全国各类成人高等学校招生考试复习指导

理科本

郭星英 李林署 迟尚慧 傅雪红 主编

数学
物理
化学

郭星英　李林署　迟尚慧　傅雪红　主编

全国各类成人高等学校招生考试复习指导

理科本（数学、物理、化学）

经　济　科　学　出　版　社

（京）新登字 152 号

责任编辑：莫霓舫　张　红　陈　捷
封面设计：卜建晨

全国各类成人高等学校招生考试复习指导
理科本（数学、物理、化学）
郭星英　李林署　迟尚慧　傅雪红　主编
*
经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
中国铁道出版社印刷厂印刷
*
787×1092 毫米　16 开　22 印张　540000 字
1994 年 12 月第一版　1996 年 1 月第四次印刷
印数：9001—13000 册
ISBN 7-5058-0690-4/G・78　定价：19.00 元

前　言

本套指导书是为了满足报考全国各类成人高等学校的考生复习中学课程、参加招生考试的需要，根据国家教委成人教育司与国家教委考试管理中心重新制定的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》，在《1994年全国各类成人高等学校招生考试复习指导》的基础上重新组织编写的。本套指导书共有三本分为两类：第一本是理工农医类用书，由数学、物理、化学三科组成，叫《理科本》；第二本是文史财经类用书，由数学、历史、地理三科组成，叫《文科本》；第三本是理工、文史两类共用书，由政治、语文、英语三科组成，叫《文理科共用本》。在编写中，全书各科紧扣大纲，既注重使考生掌握各章节的重点，也注重知识的全面性，甚至一些边角知识也不忽视；同时充分考虑成人在职复习时间少的特点，做到简明精炼。其内容为：重点归纳基本知识要点，扼要阐明基本概念；精选各类典型例题，侧重分析解题思路，有的提供多种解法，以开阔考生思路，提高分析问题的能力；依据大纲对各科考试题型的要求，编写有一定数量的练习题及参考答案或提示。

编写本套指导书的作者，都是在北京市多年从事中学教学，担任高中毕业班把关的老教师，又多年从事成人高考复习指导，他们中多数在本市一些重点中学任教，有高级职称，并且有许多还是市、区级各科的教研员，有丰富的教学经验和指导升学考试的经验。由他们来编写，使得本套指导书更具实用性和针对性。可以肯定地说，考生从本套指导书中会得到有益的帮助。当然，由于编写时间仓促，书中难免存在缺点和错误，敬请读者批评指正。

本套指导书由郭星英、李林署、迟尚慧、傅雪红主编。

参加《理科本》编写的有（按姓氏笔划为序）：

数学：刘玉荣、刘茗、李桂兰、展家骞。

物理：叶成九、刘映泽、刘丹、娄宁。

化学：邵元、邵志耘、侯国立、杨金生。

参加《文科本》编写的有（按姓氏笔划为序）：

数学：孙日、李林署、傅小云、郭琴、郭星英。

历史：丛园、相里景、金汉鼎、谭伊美。

地理：李文静、李艺桥、张惠坪、许伦。

参加《文理科共用本》编写的有（按姓氏笔划为序）：

政治：刘佩华、洪亚萍、吴松年、徐星珊。

语文：迟尚慧、阮彤、吴金玉、吴江。

英语：宋爽、吴桐、李一玫、张玲棣。

编　者

1994. 11.

目　　录

数　　学

物　　理

化　学

数　　学

第一部分　代数

第一章　数、式、方程和方程组

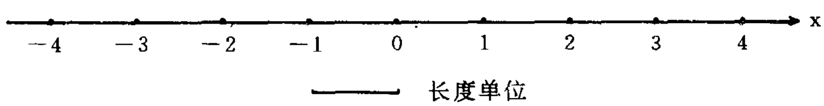
一、基本内容

(一)有关数的基本概念

1. 实数系：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}\text{有限小数或循环小数}\\ \text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

2. 数轴：规定了原点、正方向、单位长度的直线叫数轴。



3. 相反数：只有绝对值相同而符号不同的两个数，叫做互为相反数。如 a 的相反数是 $-a$。

4. 倒数：1 除以不为 0 的数的商叫做这个数的倒数。零没有倒数。

5. 绝对值：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零，即 $|a|=\begin{cases}a(a>0),\\ 0(a=0),\\ -a(a<0)。\end{cases}$

6. 实数的运算：

实数可进行加、减、乘、除、乘方等运算，非负数可进行开偶次方运算，负数可开奇次方。

运算顺序：在同一个式子里，先乘方、开方，然后乘、除，最后加、减，有括号时，由最里层的括号算起，逐层去掉括号。

(二)式

1. 代数式的分类：

$$代数式\begin{cases}有理式\begin{cases}整式\begin{cases}单项式\\多项式\end{cases}\\分式\end{cases}\\无理式\end{cases}$$

2. 整式的运算：

(1)整式能进行加法、减法、乘法的运算，其结果仍是整式。

(2)整式运算符合交换律、结合律、分配律。

(3)乘法公式：

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$；　　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；

$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$；　　$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$。

3. 多项式的因式分解：

(1)把一个多项式化为几个整式的积。

(2)常用方法：提公因式法、公式法、十字相乘法、分组分解法。

4. 分式：

(1)分式的性质：分母的值不为零，分子分母没有公因式的分式，叫最简分式；分子、分母同乘或同除一个不为零的式子，分式的值不变。

(2)分式的运算：

加、减法：$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}$；　　乘法：$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$；

除法：$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$；　　乘方：$(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}$。

5. 二次根式：

(1)有关概念：$(\sqrt{a})^2=a\quad(a\geqslant 0)$。$\sqrt{a^2}=|a|$。

(2)二次根式的运算：同类根式可做加、减法。如：$3\sqrt{xy}+5\sqrt{xy}=8\sqrt{xy}$。

同次根式可进行乘、除法，如：$\sqrt{a^3xy^2}\cdot\sqrt{b^2y}=\sqrt{a^3b^2xy^3}$。

(三)方程、方程组

1. 方程的分类及解法：

(1)一元一次方程：

形如 $ax+b=0(a\neq 0)$ 的方程叫一元一次方程，它的解为：$x=-\frac{b}{a}$。

式子 $ax+b=0$ 中，若 $a=0$，当 $b=0$ 时方程 $0\cdot x=0$ 有无数多解；当 $b\neq 0$ 时，方程 $0\cdot x=-b$ 无解。

(2)一元二次方程：形如 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的方程叫一元二次方程。

求根公式：$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$。

根的判别式：令：$\Delta=b^2-4ac$，当 $\Delta>0$，方程有两个相异实根；当 $\Delta=0$，方程有两个相等的实根；当 $\Delta<0$，方程无实根。

根与系数的关系(韦达定理)：

设 x_1、x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两个根，则$\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{b}{a},\\x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}。\end{cases}$

另外，如果有$\alpha+\beta=p,\alpha\cdot\beta=q$，则一元二次方程$x^2-px+q=0$的根是$\alpha,\beta$。

2.方程组：

(1)一次方程组：

二元一次方程组解法：代入消元法，加减消元法。

三元一次方程组解法：消元法转化成二元一次方程组求解。

(2)简单的二元二次方程组：

主要是由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组，还有由两个二元二次方程组成的方程组，其解法是代入消元法。

二、例题分析

例1 单项选择题

1.如果$|a|+|b|=0$，那么a和b的值是( )。

A.互为相反数； B.互为倒数； C.$a=0,b=0$； D.$a>0,b<0$。

答案：C。

分析：$\because |a|\geqslant 0,|b|\geqslant 0$，要使$|a|+|b|=0$，必有$|a|=0,|b|=0$。

2.化简$|x-4|+x-4$结果是( )。

A.$2x-8$； B.0； C.$2x-8$或0； D.$8-2x$。

答案：C。

分析：$x\geqslant 4$时，$|x-4|=x-4$，则$|x-4|+x-4=2x-8$；$x<4$时，$|x-4|=4-x$，则：$|x-4|+x-4=0$。

3.$(-2m-1)^2$的结果是( )。

A.$-4m^2-4m+1$； B.$4m^2-4m+1$； C.$4m^2+4m+1$； D.$-4m^2-4m-1$。

答案：C。

分析：$\because (-2m-1)^2=[-(2m+1)]^2+(2m+1)^2=4m^2+4m+1$。

4.分式$\dfrac{2-|x|}{x^2-x-2}=0$时，x的值为( )。

A.± 2； B.-2； C.2； D.以上答案都不对。

答案：B。

分析：$\begin{cases}2-|x|=0\\x^2-x-2\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\pm 2\\x\neq -1,x\neq 2\end{cases}$，$\therefore X=-2$。

例2 填空题

1.化简：$\sqrt{x^2-6x+9}-|2+x|$(其中$0<x<\dfrac{5}{2}$)为____________。

分析：原式$=|x-3|-|2+x|=(3-x)-(2+x)=1-2x$。

答案：$1-2x$。

2.$(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)=$____________。

分析：由乘法公式可以计算：

原式$=(3a-2b)[(3a)^2+3a\cdot 2b+(2b)^2]=(3a)^3-(2b)^3=27a^3-8b^3$。

答案：$27a^3-8b^3$。

3. $(a-1)(a^2+1)(a+1)-(a^2+1)^2=$______。

分析：原式$=(a-1)(a+1)(a^2+1)-(a^2+1)^2=(a^2-1)(a^2+1)-(a^2+1)^2$

$=a^4-1-(a^4+2a^2+1)=-2a^2-2$。

也可以由$(a^2-1)(a^2+1)-(a^2+1)^2$后用下面解法：

即原式$=(a^2-1)(a^2+1)-(a^2+1)^2=(a^2+1)[a^2-1-(a^2+1)]=-2(a^2+1)$。

答案：$-2a^2-2$。

4. 将$a^2b^2-a^2+2ab+1$分解因式为______。

分析：原式$=a^2b^2+2ab+1-a^2=(ab+1)^2-a^2=(ab+1+a)(ab+1-a)$。

答案：$(ab+a+1)(ab-a+1)$。

5. 在实数范围内$-3x^5+12x^3-12x$分解因式为______。

分析：原式$=-3x(x^4-4x^2+4)=-3x(x^2-2)^2=-3x(x+\sqrt{2})^2(x-\sqrt{2})^2$。

答案：$-3x(x+\sqrt{2})^2\cdot(x-\sqrt{2})^2$。

6. 计算$(\sqrt{18}+\sqrt{48})(\sqrt{2}-2\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$的值等于______。

分析：原式$=(3\sqrt{2}+4\sqrt{3})(\sqrt{2}-2\sqrt{3})-(5-2\sqrt{6})=-23$。

答案：-23。

7. 计算$\frac{1}{\sqrt{3}+1}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{5}-3}=$______。

分析：原式$=\frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}+\frac{2(\sqrt{5}+3)}{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)}$

$=\frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}+\frac{-(\sqrt{5}+3)}{2}=\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{5}-3}{2}$

$=-2$。

答案：-2。

8. 方程$mx^2-3mx+(m+5)=0$有两个相等的实数根，则$m=$______。

分析：∵方程有两个相等的实根，∴$\begin{cases}m\neq0\\ \triangle=0\end{cases}$即：$\begin{cases}m\neq0;\\ 9m^2-4m(m+5)=0。\end{cases}$解得：$m=4$。

答案：$m=4$。

例3 解方程$\frac{2x-1}{3}-\frac{10x+1}{12}=\frac{2x+1}{4}-1$。

解：方程同乘以12，得：

$$4(2x-1)-(10x+1)=3(2x+1)-12,$$

去括号，得：$8x-4-10x-1=6x+3-12$，

移项，得：$8x-10x-6x=3-12+4+1$，

合并同类项，得：$-8x=-4$，

∴ $x=\frac{1}{2}$。

例4 解下列方程：

1. $(x+3)(x-1)=5$；　　2. $4x^2-20x+25=7$；

3. $(2x-1)^2=(x+2)^2$；　　4. $x^2-(2+\sqrt{2})x+\sqrt{2}-3=0$。

解：1. $x^2+2x-8=0$，　$(x+4)(x-2)=0$，

∴$x_1=-4$，　$x_2=2$为方程的根。

2. 解法一：$(2x-5)^2=7$，∴$2x-5=\pm\sqrt{7}$，则 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{7}}{2}$。

解法二：$4x^2-20x+18=0$，即 $2x^2-10x+9=0$，利用求根公式求解：

$$x=\frac{10\pm\sqrt{100-72}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{7}}{2},$$

∴方程的解为：$x=\dfrac{5\pm\sqrt{7}}{2}$。

3. $(2x-1)^2-(x+2)^2=0$，因式分解得：$(3x+1)(x-3)=0$，　$x_1=-\dfrac{1}{3}$，　$x_2=3$。

∴方程的解是 $x_1=-\dfrac{1}{3}$，　$x_2=3$。

4. 由求根公式得 $x_{1,2}=\dfrac{2+\sqrt{2}\pm3\sqrt{2}}{2}$。$x_1=1+2\sqrt{2}$，　$x_2=1-\sqrt{2}$.

∴方程的两个根为 $x_1=1+2\sqrt{2}$，　$x_2=1-\sqrt{2}$。

例 5　解方程组 $\begin{cases}x+2y=5, & (1)\\ x^2-2xy+y^2-1=0。 & (2)\end{cases}$

解：由(1)得：$x=5-2y$　　(3)，(3)代入(2)得 $(5-2y)^2-2y(5-2y)+y^2-1=0$，

整理得：$3y^2-10y+8=0$，$(y-2)(3y-4)=0$，∴$y_1=2$，　$y_2=\dfrac{4}{3}$。

将 y_1,y_2 分别代入(3)式，$x_1=1$，　$x_2=\dfrac{7}{3}$，∴方程组的解为：$\begin{cases}x_1=1,\\ y_1=2;\end{cases}$　　$\begin{cases}x_2=\dfrac{7}{3},\\ y_2=\dfrac{4}{3}。\end{cases}$

例 6　求证：m 取任何实数时，方程 $2x^2-(m+5)x+(m+1)=0$ 都有两个不相等的实数根。

解：　$\triangle=b^2-4ac=(m+5)^2-4\times2(m+1)=m^2+10m+25-8m-4=m^2+2m+17=(m+1)^2+16$，

∵$16>0$，$(m+1)^2\geqslant0$，∴$\triangle>0$，

∴当 m 为任意实数时，方程都有两个不相等的实根。

例 7　已知 x_1,x_2 是方程 $2x^2+4x-5=0$ 的两个根，求作一个新方程，使它的两个根分别为 $\dfrac{1}{x_1}$ 和 $\dfrac{1}{x_2}$，并且系数是整数。

解：由韦达定理有：$\begin{cases}x_1+x_2=-2,\\ x_1\cdot x_2=-\dfrac{5}{2},\end{cases}$　∴$\begin{cases}\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\dfrac{4}{5},\\ \dfrac{1}{x_1}\cdot\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{1}{x_1\cdot x_2}=-\dfrac{2}{5}。\end{cases}$

则以 $\dfrac{1}{x_1},\dfrac{1}{x_2}$ 为根的方程为：$x^2-\dfrac{4}{5}x-\dfrac{2}{5}=0$。

∵要求系数为整数，∴同乘以 5 得：$5x^2-4x-2=0$ 为所求的方程。

例 8　$\begin{cases}x^2-2xy+3y^2=9, & (1)\\ x^2-11xy+12y^2=-9。 & (2)\end{cases}$

解：(1)、(2)两式均无法使用加减消元法进行“消元”，必须用代入法；而两个式子都不能通过因式分解化成一次式。(1)+(2)得：$2x^2-13xy+15y^2=0$，$(x-5y)(2x-3y)=0$，

∴$x-5y=0$　　(3)，　　或 $2x-3y=0$　　(4)，

由(3)得：$x=5y$ 代入(1)得：$25y^2-10y^2+3y^2=9$，$y^2=\frac{1}{2}$，$\therefore y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\begin{cases} y_1=\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ x_1=\frac{5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} y_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ x_2=-\frac{5\sqrt{2}}{2}。 \end{cases}$

由(4)得：$y=\frac{2}{3}x$，代入(2)式中，$x^2-11x\cdot\frac{2}{3}x+12\cdot(\frac{2}{3}x)^2=-9$，$3x^2-22x^2+16x^2=-9$，

$x^2=3$，$\therefore x=\pm\sqrt{3}$，

$\therefore\begin{cases} x_3=\sqrt{3}, \\ y_3=\frac{2\sqrt{3}}{3}, \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=-\sqrt{3}, \\ y_4=-\frac{2\sqrt{3}}{3}。 \end{cases}$

$\therefore$方程组的解为：$\begin{cases} x_1=\frac{5\sqrt{2}}{2}, \\ y_1=\frac{\sqrt{2}}{2}, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-\frac{5\sqrt{2}}{2}, \\ y_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}, \end{cases}$ $\begin{cases} x_3=\sqrt{3}, \\ y_3=\frac{2\sqrt{3}}{3}, \end{cases}$ $\begin{cases} x_4=-\sqrt{3} \\ y_4=-\frac{2\sqrt{3}}{3}。 \end{cases}$

三、练　习　题

(一)填空题

1. 如果 x，y 为实数，且 $|x+1|+(y-1)^2=0$，那么 $x=$____________，$y=$____________。

2. 当 $1\leqslant a<5$ 时，$\sqrt{(a-1)^2}+|5-a|=$____________。

3. 一个多项式除以$(x-1)$得：(x^2+x+1)，那么这个多项式是____________。

4. 已知 $x+\frac{1}{x}=2\sqrt{5}$，那么 $x-\frac{1}{x}=$____________。

5. 化简：$(1-\sqrt{\frac{n}{m}})(m+\sqrt{mn})(m>0,n\geqslant 0)=$____________。

6. 如果方程 $9x^2+2mx+16=0$ 有两个相等的实数根，那么 $m=$____________。

7. 在实数范围内分解因式 $x^4-6x^2+8=$____________。

8. 当 $x=$____________时，分式$\frac{1}{1-\frac{1}{x}}$没有意义。

9. 两数之和为 2，两数之差的绝对值为 6，以这两个数为根的方程是____________。

10. 方程 $x^2+(2m+1)x+(m^2-1)=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的取值范围是____________。

(二)把下列各式分解因式

1. $a^3b-2a^2b^2+ab^3$；　2. $x^2-4xy+4y^2-6x+12y+8$；　3. $(m+1)^3-(m-1)^3$

(三)化简

1. $\sqrt{x^2+2x+1}+|x|(x<-1)$；　2. $6x\sqrt{\frac{x}{4}}-x^2\sqrt{\frac{1}{x}}+\frac{2}{3}x\sqrt{9x}$；

(四)已知 $m>n>0$，求证：方程 $2x^2-(3m+n)x+m\cdot n=0$ 有两个不相等的实数根，且一

根大于 n，另一根小于 n。

（五）解下列各方程、方程组

1. $|x-4|=2-|x-3|$；　　2. $x^3+4x^2-4x-16=0$；

3. $\begin{cases}x=y+2,\\3x-2y=9;\end{cases}$　　4. $\begin{cases}3x+2y-3z=18,\\2x-3y+z=2,\\x-2y+2z=1;\end{cases}$　　5. $\begin{cases}2x^2-xy-3x=0,\\xy-2x^2-2y+1=0。\end{cases}$

四、参考答案

（一）1. $-1,+1$；　2. 4；　3. x^3-1；　4. ±4；　5. $m-n$；　6. ±12；　7. $(x+2)(x-2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$；　8. 0 或 1；　9. $x^2-2x-8=0$；　10. $m\geq-\frac{5}{4}$。

（二）1. $ab(a-b)^2$；　2. $(x-2y-4)(x-2y-2)$；　3. $2(3m^2+1)$。

（三）1. $-2x-1$；　2. $4x\sqrt{x}$；

（四）解：$\because \triangle=[-(3m+n)]^2-4\times2mn$

$$=9m^2-2mn+n^2$$

$$=(m-n)^2+8m^2,$$

$\because m>n>0$，$\therefore \triangle>0$，因此原方程有两个不相等的实数根。

设 x_1,x_2 分别为原方程的两个根，由韦达定理得：$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{3m+n}{2},\\x_1\cdot x_2=\dfrac{mn}{2};\end{cases}$

$(x_1-n)(x_2-n)=x_1x_2-n(x_1+x_2)+n_2=\dfrac{mn}{2}-\dfrac{n(3m+n)}{2}+n^2=\dfrac{n(n-2m)}{2}$，

$\because m>n>0$，$\therefore n-2m<0$，$\therefore (x_1-n)(x_2-n)<0$，

因此原方程中两个根一个比 n 大，另一个比 n 小。

（五）1. $x_1=\frac{5}{2},x_2=\frac{9}{2}$；　2. $x_1=-2,x_2=-4,x_3=2$；　3. $\begin{cases}x=5;\\y=3。\end{cases}$

4. 解：(1)＋(3)式得：$4x-z=19$，(2)＋(3)×(－2)得：$y-3z=0$，解得：$\begin{cases}x=5,\\y=3,\\z=1。\end{cases}$

5. 解：(1)式得 $x(2x-y-3)=0$，可分为两个式：$x=0$ 或 $2x-y-3=0$，这两式分别与(2)式联立：$\begin{cases}x=0,\\xy-2x^2-2y+1=0,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}x_1=0,\\y_1=\dfrac{1}{2};\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x-y-3=0,\\xy-2x^2-2y+1=0,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}x_2=1,\\y_2=-1,\end{cases}$

$\therefore$ 方程组的解是：$\begin{cases}x_1=0,\\y_1=\dfrac{1}{2},\end{cases}$　$\begin{cases}x_2=1,\\y_2=-1。\end{cases}$

第二章　不等式和不等式组

一、基本内容

(一)不等式的性质

1.基本性质:

(1)如果 $a>b$,那么 $b<a$。

(2)如果 $a>b,b>c$,那么 $a>c$。

(3)如果 $a>b$,那么 $a+c>b+c$。

(4)如果 $a>b,c>0$,那么 $ac>bc$。

(5)如果 $a>b,c<0$,那么 $ac<bc$。

2.不等式的推论:

(1)如果 $a>b,c>d$,那么 $a+c>b+d$。

(2)如果 $a>b>0,c>d>0$,那么 $ac>bd$。

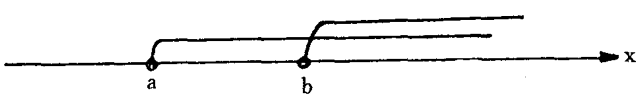
(3)如果 $a>b>0,n\in N$,那么,$a^n>b^n$。

(4)如果 $a>b>0,n\in N$,那么,$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$。

(二)不等式的解

1.一元一次不等式:$ax+b>0$,解为 $x>-\frac{b}{a}(a>0)$;$ax+b<0$,解为 $x<-\frac{b}{a}$。

2.一元一次不等式组:几个一元一次不等式所组成的不等式组,解集是几个一元一次不等式解集的交集。如若 $a<b$,则不等式组$\begin{cases}x>a\\x>b\end{cases}$的解集为 $x>b$,在数轴上表示为:

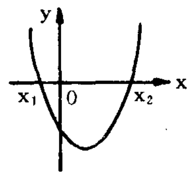
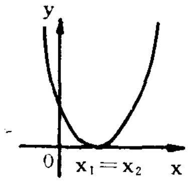
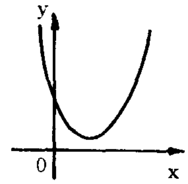


3.一元二次不等式:一般形式为 $ax^2+bx+c>0$ 或 $ax^2+bx+c<0(a\neq0)$,具体解法为:

(1)将 x^2 项系数 a 化为正数后求解。

(2)如果 ax^2+bx+c 容易分解因式,则分解因式后化为一元一次不等式组求解。

(3)一般的一元二次不等式利用一元二次方程和二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的有关性质求解。解法见下表。

判别式 $\Delta=b^2-4ac$		$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 的图象				
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$的根		有两个相异实根 x_1,x_2 且 $x_1<x_2$	有两个相等的实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	没有实根
一元二次不等式的解集	$ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$	$\{x\mid x<x_1\}\cup\{x\mid x>x_2\}$	$\{x\mid x\neq-\dfrac{b}{2a},x\in R\}$	R
	$ax^2+bx+c<0$ $(a>0)$	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

4. 绝对值不等式：绝对值符号内含有未知数的不等式，叫做绝对值不等式。

解法归纳如下：

解集	$a>0$	$a=0$	$a<0$
$\lvert x\rvert>a$	$\{x\mid x<-a$ 或 $x>a\}$	$\{x\mid x\neq0,x\in R\}$	R
$\lvert x\rvert<a$	$\{x\mid -a<x<a\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

5. 数集的区间表示法：设 a、b 是两个实数，且 $a<b$，那么：

(1)用开区间(a,b)表示 $a<x<b$ 的实数，即 $x\in(a,b)$。

(2)用闭区间$[a,b]$表示 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数，即 $x\in[a,b]$。

(3)用$[a,b)$，$(a,b]$分别表示 $a\leqslant x<b$，$a<x\leqslant b$ 的实数。

(4)实数集可用区间表示为$(-\infty,+\infty)$。不等式的解集可以用区间表示。

二、例题分析

例 1 单项选择题

1. 如果 $a<b$，那么，(   )。

A. $a+5>b+5$； B. $3a>3b$； C. $-5a>-5b$； D. $\dfrac{a}{4}>\dfrac{b}{4}$。

答案：C。

2. 已知 $a<b<0$，那么，(   )。

A. $a^2<b^2$； B. $\dfrac{a}{b}<1$； C. $\lvert a\rvert<\lvert b\rvert$； D. $a^3<b^3$。

答案：D。分析：因为正数不等式才能进行乘方运算$-a>-b>0$，这不等式平方得 $a^2>b^2$，A 显然不对，$(-a)^3>(-b)^3$，即 $a^3<b^3$，故而 D 正确。

3. 不等式 $3x-9<0$ 的解集是(　　)。

A. $x>3$； B. $x>-3$； C. $x<-3$； D. $x<3$。

答案：D。分析：$3x<9$，$x<3$。

4. 不等式组 $\begin{cases}5x+6>4x\\15-9x<10-4x\end{cases}$ 的解集是(　　)。

A. $x>-6$； B. $x>1$； C. $-6<x<1$； D. $\varnothing$。

答案：B。分析：不等式 $5x+6>4x$ 的解集是 $x>-6$；不等式 $15-9x<10-4x$ 的解集是 $x>1$，不等式组的解集是 $x>1$，$x>-6$ 的交集，故而为 $x>1$。

5. 不等式 $-2x^2-5x+3<0$ 的解集是(　　)。

A. $x\in R$； B. $x\in\varnothing$； C. $(-3,\frac{1}{2})$； D. $(-\infty,-3)\cup(\frac{1}{2},+\infty)$。

答案：D。分析：$-2x^2-5x+3<0$ 的解为：$2x^2+5x-3>0$，$2x^2+5x-3=0$ 的两个根为 $x_1=-3$，$x_2=\frac{1}{2}$，∴解集为 $x<-3$，或 $x>\frac{1}{2}$。

例 2　填空题

1. 不等式 $-(x-1)(x+2)<0$ 的解集是__________；不等式 $4x(3-2x)\geqslant 0$ 的解集是__________。

解：$-(x-1)(x+2)<0$，即：$(x-1)(x+2)>0$。∴$x>1$ 或 $x<-2$。

不等式 $4x(3-2x)\geqslant 0$ 的解为：$4x(2x-3)\leqslant 0$ 解为 $0\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$。

答案为：$\{x|x>1$ 或 $x<-2\}$ 或用区间表示为：$x\in(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$，第二个填空答案为 $x\in[0,\frac{3}{2}]$。

2. $y=-2x^2+4x-1$，当 x ______时，$y>0$；当 x ______时，$y=0$；当 x ______时，$y<0$。

解：$y>0$，即 $-2x^2+4x-1>0$，$2x^2-4x+1<0$，解为 $1-\frac{\sqrt{2}}{2}<x<1+\frac{\sqrt{2}}{2}$；

$y=0$，即 $-2x^2+4x-1=0$，$2x^2-4x+1=0$，$x=1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$；

$y<0$，即 $-2x^2+4x-1<0$，$2x^2-4x+1>0$，

解得：$x<1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $x>1+\frac{\sqrt{2}}{2}$。

答案：$1-\frac{\sqrt{2}}{2}<x<1+\frac{\sqrt{2}}{2}$；$x=1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$；$x\in(-\infty,1-\frac{\sqrt{2}}{2})\cup(1+\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$。

3. $|2x|\leqslant 4$ 的解集是______；$|-2x|>4$ 的解集是______。

解：$|2x|\leqslant 4$ 即 $|x|\leqslant 2$，$-2\leqslant x\leqslant 2$； $|-2x|>4$ 即 $|x|>2$，解为 $x>2$ 或 $x<-2$。

答案：$[-2,2]$； $(2,+\infty)\cup(-\infty,-2)$。

4. 不等式 $|3x-5|<8$ 的解集是________。

解：$|3x-5|<8$ 可化为 $-8<3x-5<8$，$-3<3x<13$，$-1<x<\frac{13}{3}$，解集是 $(-1,\frac{13}{3})$。

答案：$x\in(-1,\frac{13}{3})$。

例 3　解下列各不等式

1. $x+2\geqslant\frac{x-9}{6}+\frac{x+4}{2}$。