中等职业技术教育系列教材

数学（上）

SHUXUE

◎主编 饶青

华中科技大学出版社
http://press.hust.edu.cn

中等职业技术教育系列教材

数　学
（上）

主　编　饶　青
副主编　曾晓蓉　方世芳

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学(上)/饶　青　主编
武汉:华中科技大学出版社,2005 年 8 月
ISBN 7-5609-3416-1

Ⅰ.数…
Ⅱ.饶…
Ⅲ.数学-职业教育-教材
Ⅳ.O1

数学(上)　　**饶　青　主编**

责任编辑:谢燕群　　**封面设计:刘　卉**
责任校对:周　娟　　**责任监印:张正林**

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87557437

录　排:武汉佳年华科技有限公司
印　刷:湖北金海印务有限公司

开本:787×1092　1/16　**印张:12**　字数:284 000
版次:2005 年 8 月第 1 版　**印次:2006 年 8 月第 2 次印刷**　定价:16.80 元
ISBN 7-5609-3416-1/O・354

前　言

目前，中等职业学校各方面形势在不断地发生变化，这就要求大力改革教学方法，对教材内容也要做大的调整.

本书是根据教育部最新颁布的文化基础课教学大纲的要求，由武汉市部分中等职业技术学校的骨干教师编写的.

编写本书时，根据目前中等职业学校生源的实际情况，结合中等职业学校教学改革的现状，在介绍定义、公式、定理时非常注意简明扼要，清晰具体；语言运用上强调逻辑性，避免晦涩难懂，也强调概念之间的平滑过渡，避免跳跃性过大，使学生在学习时感到相对比较轻松. 同时也注意了初中知识与中专内容的衔接，加强了基础知识、基本技能等方面的内容，使本书精练实用，具有鲜明的针对性和较强的实用性.

本书分上、下两册，上册包括集合与函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、平面向量、直线与圆等内容；下册包括圆锥曲线、复数、立体几何、数列、排列与组合、概率等内容.

本书采用模块式教学形式编排，其中上册为必修课程内容；下册可分专业进行选修. 第6章圆锥曲线、第8章立体几何为机械加工专业必修内容；第7章复数为电子、电工专业必修内容；第9章数列、第10章排列与组合、第11章概率为生化专业必修内容.

本教材可供招收初中毕业生的各工科中专学生选用，也可供各类对口高职升学学生使用.

本书上册由饶青同志任主编，下册由饶青、雷军同志任主编. 曾晓蓉、方世芳任副主编. 李峥嵘、王琳、陈仲胜、郝丘克、邱服丽、文建平、沈华兵、戚菊梅同志参加了本书的编写. 由钟建华、范忻两位同志担任主审.

编写该书的过程中得到了武汉市教育科学研究院、武汉市第一轻工业学校、武汉市电子信息职业技术学校、武汉市东西湖职业技术学校等各院校领导的大力支持，在此表示感谢！

由于时间仓促，水平有限，缺点和错误在所难免，恳请广大教师和读者批评指正.

编　者

2005年6月

目　　录

第1章　集合与函数

1.1　集　　合

观察下面几组对象：

(1) 某学校一年级(一)班的所有学生组成一个班集体；

(2) 我校图书馆的所有藏书；

(3) 小于100的所有自然数；

(4) 方程$x^2-3x+2=0$的所有解；

(5) 所有的正三角形；

(6) 不等式$x-3>2$的所有解.

它们是由一些事物组成的整体，可用**集合**这个词来表达它．而这些事物中的每一个称为这个集合的一个元素．如(1)中“某学校一年级(一)班”是一个集合，这个班的每个学生是这个集合的一个元素.

对于一个给定集合，其中的元素是确定的．这就是说，任何一个对象或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素．例如：在小于100的所有自然数组成的集合中，99是这个集合的元素，而100则不是这个集合的元素，都是明确的.

对于一个给定集合，其中的元素是互异的，每个元素不能重复出现.

集合是由一些事物组成的整体，因此不计较这些事物的排列次序.

以上三条可以分别表述成集合中的元素有：**确定性，互异性，无序性**.

集合通常用大写英文字母$A,B,C,\cdots$或者大写希腊字母Ω来表示．几个常用的集合，用固定字母的黑体来表示：

所有自然数组成的集合记作$\mathbf{N}$，称为**自然数集**．请注意：0也是自然数.

所有正整数组成的集合记作$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{Z}^+$，称为**正整数集**.

所有整数组成的集合记作$\mathbf{Z}$，称为**整数集**.

所有有理数组成的集合记作$\mathbf{Q}$，称为**有理数集**.

所有实数组成的集合记作$\mathbf{R}$，称为**实数集**.

所有非零实数组成的集合记作$\mathbf{R}^*$，称为**非零实数集**(右上角的$*$表示把0排除掉).

所有正实数组成的集合记作$\mathbf{R}^+$，称为**正实数集**.

所有非负实数组成的集合记作$\mathbf{R}_+$,称为**非负实数集**.

集合的元素通常用小写英文字母$a,b,c,\cdots$或者小写希腊字母$\alpha,\beta,\cdots$来表示.

一般地,如果a是集合A的元素,就说a属于集合A,记作$a\in A$;如果a不是集合A的元素,就说a不属于集合A,记作$a\notin A$(或$a\overline{\in}A$).例如,$2\in\mathbf{N}$,$\frac{1}{2}\notin\mathbf{N}$,$0.7\in\mathbf{Q}$,$\sqrt{7}\notin\mathbf{Q}$.

不含有任何元素的集合称为空集,记作$\varnothing$. 例如,$0\notin\varnothing$,$a\notin\varnothing$,$1\notin\varnothing$.

集合的表示方法常用的有列举法和描述法.

把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法叫做列举法.例如,方程$x^2-3x+2=0$的解集可表示为$\{1,2\}$、小于100的所有自然数组成的集合可表示为$\{0,1,2,3,\cdots,99\}$.

不等式$x-3>2$的解集中的元素无法一一列举出来,因此不能用列举法表示这个集合.可以把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内来表示.这时往往在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式,再画一条竖线,在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性. 例如,不等式$x-3>2$的解集可以表示为

$$\{x\mid x-3>2\}.$$

方程$x^2-3x+2=0$的解集也可表示为

$$\{x\mid x^2-3x+2=0\}.$$

小于100的所有自然数组成的集合也可表示为

$$\{x\mid x<100\text{ 且 }x\in\mathbf{N}\}.$$

例1 分别用列举法和描述法表示偶数集.

解 用列举法表示为

$$\{\cdots-6,-4,-2,0,2,4,6,8\cdots\}.$$

用描述法表示为

$$\{n\mid n=2m,m\in\mathbf{Z}\}\quad\text{或}\quad\{2m\mid m\in\mathbf{Z}\}.$$

练 习

1.(口答)下面集合里的元素是什么?

(1) {大于3小于11的偶数};

(2) {平方后等于1的数};

(3) {平方后仍等于原数的数};

(4) {比2大3的数};

(5) {一年中有31天的月份};

(6) {中国古代四大发明}.

2. 用符号$\in$或$\notin$填空.

(1) 1 ________ **N**, 0 ________ **N**, -3 ________ **N**, 0.5 ________ **N**,

$\sqrt{2}$ ________ **N**;

(2) 1 ________ **Z**, 0 ________ **Z**, -3 ________ **Z**, 0.5 ________ **Z**,

$\sqrt{2}$ ________ **Z**;

(3) 1 ________ **Q**, 0 ________ **Q**, -3 ________ **Q**, 0.5 ________ **Q**,

$\sqrt{2}$ ________ **Q**;

(4) 1 ________ **R**, 0 ________ **R**, -3 ________ **R**, 0.5 ________ **R**,

$\sqrt{2}$ ________ **R**.

3. 用列举法表示下述集合.

(1) 前8个正整数组成的集合;

(2) 由大于-2并且小于3的整数组成的集合;

(3) 方程$x+3=0$的解集;

(4) 9的平方根组成的集合.

4. 用描述法表示下列集合.

(1) 小于1 000的所有自然数组成的集合;

(2) 大于2的所有实数组成的集合;

(3) 不等式$x-3<0$的解集;

(4) 所有正偶数组成的集合;

(5) 所有正奇数组成的集合.

习 题 1.1

1. 用列举法表示下述集合.

(1) 由大于-1并且小于2的自然数组成的集合;

(2) 由绝对值等于5的实数组成的集合;

(3) 由小于20的所有素数组成的集合(2的正因数即正约数只有1和2自身;3的正因数只有1和3自身. 一般地,一个大于1的整数p,如果它的正因数只有1和p自身,那么,称p为**素数**(或质数). 例如,2,3,5等都是素数).

2. 用描述法表示下述集合.

（1）不等式 $3x-5>7$ 的解集；

（2）能被 3 整除的自然数组成的集合；

（3）被 3 除余数为 1 的自然数组成的集合；

（4）被 3 除余数为 2 的自然数组成的集合；

（5）能被 4 整除的自然数组成的集合；

（6）被 4 除余数为 1 的自然数组成的集合；

（7）被 4 除余数为 2 的自然数组成的集合；

（8）被 4 除余数为 3 的自然数组成的集合.

3. 用列举法表示下列集合.

（1）$\{m \mid m\in \mathbf{Z}$，且 $-\dfrac{1}{2}<m<5\}$；

（2）$\{3k+1 \mid k\in \mathbf{Z}$，且 $-2<k<4\}$.

1.2　集合之间的关系

观察下列集合：

$$A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\},$$
$$B=\{1,3,5,7,9\}.$$

集合B中的每一个元素都是集合A的元素.

一般地，如果集合B的每一个元素都是集合A的元素，那么B叫做A的一个**子集**，记作

$$B\subseteq A\quad（或者 A\supseteq B）.$$

读作"B包含于A"(或者"A包含B").

对于任何一个集合A，因为它的任何一个元素都属于集合A本身，所以

$$A\subseteq A,$$

也就是说，任何一个集合是它本身的子集.

空集$\varnothing$是A的子集，即$\varnothing\subseteq A$. 空集是任何集合的子集.

例1　设$A=\{1,2,3\}$，试写出A的所有子集.

解　集合$\{1,2,3\}$的所有子集为：

$$\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}.$$

其中，前7个子集的每一个，A中至少有一个元素不属于它.

一般地，如果B是集合A的子集，并且A至少有一个元素不属于B，那么B叫做A的**真子集**，记作

$$B\subsetneqq A\quad（或者 A\supsetneqq B）.$$

在集合$\mathbf{N},\mathbf{Z},\mathbf{Q},\mathbf{R}$中，$\mathbf{Z}$是哪些集合的真子集？

为了形象地比较不同集合之间的关系，常用一条封闭的曲线(例如圆圈)的内部表示一个集合.

B是集合A的真子集，可以用图1-1形象地表示出来：大圆圈的内部表示集合A，小圆圈的内部表示集合B.

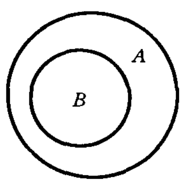

图1-1

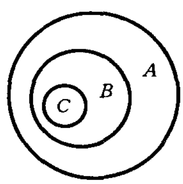

图1-2

如果B是集合A的真子集,并且C是B的真子集,那么C也是A的真子集,即如果$B\subsetneqq A$,且$C\subsetneqq B$,那么$C\subsetneqq A$,如图1-2所示.

从子集的定义可以得出,如果B是集合A的子集,并且C是B的子集,那么C也是A的子集,即如果$B\subseteq A$,且$C\subseteq B$,那么$C\subseteq A$.

有些集合之间不存在包含关系,例如,$A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,4\}$.由于B中有一个元素4不属于A,因此B不是A的子集. 又由于A中有一个元素1(或者3)不属于B,因此A不是B的子集,从而A与B之间不存在包含关系.

当集合B不是集合A的子集时,记作

$$B\not\subseteq A \quad (\text{或者 } A\not\supseteq B).$$

读作"B不包含于A"(或者"A不包含B").

对于两个集合A与B,如果$A\subseteq B$且$B\subseteq A$,那么称A与B**相等**,记作

$$A=B.$$

练 习

1. 填空.

(1) 设$A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{1,3\}$,则________是________的子集,记作________$\subseteq$________.

(2) 将符号$\subseteq$或$\supseteq$填入空格:

$\mathbf{N}^*$ ________ $\mathbf{N}$; $\mathbf{N}$ ________ $\mathbf{Z}$; $\mathbf{Z}$ ________ $\mathbf{Q}$;

$\mathbf{Q}$ ________ $\mathbf{R}$; $\mathbf{R}$ ________ $\mathbf{R}^*$; $\mathbf{R}^*$ ________ $\mathbf{R}^+$.

(3) 设$A=\{x\mid x^2=16\}$,$B=\{-4\}$,则________是________的子集,记作________$\subseteq$________.

2. 选用适当的符号($\in$,$\notin$,$\subsetneqq$,$\supsetneqq$,$=$)填入空格.

(1) $\{1,3,5\}$____$\{1,2,3,4,5\}$;

(2) $\{x\mid x^2=16\}$____$\{4,-4\}$;

(3) $\{2\}$____$\{x\mid |x|=2\}$;

(4) 2 ____$\{2\}$;

(5) a ____$\{a\}$;

(6) $\{0\}$____$\varnothing$;

(7) $\{0\}$____$\{x\mid x^2=-1$,且$x\in\mathbf{R}\}$;

*(8) $\{x\mid |x|=2\}$____$\{x\mid x+2=0\}$;

*(9) $\{2m\mid m\in\mathbf{Z}\}$____$\{4k\mid k\in\mathbf{Z}\}$.

习 题 1.2

1. 选用适当的符号($\in$,$\notin$,$\subsetneqq$,$\supsetneqq$,$\not\subseteq$,$\not\supseteq$,$=$)填入空格.

(1) $\{a,b,c,d\}$________$\{c,b,d,a\}$;

(2) b ________$\{a,b\}$;

(3) $\varnothing$________$\{a\}$;

(4) $\{1,2,3\}$________$\{2,3,4\}$;

(5) $\{x|x^2=36$,且$x\in\mathbf{R}\}$________$\{-6\}$;

(6) A ________B,其中A是所有矩形组成的集合,B是所有平行四边形组成的集合;

(7) $\{3m|m\in\mathbf{Z}\}$________$\{6k|k\in\mathbf{Z}\}$;

(8) $\{2m|m\in\mathbf{Z}\}$________$\{2(k+1)|k\in\mathbf{Z}\}$;

(9) 7 ________$\{4k+3|k\in\mathbf{Z}\}$;

(10) 13 ________$\{4k+1|k\in\mathbf{Z}\}$;

(11) 19 ________$\{4k+1|k\in\mathbf{Z}\}$.

2. 判断下列各题表示的关系是否正确.

(1) $\{2,4,6\}\subsetneqq\{2,3,4,5\}$;

(2) $\{x||x|=5\}=\{x|x^2=25\}$;

(3) $6\in\{6\}$;

(4) $2\subsetneqq\{1,2,3\}$;

(5) $\varnothing\subsetneqq\{0\}$.

3. 设$A=\{a,b\}$,写出A的所有子集,并且指出哪些是真子集.

1.3 集合的运算

1. 交集

已知6的正约数的集合为

$$A=\{1,2,3,6\},$$

10的正约数的集合为

$$B=\{1,2,5,10\},$$

那么6与10的正公约数的集合为

$$\{1,2\}.$$

容易看出,集合$\{1,2\}$是由所有属于A且属于B的元素(即A,B的公共元素)所组成的.

一般地,由所有属于集合A且属于集合B的元素所组成的集合,叫做A,B的**交集**,记作$A\cap B$(可读作"A交B"),即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A,且\ x\in B\}.$$

这样,6与10的正公约数的集合可以从求6的正约数的集合与10的正约数的集合的交集而得到,即

$$\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,5,10\}=\{1,2\}.$$

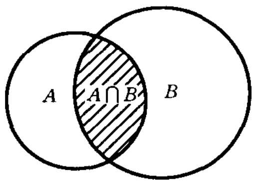

图1-3

图1-3中的阴影部分表示集合A,B的交集$A\cap B$.

由交集定义容易推出,对于任何集合A,B,有

$$A\cap A=A,\quad A\cap\varnothing=\varnothing,\quad A\cap B=B\cap A.$$

例1 设$A=\{x\mid x>-2\}$,$B=\{x\mid x<3\}$,求$A\cap B$.

解 $A\cap B=\{x\mid x>-2\}\cap\{x\mid x<3\}=\{x\mid -2<x<3\}$.

2. 并集

已知方程$x^2-4=0$的解集为

$$A=\{2,-2\},$$

方程$x^2-1=0$的解集为

$$B=\{1,-1\},$$

那么方程

$$(x^2-4)(x^2-1)=0$$

的解集为

$$\{1,-1,2,-2\}.$$

容易看出，集合$\{1,-1,2,-2\}$是由所有属于A或属于B的元素所组成的.

一般地，由所有属于集合A或属于集合B的元素所组成的集合，叫做A,B的**并集**，记作$A\cup B$(可读作"A并B")，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A,\text{或}\ x\in B\}.$$

这样，方程$(x^2-4)(x^2-1)=0$的解集可以从求方程$x^2-4=0$的解集与方程$x^2-1=0$的解集的并集而得到，即

$$\{2,-2\}\cup\{1,-1\}=\{1,-1,2,-2\}.$$

图1-4中的阴影部分表示集合A,B的并集$A\cup B$.

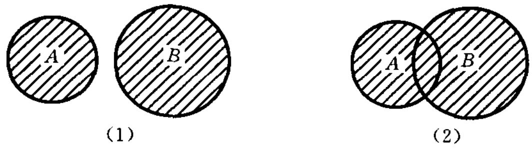

图1-4

由并集的定义容易得出，对于任何集合A与B，有

$$A\cup B=B\cup A,$$
$$A\cup A=A,$$
$$A\cup\varnothing=A.$$

例2 设$A=\{3,5,6,8\}$，$B=\{4,6,7,8\}$，求$A\cup B$.

解 两个集合的公共元素在并集中只能出现一次，容易看出

$$A\cup B=\{3,4,5,6,7,8\}.$$

例3 设$A=\{x\mid x+1<0\}$，$B=\{x\mid x-2>0\}$，求$A\cup B$.

解 容易看出

$$A=\{x\mid x<-1\},\quad B=\{x\mid x>2\},$$

因此

$$A\cup B=\{x\mid x<-1,\text{或}\ x>2\}.$$

3. 补集

在研究集合与集合之间的关系时，在某些情况下，这些集合都是某一个给定的集合的子集，这个给定的集合可以看作一个**全集**. 通常用U表示全集.

例如，到目前为止同学们认识的数都是实数，由一些数组成的集合(称为**数集**)是实数集$\mathbf{R}$的子集. 因此在讨论有关数集的问题时，常常把$\mathbf{R}$作为全集.

一般地，设U是全集，由U中不属于子集A的所有元素组成的集合，称为A在U中的**补集**，记作

$$\complement_U A,$$

读作“A 在U 中的补”.

如果从上下文可以明显看出全集U 指的是哪个集合,则可以把U 省略不写,即记作

$$\complement A,$$

读作“A 的补”.

全集U 通常用一个长方形的内部表示,则子集A 的补集 $\complement A$ 可以用图1-5 的阴影部分(包括表示 A 的圆圈的圆周)形象地表示.

设U 是全集,子集 A 的补集 $\complement_U A$ 可以用描述法表示成

$$\complement_U A=\{x\mid x\in U,且\, x\notin A\}.$$

从补集的定义可知(参看图1-5 可以帮助理解),对于U 的任意子集 A,有

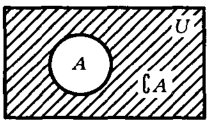

图1-5

$$A\cap \complement_U A=\varnothing,$$
$$A\cup \complement_U A=U,$$
$$\complement_U(\complement_U A)=A,$$

其中,$\complement_U(\complement_U A)$表示 $\complement_U A$ 的补集.

练　习

1. 在空格上填写适当集合.

(1) $\{6,7,8,9\}\cap\{5,6,7\}=$________;

(2) $\{a,c,f\}\cap\{b,d,e\}=$________;

(3) $\{1,3,5,7\}\cap\{2,4,6,8\}=$________;

(4) $\{2m\mid m\in \mathbf{Z}\}\cap\{2m-1\mid m\in\mathbf{Z}\}=$________;

(5) $A\cap\varnothing=$________.

2. 在下列各小题中,求 $A\cap B$.

(1) $A=\{x\mid x\geqslant -2\}$,$B=\{x\mid x\leqslant 5\}$;

(2) $A=\{x\mid x^2=16\}$,$B=\{x\mid x+4=0\}$;

(3) $A=\{m\mid m\in\mathbf{Z},且\, m<4\}$,$B=\{m\mid m\in\mathbf{Z},且\, m>-1\}$.

3. 在空格上填写适当的集合.

(1) $\{1,2,3,4,5\}\cup\{1,3,5,7,9\}=$________;

(2) $\{a,b,c,d\}\cup\{b,d,f,g\}=$________;

(3) $\{1,3,5,7\}\cup\{2,4,6,8\}=$________;

(4) $\{x,y,z\}\cup\{x,y\}=$________;

(5) $A\cup\varnothing=$________.

4. 在下列各小题中，求$A\cup B$.

(1) $A=\{x|x+3\leqslant 0\}$，$B=\{x|x-1>0\}$；

(2) $A=\{x|x^2=16\}$，$B=\{x|x+4=0\}$；

(3) $A=\{m|m\in\mathbf{N}$，且$m<4\}$，$B=\{m|m-4=0\}$.

5. 在空格上填写适当的集合.

(1) 设$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,4,6,8\}$，则

$\complement A=$________； $\complement B=$________.

(2) 设$\mathbf{R}$是全集，$A=\{x|x\geqslant 7\}$，B是所有无理数组成的集合，则

$\complement B=$________； $\complement A=$________；

$\complement(\complement B)=$________； $\complement(\complement A)=$________；

$A\cap\complement A=$________； $A\cup\complement A=$________.

(3) 设$\mathbf{Z}$是全集，$A=\{2m-1|m\in\mathbf{Z}\}$，则

$\complement A=$________； $\complement(\complement A)=$________；

$A\cap\complement A=$________； $A\cup(\complement A)=$________.

习　题　1.3

1. 设$A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x|x>0\}$，则

$A\cap B=$________； $A\cup B=$________.

2. 设$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,4,6\}$，$C=\{0,3,6\}$，则

$(A\cup B)\cap C=$________； $A\cup(B\cap C)=$________；

$A\cap C=$________； $(A\cap C)\cup(B\cap C)=$________.

3. 设$A=\{1,3,5\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{0,2\}$，则

$A\cup C=$________； $B\cup C=$________；

$(A\cup C)\cap(B\cup C)=$________； $(A\cap B)\cup C=$________.

4. 设$A=\{(x,y)|3x+2y=4\}$，$B=\{(x,y)|2x+3y=1\}$，则

$A\cap B=$________.

5. 设$A=\{2,4,6,8,10,12\}$，$B=\{3,4,7,8,11,12\}$，写出$A\cap B$的真子集.

6. 设$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x\leqslant -3\}$，$B=\{x|x>2\}$，则

$\complement A=$________；$\complement B=$________；

$\complement A\cap\complement B=$________.

7. 设$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x<5\}$，$B=\{x|x>10\}$，则

$\complement A\cap\complement B=$________.

8. 设$U=\{n|n\in\mathbf{N}$，且$n<10\}$，$A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{2,4,6,8\}$，则

$\complement A\cap\complement B=$________.