学生自己仔细地观察、粗略地发现和简单地证明,只有这样,才有可能使学生真正经历超越局部的、非单纯接受的问题解决的过程。

第一章 小学数学课程目标

【内容提要】 本章概述了数学课程目标,介绍了数学的研究对象、特征与发展以及影响数学课程目标的因素。另外,本章还简要介绍了近年来国际数学课程目标的改革与发展,分析了我国小学数学课程目标的演变,并评析了我国现行的小学数学课程标准。

第一节 数学课程目标概述

课程作为一个研究领域虽然只有几十年的历史,但近年来随着教育的不断深入,人们越来越重视对课程的研究。课程是按照一定的社会需要,根据特定的文化和社会取向,考虑不同年龄阶段学生的特点,为培养下一代所制定的一套有目的、可执行的方案。课程应当规定培养的目标、内容和方法,应当有一套具体实施的策略和恰当的评价方法。某一个学习阶段的课程包括整体的课程方案,也包括这一阶段学生应当学习的若干个学科的课程方案。根据学生发展和社会的需要,确定学生应当学习的若干门学科,形成一个完整的课程计划,就是一个课程方案。现行的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划(试行)》是针对小学和初中的需要制定的课程方案。课程计划中的每一门学科应当制定相应的课程方案。如语文学科、数学学科、音乐学科、体育学科等。小学数学是小学阶段的一门重要学科,小学数学课程方案历年来都是以教学大纲的形式出现的,如《九年义务教育全日制小学数学教学大纲(试用修订本)》。2001年开始进行的新一轮基础教育课程改革实验,用各学科的课程标准代替教学大纲,作为学科的课程方案。《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《课程标准》)就是一套新的数学课程方案。每一学科的课程都规定了这一学科应当达到的目标,应当学习的内容,在这一学科的教学应当采用的教学方法和评价方法,以及课程资源的开发与利用等方面的内容。课程所要研究的就是如何确定以上各方面的问题,怎样分析和理解这些问题。作为一名小学教师,不仅应当了解课程方案中规定了什么,也应当了解为什么规定这些目标和内容,如何创造性地理解和实施这些目标与内容。教师应当在课程中发挥更大的作用,既是执行者,又是决策者和改造者。

我们还可以从更广泛的意义上理解课程。课程不只是一个规定好的方案,不只是一套固定不变的文件,从不同角度和不同层次上理解,课程还应当包括更广的含义。如美国学者古德莱德等就提出五种水平的课程,即,理想课程、文件课程、理解课程、实施课程和经验课程。理想课程是课程专家按照课程理论和当时社会发展及儿童发展的需要,所确定的有关课程应该如何设计,应该达到什么样的水平等想法。文件课程是根据某种课程理论,按照教育发展的需要,由课程研究者制定的一套文件,包括教学计划、教学大纲和教材等。理解课程是实际工作者对文件课程中所反映的理念、目标和具体内容方法的理解。不同的人可能对同一个文件所规定的东西有不同的理解。实施课程是实际教学中发生的课程。教师在课堂上做了什么,学生学了什么,课堂教学是如何组织的,可以认为是实实在在的课程。这往往也和文件课