义务教育课程标准实验教材

数学习题精选

SHUXUE
XITI
JINGXUAN

九年级上

人民教育出版社授权
配人教版教材使用

浙江教育出版社

义务教育课程标准实验教材

数学习题精选

主　　编：朱先东
本册编者：林明珠　林咸聪　李梦虎
王丽君　张丽珍　陶岳灯
何华龙

九年级上

人民教育出版社授权
配人教版教材使用
浙江教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

义务教育课程标准实验教材数学习题精选. 九年级. 上 / 朱先东编. —杭州：浙江教育出版社，2006.8

ISBN 7-5338-6501-4

Ⅰ. 义… Ⅱ. 朱… Ⅲ. 数学课－初中－习题

Ⅳ. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 079883 号

责任编辑： 金馥菊　　**责任校对：** 余晓克

装帧设计： 韩　波　　**责任印务：** 温劲风

义务教育课程标准实验教材

数学习题精选 ●九年级上●

出　　版： 浙江教育出版社

（杭州市天目山路 40 号　邮编 310013）

发　　行： 浙江省新华书店集团有限公司

制　　作： 杭州富春电子印务有限公司

印　　刷： 杭州钱江彩色印务有限公司

开　　本： 787×960　1/16

印　　张： 10.5

字　　数： 235 000

版　　次： 2006 年 8 月第 1 版

印　　次： 2006 年 8 月第 1 次

印　　数： 0 001－9 800

书　　号： ISBN 7-5338-6501-4/G·6471

定　　价： 10.20 元

联系电话：0571-85170300-80928

e-mail:zjjy@zjcb.com　网址：www.zjeph.com

说明 Shuoming

新编写的《义务教育课程标准实验教材 数学习题精选》以《全日制义务教育数学课程标准》(以下简称《课标》)为依据,紧扣《课标》要求,体现《课标》倡导探究性学习、培养数学素养的理念,与教科书同步。旨在为教师和学生提供更丰富的材料,包括数学实验、数学探究、数学背景等。该书继承了原《数学习题精选》收编题目新颖、灵活、典型,知识和技能覆盖面广,重视解题方法的点拨、解题技能的归纳和思维训练等特色,同时又对结构和体例作了全新改革。以例题、习题和互动探究的形式,为学生提供更多、更有趣的数学问题和数学活动来丰富课堂教学,让学生在充分体验问题解决的过程中,学会问题解决的策略、思想和方法,熟练地掌握基础知识和基本技能,增强数学应用能力。

本套丛书按教科书章节顺序编写,每章均设有"例题精析·能力训练""综合例析·综合训练""自我评估"等栏目。

例题精析·能力训练 按课时编写,主要围绕本节课教学的重点和难点,帮助学生理解概念,掌握性质、定理、方法和技巧,纠正易犯的错误,逐步培养学生综合运用知识的能力。习题设置了复习巩固、综合运用和拓广探索三个层次,有针对性地选配习题,突出基础性、普及性和发展性,为学生提供了充分发展的空间,使数学教学面向全体学生。"数学活动"中能帮助学生更好地理解所学的数学内容,体会所学知识的应用,使学生在活动中加深对相应内容的认识,提高运用知识的能力。

综合例析·综合训练 主要是梳理本章知识,概述本章主要内容、重点、难点以及主要的性质、定理、公式,特别指出本章所蕴含的数学思想方法和学生学习方法上值得注意的问题。纵览全章,起到复习、拓展、加强应用和综合训练的作用。"互动探究"中设置一些与本章知识相关的开放性、探究性问题,优化学生的思维品质,培养学生解决问题的思维、方法以及创新意识和创新能力。

自我评估 分A卷、B卷两部分。A卷主要是比较贴近教学内容的基础题;B卷主要是帮助学生进一步发展、提高的中等题和提高题。两份试卷力求题型新颖,特别注重开放性、应用性、综合性题目的开发和配置。

浙江教育出版社

2006年8月

目录 MULU

第二十一章　二次根式

例题精析·能力训练

21.1　二次根式

●形如________的式子叫二次根式.

●二次根式的性质:(1) $\sqrt{a}$____0 ($a\geqslant 0$);

(2) $(\sqrt{a})^2=$____ ($a\geqslant 0$);

(3) $\sqrt{a^2}=$____ ($a\geqslant 0$).

21.1.1　二次根式(一)

例题精析

例1　下列各式,哪些是二次根式?哪些不是二次根式?

$2\sqrt{3}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{-2}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt{a^2+1}$,

$\sqrt{x^2+2x+1}$, $\sqrt{\frac{1}{x}}$.

分析　判断一个式子是不是二次根式,要严格按定义来判断.一是含二次根号;二是被开方数必须是非负数.

解　$\sqrt{a^2+1}$,　∵　$a^2\geqslant 0, a^2+1>0$,

∴　$\sqrt{a^2+1}$是二次根式.

$\sqrt{x^2+2x+1}$,

∵　$x^2+2x+1=(x+1)^2\geqslant 0$,

∴　$\sqrt{x^2+2x+1}$是二次根式.

$\sqrt{\frac{1}{x}}$,　∵　$\frac{1}{x}$可能大于0,也可能小于0,

∴　$\sqrt{\frac{1}{x}}$不一定是二次根式.

$2\sqrt{3}$是二次根式.

$\sqrt{16}$虽然等于4,但$\sqrt{16}$符合二次根式的定义,　∴　$\sqrt{16}$是二次根式.

$\sqrt{-2}$的被开方数$-2<0$,

∴　不是二次根式.

$\sqrt[3]{5}$的根指数不是2,　∴　不是二次根式.

综上所述,$2\sqrt{3}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{a^2+1}$, $\sqrt{x^2+2x+1}$是二次根式,$\sqrt{-2}$,$\sqrt[3]{5}$不是二次根式,$\sqrt{\frac{1}{x}}$不一定是二次根式.

拓展　求下列二次根式中的x的取值范围:

(1) $\sqrt{2x-3}$;　　(2) $\sqrt{(x-6)^2}$;

(3) $\sqrt{x-4}+\sqrt{x+2}$;(4) $\frac{3}{\sqrt{2-x}}$.

例2　在实数范围内因式分解:

(1) x^2-3;　　(2) $a^2-2\sqrt{5}a+5$.

分析　逆用二次根式的性质$(\sqrt{a})^2=a$ ($a\geqslant 0$),得$3=(\sqrt{3})^2$,$5=(\sqrt{5})^2$.再利用平方差公式和完全平方公式进行因式分解.

解　(1) $x^2-3=x^2-(\sqrt{3})^2$

$=(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$.

(2) $a^2-2\sqrt{5}a+5=a^2-2\sqrt{5}a+(\sqrt{5})^2$

$=(a-\sqrt{5})^2$.

拓展　在实数范围内因式分解:

(1) $2x^2-10$;　　(2) x^4-5x^2+6.

能力训练

【复习巩固】

1. x 是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

(1) $\sqrt{x-3}$；　(2) $\sqrt{-5x}$；

(3) $\sqrt{|x|+1}$；　(4) $\dfrac{\sqrt{x-1}}{|x|-2}$.

2. 计算：

(1) $(\sqrt{13})^2$；　(2) $(-\sqrt{1.8})^2$；

(3) $\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)^2$；　(4) $(\sqrt{x^2+1})^2$.

3. 已知等腰直角三角形的面积为 7，则它的腰长为________.

4. 使 $\sqrt{x}+\sqrt{-x}$ 有意义的 x 的值是________.

5. 把下列非负数写成一个数的平方的形式：

(1) 5；　(2) $\dfrac{2}{3}$；

(3) $4\dfrac{1}{4}$；　(4) $a+2\ (a\geqslant -2)$.

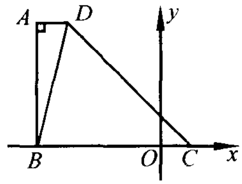
6. 在实数范围内因式分解：

(1) $9x^2-5$；　(2) x^4-36；

(3) $x^2-2\sqrt{3}x+3$.

7. 已知菱形的两条对角线长分别为 4 和 6，求菱形的边长.

8. 如图，直角梯形 $ABCD$ 在平面直角坐标系中的四个顶点的坐标分别为 $A(-4,4)$，$B(-4,0)$，$C(1,0)$，$D(-3,4)$，求线段 CD 和 BD 的长.



（第 8 题）

【综合运用】

9. 已知 x,y 满足 $\sqrt{x+2y-3}+|x-2y-5|=0$，求 xy 的值.

【拓广探索】

10. 若 a,b 为实数，且 $b=\sqrt{a-2}+\sqrt{2-a}+3$，求 $(\sqrt{a})^2+b$ 的值.

21.1.1 二次根式(二)

例题精析

例 1 化简：

(1) $\sqrt{(-11)^2}$；　(2) $-\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2$；

(3) $\sqrt{(3.14-\pi)^2}$；　(4) $\sqrt{\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2}}$.

分析 本题运用$\sqrt{a^2}=a$ $(a\geqslant0)$进行化简,同时注意与$(\sqrt{a})^2=a$的区别.(1) 先将$(-11)^2$化成11^2,再开方;(2) 利用$(\sqrt{a})^2=a$化简;(3) 因为$3.14-\pi<0$,所以先将$(3.14-\pi)^2$化成$(\pi-3.14)^2$,再开方;(4) 先将负整数指数转化为正整数指数,再计算.

解 (1) $\sqrt{(-11)^2}=\sqrt{11^2}=11$.

(2) $-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=-\frac{2}{3}$.

(3) $\sqrt{(3.14-\pi)^2}=\sqrt{(\pi-3.14)^2}=\pi-3.14$.

(4) $\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}}=\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2}=\frac{5}{3}$.

例 2 化简:$(\sqrt{2x-5})^2+\sqrt{(5-2x)^2}$.

分析 本题是考查$(\sqrt{a})^2=a$与$\sqrt{a^2}=a$ $(a\geqslant0)$知识的综合应用,同时还要注意题中隐含着$2x-5\geqslant0$的条件.

解 由题意,得$2x-5\geqslant0$,

$\therefore$ $\sqrt{(5-2x)^2}=|5-2x|=2x-5$.

$\therefore$ $(\sqrt{2x-5})^2+\sqrt{(5-2x)^2}$

$=2x-5+|5-2x|=2x-5+2x-5=4x-10$.

拓展 已知$\sqrt{(x-5)(x-9)^2}=(9-x)\sqrt{x-5}$,且$x$为偶数,求$x$的值.

能力训练

【复习巩固】

1. 观察下列等式,其中不成立的是(　　)

(A) $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}$.

(B) $\sqrt{(a-b)^2}=\sqrt{(b-a)^2}$.

(C) $\sqrt{(a+b)^2}=\pm(a+b)$.

(D) $\sqrt{|a|^2}=|\sqrt{a^2}|$.

2. 计算:

(1) $(\sqrt{6})^2=$________;

(2) $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2}=$________;

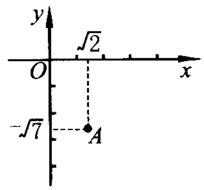
(3) $\sqrt{(-2)^{-2}}=$________.

3. 计算:

(1) $\sqrt{(-3)^2}-(\sqrt{3})^2=$________;

(2) $(-\sqrt{11})^2+\sqrt{(-17)^2}=$________.

4. 如图,点A $(\sqrt{2},-\sqrt{7})$是平面直角坐标系中一点,则点A到原点的距离为________.



(第 4 题)

5. 化简:$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}=$________.

6. 当式子$\sqrt{x-5}+\sqrt{7-x}$有意义时,x的取值范围为________.

7. 若$\sqrt{200x}$是整数,则最小正整数x的值为________.

8. 若$\sqrt{13-x}$是整数,求自然数x的值.

【综合运用】

9. 对于题目"化简并求值:$\frac{1}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}$,其中$a=\frac{1}{5}$",甲、乙两人的解答如下:

甲:$\frac{1}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}=\frac{1}{a}+\sqrt{\left(\frac{1}{a}-a\right)^2}\Rightarrow$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-a=\frac{2}{a}-a=\frac{49}{5}$;

乙:$\frac{1}{a}+\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2-2}=\frac{1}{a}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}\Rightarrow$

$\frac{1}{a}+a-\frac{1}{a}=a=\frac{1}{5}$.

谁的解答是错误的？为什么？

【拓广探索】

10. 已知△ABC的三边长分别是1，k，3，化简 $7-\sqrt{4k^2-36k+81}-|2k-3|$.

21.2 二次根式的乘除

● $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=$________ $(a\geqslant0,b\geqslant0)$；

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=$________$(a\geqslant0,b>0)$.

●最简二次根式的特征：

(1) 被开方数不含________；

(2) 被开方数中不含________.

21.2.1 二次根式的乘法

例题精析

例1 计算：

(1) $\sqrt{\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\left(-\dfrac{27}{8}\right)}$；

(2) $\sqrt{x^2(x^2+y^2)}$；

(3) $\sqrt{6}\times\sqrt{15}\times\sqrt{10}$；

(4) $\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{1}{b}}\cdot\sqrt{a^2b}\ (a>0)$.

分析 利用公式$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$或$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant0,b\geqslant0)$进行化简.

解 (1) $\sqrt{\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\left(-\dfrac{27}{8}\right)}=\sqrt{\dfrac{2}{3}\times\dfrac{27}{8}}$

$=\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\dfrac{3}{2}$.

(2) $\sqrt{x^2(x^2+y^2)}=x\sqrt{x^2+y^2}$.

(3) $\sqrt{6}\times\sqrt{15}\times\sqrt{10}=\sqrt{6\times15\times10}$

$=\sqrt{2^2\times3^2\times5^2}=2\times3\times5=30$.

(4) $\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{1}{b}}\cdot\sqrt{a^2b}=\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{1}{b}\times a^2b}$

$=\dfrac{1}{a}\sqrt{a^2}=\dfrac{1}{a}\times a=1$.

拓展 化简：$\sqrt{xy}\cdot\sqrt{x^3y+2x^2y^2+xy^3}$.

例2 把下列各式中根号外的因式，适当地改变后移到根号内：

(1) $2\sqrt{\dfrac{1}{2}}$；　　(2) $-3\sqrt{\dfrac{2}{3}}$；

(3) $x\sqrt{\dfrac{3}{x}}$；　　(4) $(1-x)\sqrt{\dfrac{1}{x-1}}$.

分析 把根号外的正数平方后移入根号内；负数不能直接移入根号内，要把“－”留在根号外；根号外是代数式的，要进行讨论.

解 (1) $2\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\sqrt{2^2\times\dfrac{1}{2}}=\sqrt{4\times\dfrac{1}{2}}=\sqrt{2}$.

(2) $-3\sqrt{\dfrac{2}{3}}=-\sqrt{3^2\times\dfrac{2}{3}}=-\sqrt{6}$.

(3) ∵ $x>0$，

∴ $x\sqrt{\dfrac{3}{x}}=\sqrt{x^2\cdot\dfrac{3}{x}}=\sqrt{3x}$.

(4) ∵ $x-1>0$， ∴ $1-x<0$，

∴ $(1-x)\sqrt{\dfrac{1}{x-1}}=-\sqrt{(1-x)^2\cdot\dfrac{1}{x-1}}$

$=-\sqrt{(x-1)^2\cdot\dfrac{1}{x-1}}=-\sqrt{x-1}$.

拓展 把$a\sqrt{-\dfrac{1}{a}}$根号外的a适当改变后

移入根号内,正确的结果是(　　)

(A) $-\sqrt{-a}$.　　(B) $\sqrt{-a}$.

(C) $-\sqrt{a}$.　　(D) $\sqrt{a}$.

能力训练

【复习巩固】

1. 化简：$\sqrt{80}$ = ________；$\sqrt{12\times27}$ = ________；$\sqrt{4a^2b^2}$ $(ab\geqslant0)$ = ________.

2. 化简：$\sqrt{6}\times\sqrt{2}$ = ________；$2\sqrt{\frac{2}{3}}\times6\sqrt{\frac{75}{8}}$ = ________；$\sqrt{3a}\cdot\sqrt{6ab}\cdot\sqrt{2b}$ = ________.

3. $\sqrt{9-a^2}=\sqrt{3+a}\cdot\sqrt{3-a}$成立的条件是________.

4. 已知三角形的底边长为$\sqrt{15}$,底边上的高为$\sqrt{6}$,则这个三角形的面积S=________.

5. 火箭、人造卫星冲破地球的万有引力的束缚,围绕地球旋转,它们的速度都必须超过一定的数值,这个速度我们称之为第一宇宙速度.计算这一速度的公式是$v=\sqrt{gR}$,其中g为重力加速度,通常取9.8 m/s²,R是地球半径,约为6 370 km.第一宇宙速度是________ m/s(结果用科学记数法表示,并保留2个有效数字).

6. 把$-4\sqrt{3}$根号外的因式移入根号内,其结果是(　　)

(A) $\sqrt{12}$.　　(B) $-\sqrt{12}$.

(C) $-\sqrt{48}$.　　(D) $\sqrt{48}$.

7. 下列计算正确的是(　　)

(A) $3\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$.

(B) $-3\sqrt{\frac{1}{3}}=\sqrt{(-3)^2\times\frac{1}{3}}=\sqrt{3}$.

(C) $\sqrt{(-4)\times(-9)}=\sqrt{-4}\times\sqrt{-9}$
$=(-2)\times(-3)=6$.

(D) $\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{(13+12)(13-12)}$
$=\sqrt{25}=5$.

8. 计算或化简：

(1) $\frac{1}{2}\sqrt{2}\times\sqrt{14}$；

(2) $\sqrt{1.6\times10^4}\times\sqrt{4\times10^3}$；

(3) $\sqrt{8x^3y^4}$；

(4) $\frac{3}{4}\sqrt{8a}\cdot\left(-\frac{2}{3}\sqrt{2a}\right)$.

【综合运用】

9. 已知等腰三角形的腰长为$\sqrt{24}$ cm,底边长为$2\sqrt{6}$ cm,求它的面积.

【拓广探索】

10. 用计算器探索：

(1) $\sqrt{121(1+2+1)}$ = ________；

(2) $\sqrt{12\ 321(1+2+3+2+1)}$ = ________；

(3) $\sqrt{1\ 234\ 321(1+2+3+4+3+2+1)}$ = ________；

(4) 由此猜想：

$\sqrt{1\ 234\ 567\ 654\ 321(1+2+\cdots+7+6+\cdots+2+1)}$ = ________.

21.2.2 二次根式的除法

例题精析

例1 把下列各式化成最简二次根式：

（1）$\frac{6}{\sqrt{6}}$；（2）$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$；（3）$\frac{\sqrt{3xy^2}}{\sqrt{27x^3y^2}}$.

分析 （1）分母、分子同时乘$\sqrt{6}$，可以化去分母中的根号，或将分子中的6化为$(\sqrt{6})^2$，然后分母、分子约分也可以化去分母中的根号；（2）先将分母中的$\sqrt{12}$化简为$2\sqrt{3}$，然后分母、分子同时乘$\sqrt{3}$化去分母中的根号；（3）将$\sqrt{27x^3y^2}$化为$3x\sqrt{3xy^2}$，然后分母、分子约分，便可化去分母中的根号.

解 （1）$\frac{6}{\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{6}}{6}=\sqrt{6}$，

或$\frac{6}{\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{6})^2}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$.

（2）$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

（3）$\frac{\sqrt{3xy^2}}{\sqrt{27x^3y^2}}=\frac{\sqrt{3xy^2}}{3x\sqrt{3xy^2}}=\frac{1}{3x}$.

例2 如图21－1，在△ABC中，∠ACB＝90°，$AB=\sqrt{8}$，$BC=\sqrt{2}$，求斜边AB上的高CD的长.

分析 根据勾股定理，先求出另一直角边AC的长，然后求出三角形的面积，再利用面积关系就可求出斜边上的高CD的长.

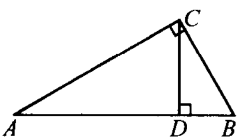


图21－1

解 根据勾股定理，得$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{(\sqrt{8})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}=\sqrt{3}$.

又∵ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}CD\cdot AB=\frac{1}{2}CD\times\sqrt{8}=\sqrt{2}CD$，

∴ $\sqrt{2}CD=\sqrt{3}$.

∴ $CD=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

能力训练

【复习巩固】

1. 下列根式中，属于最简二次根式的是（　　）

（A）$\sqrt{18m}$.　（B）$\sqrt{a^2+4}$.

（C）$\sqrt{\frac{1}{x}}$.　（D）$\sqrt{5a^2b}$.

2. 已知下列运算：

①$3\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2}$；②$\sqrt{\frac{2}{9}}=3\sqrt{2}$；

③$\sqrt{4\frac{1}{2}}=2\sqrt{\frac{1}{2}}$；④$\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{9}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$.

其中错误的有（　　）

（A）1个.　（B）2个.

（C）3个.　（D）4个.

3. 化简：

（1）$\sqrt{\frac{5}{36}}=$________；

（2）$\sqrt{1\frac{3}{49}}=$________；

（3）$\sqrt{\frac{2x}{25y^2}}=$________.

4. 代数式$\sqrt{\frac{x-4}{x-5}}=\frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-5}}$成立的条件是________.

5. 化简或计算：

(1) $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}$；(2) $\dfrac{\sqrt{3}m}{\sqrt{6m}}$；

(3) $-\sqrt{19}\div\sqrt{95}$；(4) $\sqrt{12x}\div\dfrac{3}{5}\sqrt{y}$.

6. 计算：

(1) $\sqrt{18}\div(\sqrt{8}\times\sqrt{27})$；

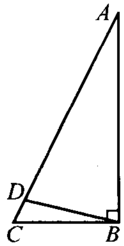
(2) $\sqrt{1\dfrac{2}{3}}\div\sqrt{2\dfrac{1}{3}}\times\sqrt{1\dfrac{2}{5}}$；

(3) $\sqrt{2\dfrac{1}{2}}\div3\sqrt{28}\times\left(-5\sqrt{2\dfrac{2}{7}}\right)$；

(4) $\dfrac{2}{b}\sqrt{ab^5}\times\dfrac{3}{2}\sqrt{a^3b}\div3\sqrt{\dfrac{b}{a}}$.

7. 解方程：$2\sqrt{2}x=\sqrt{12}$.

8. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$AB=2$，$BC=1$，$AD=AB$，求$\dfrac{AD}{AC}$的值.



（第8题）

【综合运用】

9. 在摆角很小（小于5°）的情况下，单摆的周期跟摆长的平方根成正比，跟重力加速度的平方根成反比，用公式 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ 可求得单摆的摆动周期T. 若已知摆长$l=20$ cm，$g=9.8$ m/s²，$\pi=3.14$，求单摆的摆动周期T（一个来回需要的时间，精确到0.1 s）.

【拓广探索】

10. 我们知道形如$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$的数可以化简，其化简的目的主要是把原数分母中的无理数化为有理数，如：$\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$，这样的化简过程叫做分母有理化. 我们把$\sqrt{2}$叫做$\sqrt{2}$的有理化因式，$\sqrt{5}+\sqrt{3}$叫做$\sqrt{5}-\sqrt{3}$的有理化因式. 完成下列各题：

(1) $\sqrt{7}$的有理化因式是________，$3-2\sqrt{2}$的有理化因式是________；

(2) 化简：$\dfrac{\sqrt{3}}{3-2\sqrt{3}}$；

(3) 比较 $\sqrt{2\,008}-\sqrt{2\,007}$，$\sqrt{2\,006}-\sqrt{2\,005}$的大小，并说明理由.

21.3 二次根式的加减

●二次根式加减时，应先将二次根式化成__________，再将__________相同的二次根式进行合并.

21.3.1 二次根式的加减(一)

例题精析

例1 计算：

(1) $\frac{1}{2}\sqrt{4x}+6\sqrt{\frac{x}{4}}-3x\sqrt{\frac{1}{x}}$；

(2) $\left(\sqrt{32}-2\sqrt{1\frac{1}{3}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{27}}+\sqrt{0.5}-\sqrt{75}\right)$.

分析 根据二次根式加减法法则，先把不是最简二次根式的化为最简二次根式，然后合并被开方数相同的二次根式.

解 (1) $\frac{1}{2}\sqrt{4x}+6\sqrt{\frac{x}{4}}-3x\sqrt{\frac{1}{x}}$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{x}+6\times\frac{1}{2}\sqrt{x}-3x\cdot\frac{1}{x}\sqrt{x}$

$=\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3\sqrt{x}=\sqrt{x}$.

(2) $\left(\sqrt{32}-2\sqrt{1\frac{1}{3}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{27}}+\sqrt{0.5}-\sqrt{75}\right)$

$=4\sqrt{2}-\frac{4}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{9}\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

$=\left(4-\frac{1}{2}\right)\sqrt{2}+\left(-\frac{4}{3}-\frac{1}{9}+5\right)\sqrt{3}$

$=\frac{7}{2}\sqrt{2}+\frac{32}{9}\sqrt{3}$.

例2 小明家楼房前有一直角三角形空地，小明的爸爸想把它开垦出来种菜. 经测量，一直角边长为$\sqrt{30}$ m，斜边长为$3\sqrt{30}$ m. 现要用篱笆把这块地围起来，小明的爸爸至少需买多少篱笆(精确到1 m)？

分析 由勾股定理先求出另一直角边长，再求出周长即可.

解 由勾股定理知，另一直角边长为$\sqrt{(3\sqrt{30})^2-(\sqrt{30})^2}=4\sqrt{15}$(m)，

这个直角三角形的周长为$\sqrt{30}+3\sqrt{30}+4\sqrt{15}=4\sqrt{30}+4\sqrt{15}\approx38$(m).

所以小明的爸爸至少需买38 m篱笆.

能力训练

【复习巩固】

1. 下列计算正确的是(　　)

(A) $3+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.

(B) $3\sqrt{2}+3\sqrt{3}=6\sqrt{5}$.

(C) $a\sqrt{x}-b\sqrt{x}=a-b\sqrt{x}$.

(D) $2\sqrt{a}+3\sqrt{a}=5\sqrt{a}$.

2. 下列二次根式能与$\sqrt{3}$合并的是(　　)

(A) $\sqrt{18}$.　　(B) $\sqrt{48}$.

(C) $\sqrt{\frac{2}{3}}$.　　(D) $\sqrt{\frac{2}{9}}$.

3. 下列各组二次根式中，不能合并的是(　　)

(A) $\sqrt{8}$与$\sqrt{\frac{1}{8}}$.

(B) $\sqrt{63}$与$-\sqrt{28}$.

(C) $\sqrt{48}$与$\sqrt{4.8}$.

(D) $\sqrt{125}$与$\sqrt{45}$.

4. 若最简二次根式$\sqrt{3x-5}$与$\sqrt{x+3}$可以合并，则$x=$________.

5. 计算：

(1) $\sqrt{12}+\sqrt{27}$；

(2) $3\sqrt{2}-4\sqrt{8}+2\sqrt{50}$；

(3) $\sqrt{75}-9\sqrt{\frac{1}{3}}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$；

(4) $3\sqrt{x}+2\sqrt{9x}-\frac{1}{2}\sqrt{4x}$.

6. 计算：

(1) $\sqrt{45}+\sqrt{108}-\sqrt{\frac{4}{3}}+\sqrt{125}$；

(2) $4\sqrt{\frac{a}{2}}-6a\sqrt{\frac{2}{a}}+\sqrt{8a}-\sqrt{18a}$；

(3) $3\sqrt{x}+2\sqrt{y}-\frac{1}{2}\sqrt{x}+\sqrt{9y}$；

(4) $(\sqrt{3ab^3}-\sqrt{12a^3b})-\left(b^2\sqrt{\frac{27a}{b}}-a^2\sqrt{\frac{75b}{a}}\right)$.

7. 先化简再求值：

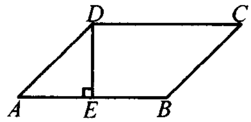
(1) $x\sqrt{\frac{1}{x}}-\sqrt{4y}-\sqrt{\frac{x}{4}}-\frac{1}{y}\sqrt{y^3}$，其中 $x=4,y=9$；

(2) $a\sqrt{12ab^2}-\sqrt{3a^5}-b\sqrt{3ab^2}$，其中$a=3$，$b=5$.

8. 已知某教学光盘的两个同心圆的面积分别为 32π cm² 和 2π cm²，求光盘的宽度(精确到 0.01 cm).

【综合运用】

9. 如图，在▱$ABCD$ 中，$DE\perp AB$ 于点 E，且 $DE=AE=EB=5$，求▱$ABCD$ 的周长.



(第 9 题)

【拓广探索】

10. 已知 x,y 都是正整数，且$\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{99}$，试求 $x+y$ 的值.

21.3.1 二次根式的加减(二)

例题精析

例 1 计算：

(1) $(\sqrt{18}+\sqrt{24})\times\sqrt{2}$；

(2) $(\sqrt{18}-2\sqrt{6})\div\sqrt{2}$；

(3) $\sqrt{xy}(\sqrt{x}-\sqrt{y})$；

(4) $(2\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-2\sqrt{b})$.

分析 (1)、(3)可看作“单项式”乘“多项式”；(2)可看作“多项式”除以“单项式；(4)可看作“多项式”乘“多项式”，分别按其运算法则计算.

解 (1) $(\sqrt{18}+\sqrt{24})\times\sqrt{2}$

$=\sqrt{18}\times\sqrt{2}+\sqrt{24}\times\sqrt{2}=\sqrt{36}+\sqrt{48}$

$=6+4\sqrt{3}$.

(2) $(\sqrt{18}-2\sqrt{6})\div\sqrt{2}$

$=\sqrt{18}\div\sqrt{2}-2\sqrt{6}\div\sqrt{2}=3-2\sqrt{3}$.

(3) $\sqrt{xy}(\sqrt{x}-\sqrt{y})=\sqrt{xy}\cdot\sqrt{x}-\sqrt{xy}\cdot\sqrt{y}$

$=\sqrt{x^2y}-\sqrt{xy^2}=x\sqrt{y}-y\sqrt{x}$.

(4) $(2\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-2\sqrt{b})$

$=2\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}-2\sqrt{a}\cdot 2\sqrt{b}+\sqrt{b}\cdot\sqrt{a}-\sqrt{b}\cdot 2\sqrt{b}$

$=2a-4\sqrt{ab}+\sqrt{ab}-2b=2a-3\sqrt{ab}-2b.$

例 2 计算：

(1) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$；

(2) $(4\sqrt{5}+3\sqrt{3})^2$；

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})$；

(4) $(3-\sqrt{10})^{2\,006}(3+\sqrt{10})^{2\,008}$.

分析 (1) 运用平方差公式计算；(2) 运用完全平方公式计算；(3) 将 $(\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})$ 变形为 $[\sqrt{5}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})][\sqrt{5}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})]$，把 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 看作整体，然后运用平方差公式计算；(4) 仔细观察知，$(3-\sqrt{10})(3+\sqrt{10})=-1$，把 $(3+\sqrt{10})^{2\,008}$ 化成 $(3+\sqrt{10})^{2\,006}\times(3+\sqrt{10})^2$，再运用积的乘方的运算法则和完全平方公式计算.

解 (1) $(2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$

$=(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2=12-5=7.$

(2) $(4\sqrt{5}+3\sqrt{3})^2$

$=(4\sqrt{5})^2+2\times4\sqrt{5}\times3\sqrt{3}+(3\sqrt{3})^2$

$=107+24\sqrt{15}.$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$=[\sqrt{5}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})][\sqrt{5}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})]$

$=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=5-(3-2\sqrt{6}+2)$

$=5-5+2\sqrt{6}=2\sqrt{6}.$

(4) $(3-\sqrt{10})^{2\,006}(3+\sqrt{10})^{2\,008}$

$=(3-\sqrt{10})^{2\,006}(3+\sqrt{10})^{2\,006}(3+\sqrt{10})^2$

$=[(3-\sqrt{10})(3+\sqrt{10})]^{2\,006}(9+6\sqrt{10}+10)$

$=[9-(\sqrt{10})^2]^{2\,006}\times(19+6\sqrt{10})$

$=(-1)^{2\,006}\times(19+6\sqrt{10})=19+6\sqrt{10}.$

拓展 若有理数 x,y,z 满足 $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{1}{2}(x+y+z)$，求 $x-yz$ 的值.

能力训练

【复习巩固】

1. 下列各式计算正确的是(　　)

(A) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})\times\sqrt{10}=\sqrt{10}\times\sqrt{10}=10.$

(B) $(2+\sqrt{6})(1-\sqrt{6})=2-6=-4.$

(C) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2=3+5=8.$

(D) $(-\sqrt{2}+\sqrt{3})(-\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=(-\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2=2-3=-1.$

2. 计算 $(2-\sqrt{2})^2-(2+\sqrt{2})^2$ 的结果是(　　)

(A) 0.　　(B) $-8\sqrt{2}$.

(C) 12.　　(D) $8\sqrt{2}$.

3. 计算 $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2$ 的结果是(　　)

(A) $\sqrt{2}+1$.　　(B) $3(\sqrt{2}-1)$.

(C) 1.　　(D) -1.

4. 计算：$\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})=$________.

5. 计算：$(\sqrt{a^3b}+3ab-\sqrt{ab^3})\div\sqrt{ab}$ $=$________.

6. 计算：

(1) $\left(\sqrt{\frac{4}{3}}-2\sqrt{2}\right)\times(-\sqrt{6})$；

(2) $(\sqrt{54}-2\sqrt{18})\div\sqrt{6}$；

(3) $(1-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})$；

(4) $(2\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}-3)$.

7. 计算：

(1) $(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})$；

(2) $(3\sqrt{5}-5\sqrt{3})^2$；

(3) $(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1-\sqrt{2}-\sqrt{3})$；

(4) $(2\sqrt{7}-5\sqrt{2})^2-(5\sqrt{2}+2\sqrt{7})^2$.

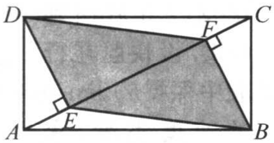
8. 解方程：$(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)x=4\sqrt{3}-2(x+2)$.

【综合运用】

9. 若 $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，求代数式 a^2b+ab^2 的值.

【拓广探索】

10. 如图，一块长方形场地 $ABCD$ 的长为 20 m，宽为 10 m，$DE\perp AC$ 于点 E，$BF\perp AC$ 于点 F，连接 BE，DF. 现计划在四边形 $DEBF$ 区域内种植花草，求四边形 $DEBF$ 的面积.



（第 10 题）

21.3.1 二次根式的加减(三)

例题精析

例 1 已知 $x=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$，$y=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$，求 $3x^2-4xy+3y^2$ 的值.

分析 直接代入计算，比较麻烦，观察 x，y 的值的特点，有 $x+y=\sqrt{7}$，$xy=1$，所以把 $3x^2-4xy+3y^2$ 化为 $3(x+y)^2-10xy$，再代入计算.

解 ∵ $x=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$，$y=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$，

∴ $x+y=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{7}$，

$xy=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}=\frac{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}{4}=1$，

∴ $3x^2-4xy+3y^2$

$=3(x^2+2xy+y^2)-10xy=3(x+y)^2-10xy$

$=3\times(\sqrt{7})^2-10\times1=11$.

拓展 已知 $x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，$y=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，求 $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ 的值.

例 2 化简：

(1) $\left(\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\div\sqrt{ab}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$；

(2) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}-\frac{y\sqrt{x}+x\sqrt{y}}{y\sqrt{x}-x\sqrt{y}}$.

分析 (1) 可先通分，计算括号内的，然后再算除法，也可把除法先转化为乘法，且把 a 写成 $(\sqrt{a})^2$，再利用除法法则可使运算简便；(2) 利用 $x=(\sqrt{x})^2$ 把式子中的分子、分母因式分解，然后约分可使运算简便.

解 (1) $\left(\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\div\sqrt{ab}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$