

學何幾何解析

第一卷 第二分冊

В. Н. ДЕЛОНЕ, Д. А. РАЙКОВ 著
北京大學數學力學系幾何教研組譯

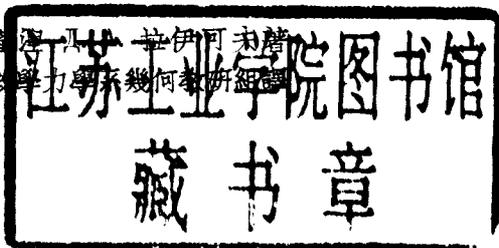
商務印書館

中央人民政府高等教育部介紹
高等學校教學參考書

解 析 幾 何 學

第一卷 第二分冊

B. H. 狄隆 著
北京大學數學系幾何教研組編



商 務 印 書 館

本書係根據蘇聯技術理論書籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы)出版的狄隆涅(Б. Н. Делоне)和拉伊可夫(Д. А. Райков)合著“解析幾何學”第一卷(Аналитическая Геометрия I)1948年版譯出。在蘇聯高等教育部1952年批准的大學數學力學系數學和力學專業一年級解析幾何學大綱裏，本書是主要參考書之一。

本書(第一卷)中譯本分第一·二分冊出版。第一分冊是全書的緒論，內容包括向量，笛卡兒坐標，仿射映射和交映射等。第二分冊講平面上的解析幾何，內容包括平面上的直線，橢圓、雙曲線、拋物線，二階曲線的一般理論。

本書(第一卷)由北京大學數學力學系幾何教研組諸同志集體翻譯。

解 析 幾 何 學

第一卷 第二分冊

北京大學數學力學系幾何教研組譯

★版權所有★

商 務 印 書 館 出 版

上海河南中路二一四號

中國圖書發行公司 總經售

商 務 印 書 館 上 海 廠 印 刷

(52421A2)

1953年11月初版 版面字數272,000

印數1—6,000 定價¥17,500

上海市書刊出版業營業許可證出〇二五號

第二分冊目次

第二部分 平面解析幾何 165

引言 165

§ 37 關於在笛卡兒坐標中用兩個變數的方程表示的曲線。曲線的參數方程...165

1. 解析幾何的基本觀念(165)
2. 在笛卡兒坐標中用方程表示的曲線。例子(166)
3. 曲線的參數方程(169)
4. 曲線的交點(170)
5. 在笛卡兒坐標變換下曲線方程的變換(170)

§ 38 代數曲線和超越曲線 171

1. 代數曲線和超越曲線(171)
2. 代數曲線的方程的次數(172)

第三章 平面上的直線 173

第一篇 平面上直線的方程 173

§ 39 直線, 作為一階曲線 173

§ 40 表示同一條直線的一次方程 175

§ 41 直線按它的方程的作圖 177

§ 42 按各種已知條件求直線的方程 178

1. 已知斜率和縱軸上的截距。線性函數(179)
2. 已知一個點和方向向量。直線的參數方程(179)
3. 已知一個點和斜率(180)
4. 已知兩個點。三個點共線的條件(180)
5. 已知兩條坐標軸上的截距(182)

§ 43 把點的坐標代入直線方程左邊的結果 182

1. 三項式 $Ax+By+C$ 的正負號的幾何意義(183)
2. 線性不等式的幾何意義(184)
3. 三項式 $Ax+By+C$ 的絕對值的幾何意義(185)
4. 線段被直線所分成的比值。已知新笛卡兒坐標軸的方程求坐標變換(185)
5. 直線方程法化的問題(187)

§ 44a 直線的法化方程。從點到直線的距離(第一種講法) 187

1. 法化因子(187)
2. 直線的法化方程。從點到直線的距離(188)
- **3. 向量 (A, B) , 作為線性函數 $Ax+By+C$ 的梯度(189)
- **4. 在一般笛卡兒坐標系統的情形中, 直線方程的法化(189)
5. 直線方程的海色法線式(189)

§ 44b 直線的法化方程。從點到直線的距離(第二種講法) 191

1. 直線方程的度量解釋(191)
2. 法化因子。直線的法化方程。直線方程的

海色法線式(192) 3. 從點到直線的距離(193) **4. 在一般的笛卡兒坐標系統的情形中,直線方程的法化(194)

第二篇 平面上兩條直線的相互位置.....	194
§ 45 平面上兩條直線相互位置的三種可能情形。平行的條件。兩條直線的交點.....	194
1. 兩條直線重合的條件(194) 2. 兩條直線平行的條件(195) 3. 平面上區別兩條直線相互位置的三種可能情形的普遍規則(195) 4. 兩條直線的交點(196)	
§ 46 平面上有順序的一對方向中間的角.....	196
1. 平面上兩個方向中間的角和有順序的一對方向中間的角(196) 2. 有順序的一對由向量規定的方向中間的角;它的公式(197) 3. 兩個方向的垂直條件(198)	
§ 47 平面上有順序的一對直線中間的角。兩條直線的垂直條件.....	198
1. 平面上有順序的一對直線中間的角;它用正切的規定法(198) 2. 有順序的一對直線中間角的正切,用這些直線在直角坐標裏的斜率表達的公式(199)	
3. 兩條直線的垂直條件,用這兩條直線在直角坐標裏的斜率來表達的式子(199) 4. 有順序的一對由普遍方程規定的直線中間的角,它的正切的公式和這樣兩條直線的垂直條件(200)	
第三篇 直線束。縮短記號的方法.....	202
§ 48 直線束的方程.....	202
1. 直線束(202) 2. 包含着兩條已知直線的直線束的方程(202) 3. 直線束方程的研究(203)	
**§ 49 平面上三條直線相互位置的七種可能情形.....	204
**§ 50 平面上的直線和空間中的向量的對比.....	205
§ 51 關於平面上的直線的縮短記號的方法。平面上任意直線的方程,作為組成三角形的三條直線方程的線性組合.....	206
第四篇 凸集合。線性不等式.....	207
§ 52 凸集合。線性不等式組.....	207
1. 凸集合的定義和例子(207) 2. 關於凸集合的交的定理(209) 3. 凸外蓋(209) **4. 有限的點集合的凸外蓋(210) 5. 線性不等式組的幾何意義(211)	
**§ 53 三個線性不等式規定三角形的必要和充分的條件.....	213
第四章 橢圓,雙曲線,拋物線.....	217

第一篇 橢圓	219
*§ 54 橢圓的仿射性質	219
1. 圖形的仿射和度量性質(219)	
2. 任意的圓周, 作為橢圓的特別情形(220)	
3. 圖形的對稱中心(221)	
4. 橢圓的中心(221)	
5. 橢圓與直線的相交(222)	
6. 橢圓的直徑(222)	
7. 共軛直徑(223)	
*§ 55 橢圓的對稱軸。橢圓, 作為圓周壓縮的結果和作為圓周的正射影	225
1. 圖形的對稱軸(225)	
2. 橢圓的兩條對稱軸的存在(225)	
3. 橢圓作為圓周壓縮的結果(225)	
4. 在不是圓周的橢圓中只有兩條對稱軸(226)	
5. 橢圓的半軸(227)	
**6. 平面仿射變換的立方向(227)	
7. 橢圓作為圓周的正射影(228)	
*§ 56 關於橢圓的阿坡隆尼亞定理	229
1. 關於橢圓的第一個阿坡隆尼亞定理(229)	
2. 關於橢圓的第二個阿坡隆尼亞定理(229)	
**§ 57 橢圓旋轉、變換的誘發	230
1. 平面上把橢圓變成自己的仿射變換用平面上把圓周變成自己的仿射變換來誘發(230)	
2. 橢圓旋轉(230)	
3. 橢圓旋轉的角(231)	
4. 平面上把橢圓變成自己的所有仿射變換的決定(231)	
5. 變換誘發的普遍方法(232)	
6. 橢圓旋轉的公式(233)	
§ 58 橢圓的標準方程和普遍形狀	234
1. 橢圓的標準方程(234)	
2. 橢圓作為圓周壓縮的結果(234)	
3. 橢圓的中心、軸線和頂點(235)	
**4. 橢圓的面積(236)	
§ 59 橢圓的直徑(解析法)	236
1. 橢圓與直線的相交(236)	
2. 橢圓的直徑(238)	
3. 共軛直徑(239)	
§ 60 橢圓的焦點、離心率、準線和焦參數	240
1. 橢圓的焦點和離心率(240)	
2. 橢圓的準線(241)	
3. 橢圓的焦參數(241)	
§ 61 橢圓的焦點性質	242
§ 62 橢圓的準線性質	244
§ 63 橢圓的切線	245
1. 曲線的切線(245)	
2. 標準坐標裏橢圓切線的方程(246)	
3. 橢圓切線作為角的平分線的性質(248)	
§ 64 橢圓的主要作圖	251
*1. 仿射作圖(251)	
**2. 用仿射方法來完成仿射作圖(251)	
*3. 橢圓按着兩個共軛半徑的仿射作圖(252)	
4. 橢圓按着軸線的作圖(253)	
5. 橢圓按着軸線的第二種作圖(254)	
6. 橢圓規(255)	
**7. 雷翁那陀·達·芬奇的	

鑽床頭(256)	8. 橢圓的參數方程(256)	9. 橢圓按着焦點和長軸的作圖(256)	**10. 橢圓用紙片摺疊的作圖(257)	11. 橢圓的中心、軸線、焦點和準線按着它的周線的作圖(258)	12. 已知切點的橢圓切線的作圖(259)	13. 橢圓切線從橢圓外的點的作圖(260)
第二篇 雙曲線 260						
§ 65 等邊雙曲線.....260						
1. 等邊雙曲線的定義(260)						
2. 等邊雙曲線對於漸近線的方程(261)						
3. 等邊雙曲線對於漸近線的方程的幾何意義(263)						
*§ 66 雙曲線的仿射性質:兩個幾何的定義,漸近線和中心.....264						
1. 一般雙曲線的兩個幾何的定義(264)						
2. 雙曲線的漸近線(264)						
3. 雙曲線只有兩條漸近線(261)						
4. 雙曲線的中心(265)						
5. 共軛雙曲線(265)						
6. 共漸近線的雙曲線族(266)						
*§ 67. 雙曲線的對稱軸作為等邊雙曲線壓縮結果的一般雙曲線..... 267						
1. 雙曲線的對稱軸(267)						
2. 頂點,實軸和虛軸(268)						
3. 雙曲線的“外切長方形”(268)						
4. 作為等邊雙曲線壓縮結果的一般雙曲線(269)						
*§ 68 雙曲旋轉.....270						
1. 雙曲旋轉的定義和總的描述(270)						
**2. 夾在雙曲線和它的漸近線中間的面積的無限性(272)						
**3. 把雙曲線變成自己的任意仿射變換(272)						
*§ 69 雙曲線的仿射性質:與直線的相交,直徑.....273						
1. 關於在雙曲旋轉下直線的變換的引理(273)						
2. 雙曲線與直線的相交(274)						
3. 雙曲線的直徑(275)						
4. 共軛直徑(277)						
5. 共軛方向的作圖(278)						
*§ 70 關於雙曲線的阿坡隆尼亞定理.....279						
1. 關於雙曲線的第一個阿坡隆尼亞定理(279)						
2. 關於雙曲線的第二個阿坡隆尼亞定理(279)						
**§ 71 雙曲旋轉的係數和角. 雙曲函數.....280						
1. 雙曲旋轉的係數(280)						
2. 雙曲旋轉的角(280)						
3. 在雙曲旋轉的角和係數中間的函數關係(281)						
4. 雙曲函數(283)						
5. 正雙曲旋轉的公式. 用指數表示雙曲函數的式子(284)						
6. 一般雙曲旋轉的公式(285)						
7. 羅倫茲變換(286)						
§ 72 雙曲線的標準方程和普遍形狀.....286						
1. 雙曲線的標準方程(286)						
2. 雙曲線的中心和軸線(287)						
3. 雙曲線的分支和漸近線(288)						
§ 73 雙曲線的直徑(解析法).....290						

1. 雙曲線與直線的相交(290) 2. 雙曲線的直徑(292) 3. 共軛直徑(294)	
§ 74 雙曲線的離心率、焦點、準線和焦參數.....	295
1. 雙曲線的離心率(295) 2. 雙曲線的焦點和準線(295) 3. 雙曲線的焦參數(296)	
§ 75 雙曲線的焦點性質.....	293
§ 76 雙曲線的準線性質.....	298
§ 77 雙曲線的切線.....	299
1. 標準坐標裏雙曲線切線的方程(299) **2. 漸近線是雙曲線的切線當切點遠在無窮遠處時的極限位置(301) 3. 雙曲線切線作為平分線的性質(302) **4. 雙曲線的切線從漸近線中間的角所截下的面積(303)	
§ 78 雙曲線的主要作圖.....	303
*1. 雙曲線按着漸近線和一個點的仿射作圖(303) 2. 雙曲線按着焦點和實軸的作圖(304) **3. 雙曲線用紙片摺疊的作圖(305) 4. 雙曲線的中心、軸線、焦點、漸近線和準線按着它的周線的作圖(306) 5. 已知切點的雙曲線切線的作圖(308) 6. 雙曲線切線從雙曲線外一個點的作圖(308)	
第三篇 拋物線.....	308
§ 79 拋物線的普遍形狀.....	308
§ 80 拋物線的平行移動.....	311
1. 從拋物線 $y = kx^2$ 經過平行移動而得到的拋物線的普遍方程(311) 2. 通過三個點的拋物線的引進法(311)	
*§ 81 拋物旋轉.....	313
*§ 82 拋物線與直線的相交。拋物線的直徑.....	315
1. 拋物線與直線的相交(315) 2. 拋物線的直徑(316) 3. 與拋物線的直徑共軛的方向(316)	
*§ 83 任意拋物線的對稱軸。所有拋物線的相似.....	317
1. 任意拋物線的對稱軸的存在(317) 2. 在以任意拋物線的頂點為原點、以對稱軸為縱軸的直角坐標系統裏，這個拋物線的方程(317) 3. 所有拋物線的相似(319)	
**§ 84 把拋物線變成自己的仿射變換.....	319
§ 85 拋物線的標準方程。焦點，準線和焦參數.....	320
1. 拋物線的標準方程(321) 2. 焦點，準線和焦參數(322)	
§ 86 拋物線的直徑(解析法).....	322
1. 拋物線與直線的相交(323) 2. 拋物線的直徑(323)	
§ 87 拋物線的準線性質.....	325

§ 88 拋物線的切線.....	326
1. 標準坐標裏拋物線切線的方程 (326)	
2. 拋物線切線作為平分線的性質 (328)	
§ 89 拋物線的主要作圖.....	329
*1. 拋物線按着切線、通過切點的直徑和一個點的作圖 (329)	
2. 拋物線按焦點和準線的作圖 (331)	
**3. 拋物線用紙片摺疊的作圖 (331)	
4. 拋物線的對稱軸、焦點和準線按着它的周線的作圖 (332)	
5. 已知切點的拋物線切線的作圖 (333)	
6. 拋物線切線從拋物線外一個點的作圖 (333)	
**第四篇 橢圓、雙曲線和拋物線的族.....	334
**§ 90 共焦點的橢圓和雙曲線.....	334
1. 共焦點的橢圓和雙曲線的族的方程 (334)	
2. 共焦點的橢圓族和共焦點的雙曲線族的正交性 (334)	
**§ 91 同位相似的橢圓、雙曲線和拋物線的族.....	335
1. 兩個變數函數的平準線 (335)	
2. 同位相似的橢圓族的方程 (335)	
3. 共漸近線的雙曲線族的方程 (336)	
4. “同位相似”的拋物線 (336)	
**§ 92 橢圓、雙曲線和拋物線對於頂點和通過焦點的軸線說的方程.....	337
第五篇 橢圓、雙曲線和拋物線在極坐標裏的方程.....	338
§ 93. 極坐標.....	338
1. 極坐標的定義 (338)	
2. 連繫極坐標和直角坐標的公式 (339)	
**3. 在極坐標裏的曲線方程的例子 (340)	
§ 94 橢圓、雙曲線和拋物線在極坐標裏的焦點方程.....	340
**第六篇 橢圓、雙曲線和拋物線作為圓錐截線.....	341
**§ 95 圓錐截線.....	341
1. 正圓錐曲面 (341)	
2. 圓錐與不同傾斜度的平面相交 (341)	
3. 橢圓作為圓錐截線 (342)	
4. 雙曲線作為圓錐截線 (343)	
5. 拋物線作為圓錐截線 (344)	
6. 橢圓和雙曲線的準線 (344)	
**§ 96 二階錐面.....	345
**§ 97 橢圓、雙曲線和拋物線作為圓周的透視.....	345
第五章 二階曲線的一般理論.....	347
第一篇 二階曲線利用雅可比的配平方方法的仿射分類.....	348
*§ 98 曲線的仿射分類的原則.....	348
1. 圖形的仿射類 (348)	
2. 由已知次數的代數方程表達的曲線的仿射分類	

題(349)	
*§ 99 用配平方的方法把帶兩個變數的二次多項式引向最簡單的形狀	350
1. 仿射等價的多項式(350)	
2. 用配平方的方法把帶兩個變數的二次多項式引向最簡單的形狀(351)	
*§ 100 二階曲線的仿射分類	356
1. 二階曲線的八個仿射類(355)	
2. 最簡單的多項式的仿射不等價性(359)	
**§ 101 從二階曲線的方程應用配平方的方法求它的仿射類和它在平面上的位置的一些例子	359
第二篇 二階曲線的歸範方程、標準方程和仿射分類	365
§ 102 利用變數的正交變換把二元二次形式變成平方和	366
§ 103 利用變數的正交變換把帶兩個變數的二次多項式變成歸範多項式和標準多項式	367
1. 變成歸範多項式的變換(367)	
2. 整理成標準形狀(369)	
§ 104 二階曲線的仿射分類	372
1. 在直角坐標裏由標準方程表達的曲線(372)	
2. 由同樣形狀的標準方程表達的二階曲線的仿射等價性(373)	
3. 由不同形狀的標準方程表達的二階曲線的仿射不等價性(376)	
4. 二階曲線的仿射類(376)	
第三篇 二階曲線標準方程的參數利用不變量的計算法	377
§ 105 關於二次形式的變換的定理	377
1. 二次形式的矩陣(377)	
2. 在變數的齊次線性變換下二次形式的變換(378)	
3. 在變數的齊次線性變換下二次形式的行列式的改變(380)	
§ 106 帶兩個變數的二次多項式的前兩個不變量	381
§ 107 帶兩個變數的二次多項式的第三個不變量	384
§ 108 半不變量	385
§ 109 帶兩個變數的二次多項式的歸範類型通過不變量和半不變量的檢驗法	389
§ 110 歸範多項式的係數通過不變量和半不變量的計算法	390
§ 111 二階曲線的類和它的標準方程利用不變量的決定法·總表	394
§ 112 特別情形:圓周、等邊雙曲線和一對垂直線的方法的檢驗法	400
1. 表達圓周的二次方程的檢驗法(400)	
2. 表達等邊雙曲線的二次方程的檢驗法(402)	
3. 表達一對互相垂直的直線的二次方程的檢驗法(402)	
**§ 113 對於一般的笛卡兒坐標系統而言,帶兩個變數的二次多項式的度量不變量	408
1. 度量不變量(408)	
2. 前兩個度量不變量(405)	
3. 第三個度量不變量	

(406) 4. 度量半不變量(407)	
**§ 114 在已知度量的任意標架裏,從二階曲線的已知方程求它的標準方程	408
第四篇 在原来的直角坐標系統的標架裏,二階曲線的位置	409
§ 115 二階中心曲線位置問題的解決	410
1. 把坐標原點平行移動到中心(410) 2. 橢圓和雙曲線的軸線(412) 3. 一對相交的直線(414) 4. 雙曲線的漸近線(415) **5. 例子(415)	
§ 116 拋物線位置問題的解決	418
§ 117 一對平行直線位置問題的解決	424
第五篇 在複二維空間裏的二階曲線	428
§ 118 關於複二維空間	428
1. 定義(428) 2. 直線的參數方程(429) 3. 平面上用方向向量的坐標來規定方向(430) 4. 變換成新的笛卡兒坐標(431)	
§ 119 二階曲線與直線的交點	432
§ 120 二階曲線的漸近方向. 橢圓型、雙曲型和拋物型曲線	435
1. 漸近方向(435) **2. 關於首項係數趨向於零的二次方程的根的引理(435) **3. 二階曲線的“無窮遠點”(436) 4. 橢圓型、雙曲型和拋物型曲線(437)	
§ 121 二階曲線的中心	439
1. 決定中心的方程(439) 2. 中心的和非中心的二階曲線(440) 3. 把坐標原點移到中心(441)	
§ 122 二階曲線的直徑	443
1. 與已知的非漸近方向共軛的直徑(443) 2. 直徑的方程(443) 3. 二階中心曲線的直徑(444) 4. 漸近線(446) 5. 二階非中心曲線的直徑(447) 6. 主直徑(448) 7. 二階中心曲線對於共軛直徑說的方程(450) 8. 二階非中心曲線對於直徑和共軛方向的軸線說的方程(450) 9. 把實二階曲線的方程引向標準形狀(451)	
§ 123 二階曲線的切線	452
1. 二階曲線切線的代數形式上的定義(452) 2. 切線的方程(453) 3. 一對不重合直線的情形(454) 4. 切線和直徑中間的關係(454) 5. 不可分解的二階曲線,對於切線和通過切點的直徑說的方程(454)	
索引	456

