

— 高等学校教材 —

理論力学

(修訂本)

上 册

西北工业大学理論力学教研室編
季文美、呂茂烈主編

人 民 教 育 出 版 社

高等学校教材



理 論 力 学

(修訂本)

上 册

西北工业大学理論力学教研室編

季文美、呂茂烈主編

人 民 教 育 出 版 社

本书系根据 1962 年审訂的高等工业学校机械制造工艺、土木建筑工程类专业适用的“理論力学教学大纲(試行草案)”的要求修訂的。现在印行的修訂本,可作为上述专业理論力学課程的試用教科书。

全书分上、下两册,上册为静力学与运动学部分,下册为动力学部分。内容仅限于課堂讲授的題材,而未包括作业題材,后者应根据具体情况补充。

本书由西北工业大学理論力学教研室編写。初版于 1960 年 8 月出版,主編季文美、呂茂烈,参加編写工作的还有孙海澍、朱丕昭、扈英超、赵俊三,以及教研室的其他同志。修訂工作由季文美、呂茂烈負責。修訂本曾由山东工学院刘先志、王一民同志审閱。

理 論 力 学

(修 訂 本)

上 册

西北工业大学理論力学教研室編

季文美、呂茂烈主編

北京市书刊出版业营业許可証出字第 2 号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

人 民 教 育 印 刷 厂 印 装

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 經 售

統一書号 K13010·825 开本 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张 7 $\frac{10}{16}$

字数 203,000 印数 111,001—317,500 定价(8) 0.75

1960 年 8 月第 1 版 1964 年 6 月第 2 版 1964 年 6 月北京第 5 次印刷

上册目录

緒論	1
----	---

一、理論力学的对象与本課程的任务(1) 二、理論力学的方法(3) 三、
力学发展簡史与今后发展方向(7)

第一部分 靜力学

第一章 靜力学的基本概念与公理	14
-----------------	----

§ 1-1 靜力学的任务(14) § 1-2 剛体·质点(14) § 1-3 力·矢量(16)
§ 1-4 靜力学公理(20) § 1-5 約束与約束反作用力(24) § 1-6 受力
分析与受力图(29)

第二章 平面汇交力系与力偶系	33
----------------	----

§ 2-1 平面靜力学(33) § 2-2 汇交力系合成的几何法(34) § 2-3 汇
交力系平衡的几何条件(36) § 2-4 力的分解(39) § 2-5 力在坐标軸
上的投影(40) § 2-6 汇交力系合成的解析法(41) § 2-7 汇交力系平
衡的解析条件(43) § 2-8 平行力的合成(45) § 2-9 力偶·力偶矩(47)
§ 2-10 力偶的等效条件(49) § 2-11 平面力偶系的合成与平衡条件(50)

第三章 平面任意力系	53
------------	----

§ 3-1 力对于一点的矩(53) § 3-2 力綫平移定理(54) § 3-3 平面任
意力系向作用面内任一点簡化·力系的主矢和主矩(55) § 3-4 平面力系
合成为一个力偶或一个力的情形(58) § 3-5 合力之矩定理·力矩的解析
表达式(60) § 3-6 平面任意力系的平衡·平衡方程(62) § 3-7 平面
平行力系的平衡(67) § 3-8 物体系的平衡·靜不定問題的概念(69)
§ 3-9 簡單平面桁架的内力計算(74)

第四章 摩擦	79
--------	----

§ 4-1 摩擦現象(79) § 4-2 滑动摩擦定律(79) § 4-3 考虑摩擦时平
衡問題举例(84) § 4-4 滚动摩擦阻的概念(90)

第五章 图解靜力学基础(索多边形法)	96
--------------------	----

§ 5-1 图解靜力学(96) § 5-2 索多边形法——力多边形不閉合的情形
(96) § 5-3 索多边形法——力多边形自行閉合的情形(100) § 5-4 用
索多边形法求支座反力(101)

第六章 空間汇交力系与力偶系	104
----------------	-----

§ 6-1 空間靜力学(104) § 6-2 空間汇交力系合成的几何法及其平衡的

几何条件(104) § 6-3 力在一轴上与在一平面上的投影·力沿坐标轴的分解(106) § 6-4 空间汇交力系合成的解析法及其平衡的解析条件(109)
§ 6-5 力偶作用面的平移·力偶矩矢·力偶等效定理(114) § 6-6 空间力偶系的合成和平衡条件(117)

第七章 空间任意力系·重心问题119

§ 7-1 力对于一点的矩与对于一轴的矩·力对于一点的矩矢及其矢积表达式(119) § 7-2 力矩关系定理·力对于坐标轴的矩(121) § 7-3 空间任意力系向任一点的简化·主矢与主矩(125) § 7-4 空间任意力系的各种合成结果·力螺旋与力系的不变量(128) § 7-5 合力之矩定理(131) § 7-6 空间力系的平衡·平衡方程(132) § 7-7 重心与平行力系中心(136)

第二部分 运动学

第八章 点的运动143

§ 8-1 运动学的任务与基本概念(143) § 8-2 给定点运动的基本方法·点的运动方程与轨迹方程(145) § 8-3 点在直线运动中的速度与加速度(150) § 8-4 点在曲线运动中的速度与加速度表示为矢导数(153) § 8-5 点的速度与加速度在直角坐标轴上的投影(156) § 8-6 切向加速度与法向加速度(159)

第九章 刚体的基本运动168

§ 9-1 刚体基本运动概述(168) § 9-2 刚体的平动(168) § 9-3 刚体的定轴转动(170) § 9-4 转动刚体内各点的速度与加速度(172) § 9-5 将角速度看做矢量·以矢积表示点的速度·切向与法向加速度(177)

第十章 点的复合运动181

§ 10-1 基本概念(181) § 10-2 点的相对运动(183) § 10-3 点的速度合成定理(187) § 10-4 牵连运动是平动时点的加速度合成定理(191) § 10-5 牵连运动是定轴转动时点的加速度合成定理(193)

第十一章 刚体的平面运动205

§ 11-1 刚体的平面运动方程·平面运动的分解(205) § 11-2 平面图形内各点的速度(207) § 11-3 平面图形的速度瞬心与转动瞬心(211) § 11-4 平面图形内各点的加速度(216) § 11-5 刚体绕平行轴的转动的合成(219)

第十二章 刚体的定点运动与一般运动225

§ 12-1 刚体定点运动的概念(225) § 12-2 绕相交轴转动的合成(226) § 12-3 定点运动刚体内各点的速度与加速度(230) § 12-4 欧拉角·刚体定点运动方程(234) § 12-5 自由刚体的一般运动(237)

緒 論

一、理論力学的对象与本課程的任务

理論力学是研究物体机械运动一般規律的一門学科。

物体在空間的位置随時間而发生的改变，称为机械运动。它是人們在日常生活和生产中所最經常、最普遍遇到的。但是，机械运动只是物质运动的最簡單、最初級的一种形式。除机械运动外，物质还有表现为发热、发光、发生电磁現象、化学过程，以至于我們头脑的思維活动等各种不同的运动形式。恩格斯說：“就最一般的意义來說，运动是物质的存在形式，物质的固有屬性，它包括宇宙中所发生的一切变化和过程，从簡單的位置变动起直到思維止。”^①

在物质运动的所有这些形式之間有着相互的联系，而且在一定条件下，一种形式可以轉化为另一种形式。但是物质运动的各种形式都有其本身的特殊規律，其間存在着巨大的本质差別。对于每种特定的运动形式，都需要有專門的研究方法。自然科学的各个領域，就是以分別研究物质运动各种形式的規律为其任务的。

由于机械运动的規律一般比較簡單、明显，而且又是生产中經常用到的，所以理論力学的发生、形成与发展先于自然科学的其他学科。同时，任何較高級較复杂的物质运动形式，总是伴有位置的变动，亦即与机械运动有一定的联系，因此理論力学的規律及其研究方法也在一定程度上渗透到其他自然科学的領域中。但是，理論力学远不能包罗或代替其他学科。

本課程所研究的内容，属于古典力学范围。这門力学的基本定律，是首先由伽利略和牛頓精确地归納为完备形式的。

^① 恩格斯：自然辯证法，人民出版社 1959 年版，第 46 頁。

由于十九世紀末叶和二十世紀初期物理学的輝煌成就，在电动力学、原子結構学說、原子內基本粒子的运动学說等各个領域內新的重大发现，說明了古典力学的应用范围是有限制的。它的定律不适用于微观粒子的运动，也不适用于速度接近于光速时物体的运动；这样，在本世紀初就出現了相对性力学。

相对性力学的不同于古典力学，在于它建立了空間、時間与运动物质之間，以及质量与能量之間的联系，从而其适用性也就更为普遍。但是，古典力学仍然具有巨大的实用意义。这首先是因为，古典力学本身是在生产与科学实践中不断地发展起来的。它在一般情形下有足够的准确性。其次是因为，相对性力学原理的应用，較之古典力学困难得多，而它对古典力学的結論所提出的数量修正，仅在物体速度可以与光速相比拟的情形下，才有实际意义。因此，研究客观物体在速度远小于光速时的运动，特别是研究一般工程上的力学問題，仍以古典力学的定律为依据。

力学从誕生起就和生产技术相結合，生产实践經常向力学提出新的問題。这些問題的解决，不仅促进了生产，同时也推动着力学不断向前发展，力学中的重大成就与进展，几乎沒有一件不是和实践的要求相联系的。理論力学是現代工程技术的理論基础，它的定律和結論被广泛地运用于各种工程技术中。建筑物、机械的設計，飞行器、火箭的运动原理的研究，等等，都采用了理論力学的定律；現代技术正在越来越多的向力学提出新的极其复杂的問題。为了适应社会主义建設日益增长的需要，工程技术人员必需掌握足够深广的理論力学的知識。

本課程分靜力学、运动学和动力学三个部分叙述。

靜力学 研究物体在相互作用下处于平衡的問題。靜力学里給出了平衡时物体相互間的机械作用——力——所遵守的条件。为此，靜力学还要研究力的性质。

运动学 撇开了运动的物理原因，而仅从几何观点描述物体运动过程的进行。

动力学 結合物体相互間的机械作用，研究物体运动状态的变化与运动的傳遞。

这样，从本身科学体系来看，动力学是可以包括靜力学的。因为，平衡(包括靜止)只是运动的一种特殊情形。但是从数学方面来看，上列叙述系統更符合由簡單到复杂的認識过程，同时也有利于与其他課程更好地配合。

二、理論力学的方法

任何一門学科的研究方法，都不能离开認識过程的客观規律，就是毛主席所指出的“通过实践而发现真理，又通过实践而证实真理和发展真理”^①的过程。研究理論力学的出发点毫无例外是实践的要求。

通过有目的的直接观察，特别是專門組織的實驗，使我們从各个側面了解到所研究事物的个别特征——它們的外部联系。在积累起足够的感性知識后，事物現象在我們的头脑中留下的印象将引起認識过程的突变，从而产生概念。就是說，从事物的各个片面，它們的外部联系轉到了事物本质、全体——它們的内部联系。循序漸进，使用判断推理的方法，就可以得出合乎邏輯的結論。然后通过实践证实并发展这些結論。理論力学的研究就是遵循了这个途径。

这样，可以明显地看到，实践作为我們認識的源泉的重要意义。离开实践，就不可能有科学。在力学的萌芽时期，建立力学基本概念与基本定律的起点是对自然現象的直接观察以及生活与生

^① 毛澤东：实践論，毛澤东选集第一卷，人民出版社 1952 年版，第 285 頁。

产劳动中所取得的經驗。之后，系統地組織实验，成为研究工作的重要一环。实验的重要性不仅在力学的奠基时期如此，在建立了力学基本定律后仍然如此。我們知道，伽利略曾用最雄辯的实验推翻了亚里斯多德的“較重物体落下較快”的錯誤論断。他还曾利用精密实验得出物体沿光滑斜面落下的速度仅决定于降落高度的結論，从而推出慣性运动定律。

我們从观察和实验中获得感觉經驗，从这些感觉經驗上升到理論認識“就必須經過思考作用，将丰富的感觉材料加以去粗取精，去伪存真，由此及彼，由表及里的改造制作工夫”^①。这是因为，当我们观察到任何一种現象时，不可能一下子就完全抓住它的所有各个方面——它們的内部联系。因此，必需在被观察到的現象中，抽出最主要的特征，撇开其余次要的东西。这就是力学中的抽象化方法。只有在撇开現象的局部的、偶然的、个别的性质后，才能最彻底地揭露其中的主要矛盾，深入到現象的本质，从而进一步掌握其内在联系与規律性。

其实，我們从运动的复杂性质中，抓住“机械运动”这一个方面来进行研究，本身就要通过抽象化的过程。而且，在理論力学中，物质对象的某些性质，即使与力学有关，但是为了便于进行研究，只要这些性质对所考虑的問題不发生重大影响，也可暂时撇开不顾。这样做，使我們获得物质对象的一些初步近似的簡化模型。例如，撇开物体变形的性质，就得到剛体的概念；撇开物体的广延性，則得到质点的概念等等。当問題在所采取的簡化条件下解决后，重新考虑那些初步近似研究所未計入的因素，建立新的模型，从而得出更接近于真实情形的結果。这种由簡到繁，由粗到精的研究途徑，在力学中以及其他学科中都是广泛采用的。例如，当我们

① 毛澤东：实践論，毛澤东选集第一卷，人民出版社 1952 年版第 280 頁。

研究了剛体平衡規律后，考虑物体的变形性质，建立起彈塑性物体模型，就可以进一步轉到变形体平衡理論的研究。当然，必須注意，不恰当的抽象，不仅不能給出即使是粗略的結果，甚至会趋于荒謬。但是，正确的抽象，不是脱离实际而是更能深刻地接近实际。列宁說过：“当思維从具体的东西上升到抽象的东西时，它不是离开——如果它是正确的(…)——真理，而是接近真理。物质的抽象，自然規律的抽象，价值的抽象及其他等等，一句話，那一切科学的(正确的、郑重的、不是荒唐的)抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”^①

通过抽象化进一步把人类长期以来从直接观察、实验，以及生产活动中得来的經驗与認識到的个别特殊規律，加以分析、綜合、归納，将使我们能够找出事物本身的普遍的規律性，从而建立起一些最基本的普遍公理(或定律、原理)，作为这門学科的基础。理論力学成功地建立了这些公理，它們以最集中的形式反映了物质机械运动的規律性。根据这些公理，通过推理，有可能得出各种适用于不同特殊情形的結論和定理。必須再一次指出：公理的建立，是以人类在长期的探索、长期的实践中所积累的大量經驗知識为依据的。早在建立力学公理以前，通过生产实践，力学的某些特殊規律已經发现，个别特殊問題也已解决。在漫长的历史过程中，人类的智慧、經驗以及无数次个别創造的积累，为建立公理創造了必要的条件。

理論力学里的推論工作，广泛地利用了数学这一有效工具。利用数学进行推理，亦即采用数学演繹，有助于我們更深入地理解力学規律的实质，从而发掘隱藏其間的內在联系。数学不仅是推理

^① 列宁：“黑格尔‘邏輯学’一书摘要”，哲学筆記，人民出版社1956年版，第155頁。

的工具，同時還是計算的工具。力學現象之間的關係總是通過數量表示的。因此，計算技術對力學的应用有巨大的作用。在發明了電子計算機的今天，由於計算工具日益完善，使得有可能解決越來越複雜的問題。力學不僅有效地应用了數學的成果，而且也反過來促進了數學，使數學在實踐要求的激勵下加速發展。

但是，認為理論力學已建立了整套的公理，在以後的研究中，可以單靠數學推导，即可得出新的理論與結論，則是完全錯誤的。這是因為，任何物理定律、物理概念，必須和物質對象聯繫起來，才能為人們深刻認識。牛頓定律起初只应用于少數問題，把牛頓定律推广应用于各種不同的質點系，曾經過一個相當長的時期。許多物理量，如慣性力、動量、動能等，往往在提出後，經過人們很長時期的探討、議論，才逐漸弄清楚它們的真實含義；而且隨着科學的發展，人們的認識將會不斷加深，產生新的概念。而為此必需繼續探索力學現象的新的基本特徵。其次，即使從純數量關係上看，事情也並不如此簡單。公理本身的正確性，只在理想模型的條件下得到證實，而現實事物總是十分複雜的，它們僅在某種程度上符合於理想模型；由公理出發借數學方法推导出的結論，其適用性受到很大的限制。因此有必要去進一步建立新的、更符合實際的理想模型和相應的理論。只有這樣，理論力學的內容才能日益豐富。

科學的目的不只在於認識世界，更重要的是在於改造世界。從實踐到理論是認識過程的一個飛躍，而由理論到實踐則是更重要的的一個飛躍。實踐既是認識的唯一目的，同時又是認識的唯一標準。任何科學理論，包括理論力學，必須通過實踐驗證。只有當它足夠精確地符合客觀實際時，才能認為正確可靠，也只有這樣的理論才能起指導實踐的作用。

這樣，理論力學的研究是遵循了列寧所指出的“從生動的直觀

到抽象的思維，并从抽象的思維到实践”^①的“認識真理、認識客观实在的辯证的途徑”。^② 理論力学的方法完全符合了毛主席所揭明的“实践、認識，再实践、再認識……”的科学的認識过程。由此可見，理論与实践相結合的重要性。

三、力学发展简史与今后发展方向

和其他学科一样，力学的发展过程紧密地和社会生产力的发展联系着的。历史完全证实了科学之有賴于生产，更甚于生产之有賴于科学。在力学的历史中也充分反映了这个特点。

力学是最早发生并获得发展的科学之一。远古以来，人們在首創第一批簡單工具的过程中，就已开始通过劳动积累經驗知識，并且由于生产的需要，使这些知識逐漸获得傳播。正是純經驗的原始知識，形成了人們認識力学規律的最初起点。在不断地改进工具、克服生产困难的过程中，人們逐漸丰富了自己的經驗。古时，在建造許多十分宏大的建筑物，如古埃及金字塔、我国万里长城等工程时，建筑者已使用了某些由經驗得来的力学知識，例如，为了提举和搬运巨大的重物，他們已能使用一些簡單的机械装置——斜面、杠杆、滑輪。据考证，我国早在夏代（公元前 2033~1560）已制造出世界上的第一輛車子。在殷代（公元前 1561~1123）已經出現有輪輻的車輪和四馬战車。在周代（公元前 1123~723）已經开始应用金屬軸承并使用动物油来潤滑了。

在力学发展的最初阶段，是以簡單工具和机械为研究对象的。当时涉及到的只是平衡問題。这是十分自然的，因为在速度很低的情况下，物体的动态性质并不明显表現出来。應該提出这样的

① 列宁：“黑格尔‘邏輯学’一书摘要”，哲学筆記，人民出版社 1956 年版，第 155 頁。

② 同上。

事实:甚至直到十七世紀初,“力学”这个名称,还仅指研究机械之平衡的学說,也就是說,其內容限制在靜力学的範圍內。

人类开始比較系統地研究力学問題,大約可以追溯到二千五百年以前。流傳至今有关力学方面最古老的文字記載,当首推我国的“墨經”。这是我国古代偉大学者墨子(公元前468~382)的一部著作。在这书中叙述了一些力学問題,其中有关于“称”(杠杆)的原理。古希腊学者亚里斯多德(公元前384~322)也曾作过有关力学的研究。西拉庫茲学者阿基米德(公元前287~212)总结了古时人类在无数实践中积累起来的靜力学知識,奠定了靜力学基础。在他的著作“論比重”一书中給出了杠杆平衡問題的正确解答,創立了平行力合成、分解理論与重心学說。浮力定律也是他发现的。阿基米德把自己的理論直接应用于建筑工程和軍事技术上,以解决当时提出的各种实际問題。

在西方,从阿基米德以后直到公元十四世紀的漫长时期中,由于封建与神权的統治,生产力受到束縛,一切科学,包括力学,都陷于停滞状态。我国在这个时期,递經了汉、唐、宋以至于明代,在其間的某些时期生产曾获得較迅速的发展,相应地科学技术也有一定的发展,在力学方面,曾出現了一系列重要的技术发明。汉朝大科学家張衡(公元78~139)創造了測量地震的仪器(候風地动仪),它利用地震的纵波运动測量震源的方向,曾在洛阳測知隴西的地震,由此可見它的精密度。魏晉以后,机械制造方面有了进一步的发展。三国魏人馬鈞曾造出齿輪傳动的指南車。但是在封建統治下,劳动、創造永远也得不到珍視,发展科学技术不可能經常成为当时社会的迫切需要。因此,虽然出現过許多优异的技术发明,仍未能促成我国力学的系統发展。

十五世紀后半期,欧洲进入了文艺复兴时期。当时由于商业資本的兴起,手工业、城市建筑、航海造船和軍事技术等各方面所

提出的問題，激励了科学的迅速发展。“这是一个人类前所未有的最偉大的进步的革命，是一个需要而且产生了巨人——在思想能力上、热情上和性格上、在多才多艺上和学識广博上的巨人的时代”。^①

著名的意大利艺术家、物理学家和工程师利奥那多·达·芬奇(1452~1519)是这个时代的杰出代表。他曾研究过物体沿斜面的运动和滑动摩擦。根据实验，他第一个得出結論：滑动摩擦力与物体接触面的大小无关。在研究杠杆的平衡时，他引入了力矩的概念。他做过自由落体的实验，还解决了许多工程技术問題。

不久以后，波兰学者哥白尼(1473~1543)在总结前人对天文观测的基础上，創立了宇宙的太阳中心学說。这学說推翻了托勒密的陈旧的地球中心学說，引起了宇宙观的根本变革，严重地打击了神权統治，“从此便开始了自然科学之从神学中的解放”。^②約翰·剌卜勒(1571~1630)根据哥白尼的学說，以及大量的天文观察，发现了行星运动三定律。这些定律是后来牛頓发现万有引力定律的基础。

偉大的意大利学者伽里略(1564~1642)首先在力学中应用了有计划的科学实验，創立了科学的研究方法。他根据在当时水平下十分精确的实验，明确地提出了慣性定律的内容；得出了真空中落体运动的正确結論；引进了加速度的概念并解决了真空彈道問題。他把拋射物体的运动看成是水平匀速运动和垂直匀变速运动的合成，这里含有力的独立作用原理的萌芽。伽利略又是维护真理的坚强战士，坚貞不屈地跟宗教法庭及經院哲学学派作斗争。他的工作开辟了科学史上的新时代，奠定了动力学的基础。

由伽利略开始的建立动力学基本定律的工作，经过荷兰学者

① 恩格斯：自然辩证法，人民出版社 1959 年版，第 5 頁。

② 恩格斯：自然辩证法，人民出版社 1959 年版，第 6 頁。

惠更斯(1629~1695)等人的努力,后来由英国偉大的物理学、数学家依薩克·牛頓(1643~1727)完成。牛頓在他的名著“自然哲学的数学原理”(1687)中,完备地建立了古典力学的基本定律。并从这些定律出发,将动力学作了系統的叙述。牛頓运动定律是整个古典力学的基础。为了建立质量的概念,他曾利用单摆做过大量精密的實驗。他还把关于力的各个分散的相互矛盾的說法統一起来,并加以普遍化,从而建立了力的科学概念。牛頓是万有引力定律的發現者,这个定律給后来天体力学的发展奠定了基础。他还解决了許多新的数学和力学的問題,創立了物体在阻尼介质中运动的理論。

但是必須指出,牛頓在自然科学方面还表現了形而上学的錯誤观点。他在古典力学的基础中引入了所謂“絕對空間”和“絕對時間”的概念,一方面承认時間和空間的客观性,另一方面却又认为它們与物体运动完全无关。牛頓关于宇宙观起源的学說,也导致于“第一推动”的唯心主义的錯誤結論。他认为物质只有在外界冲击之下,方能开始运动。

牛頓还不恰当地夸大了力学的作用,他认为力学的研究概括了一切自然現象。正是这种观点,給后来一度形成的机械唯物論提供了論据。

在力学史上,十七世紀被看成是动力学的奠基时期,同时在这时期以及十八世紀之初,靜力学也获得了进一步的成就。十八世紀动力学的发展是在一系列实际問題的推动下进行的:外彈道学、天文学提出了质点动力学問題,天文学、造船学提出了有关剛体动力学問題,仪器制造学、机器制造学提出了有关非自由质点系的运动問題。十八世紀,特別是工业革命后,生产水平的迅速提高,給力学发展創造了极为有利的条件。与此同时,德国哲学家、数学家萊伯尼茲(1646~1716)与牛頓彼此独立地发明的微积分原

理对十八世纪力学朝分析方向发展提供了有利的条件。

約翰·伯努里(1667~1748)最先提出了以普遍形式表示的力学基本定律之一——虚位移原理。数学力学家欧拉(1707~1783)把牛顿第二定律表示为分析形式的微分方程,而他所导出的理想流体动力学基本方程奠定了流体力学的基础。达朗伯(1717~1785)给出一个解动力学问题的普遍原理——达朗伯原理,从而奠定了非自由质点系动力学的基础。

力学的分析方面的最大进展应归功于法国的数学力学家拉格朗日(1736~1813)。在他的著作“分析力学”(1783)里,根据虚位移原理,运用严格的数学方法,对静力学作了分析的叙述。拉格朗日还把虚位移原理与达朗伯原理结合起来,导出了非自由质点系的运动微分方程,即所谓拉格朗日方程。但他过高地估计了“数学分析”而过低地估计了“力学分析”的作用。按照拉格朗日的观点,是要把力学变成数学分析的一个分支。力学发展的现状说明了这种观点是不正确的。

拉格朗日处于法国资产阶级的上升阶段。当时法国形成了朴素的唯物主义倾向,重视理论与实际的统一。例如在法国资产阶级革命时期(1789~1792)成立的巴黎工业大学是以应工业实际的需要解决理论问题为特点的。从这所学校里酝酿出来的“工程力学”方向,曾对十八世纪末叶和十九世纪初期理论力学的发展起了极显著的促进作用。

十九世纪初期至中叶,因大量使用机器而引起的效率问题,促使形成“功”的概念。“能”的概念也逐渐在物理学、工程学中普遍形成。在这时期发现了能量守恒与转化定律。这个定律不仅对技术应用有着特别重大的意义,而且在力学和其他学科之间架起了桥梁,使力学发展在许多方面和理论物理紧密地交织在一起。

恩格斯认为能量守恒与转化定律是十九世纪自然科学三大发

現之一。机器的大量使用,技术的迅速进步,促使了工程力学的形成。这个时期力学中的几何方法取得了很大的发展,这种方法能迅速解决大量的計算問題,因而滿足了技术上的需要。力学中分出了許多专门学科,如图解静力学、机器与机构理論、振动理論等。順便指出,在这个时期运动学也开始成为理論力学的一个独立部門。

十九世紀在剛体动力学、运动稳定性理論等方面有重大发展。剛体繞定点的轉动是力学中的經典問題之一,它的技术应用形成了一門专门学科——陀螺理論。剛体力学的另一分支——外彈道学也有了很大的发展。平衡与运动稳定性理論,是理論力学的一个重大問題。拉格朗日最早用微振动理論研究了平衡的稳定性問題。这个方法后来經勞斯(1877)等人推广,应用于运动稳定性理論的研究。李雅普諾夫(1857~1918)开拓了这个理論的新方向(1897),他摺弃了不严格的微振动方法,发展出一套可以按照某些特征函数来判断运动稳定性的新方法。

微振动理論形成于瑞利(1842~1919)的“声学理論”(1877),它在許多領域特別是工业建設的研究中得到广泛应用并取得巨大成就,形成了一系列有关的专门学科,如机械調节理論、地震测量学、船舶理論等。

十九世紀末,力学中又分出了一些新的专题,例如作为現代火箭运动理論基础的变质量力学等。

二十世紀以来,彈性理論、流体与气体力学等各方面都取得了巨大的进展,这些进展与航空工业及其他新技术的需要有密切联系。

二十世紀的特点是出現了大批新的边緣科学,力学正越来越多地滲入到其他一系列有关的学科中去。由于实践要求的促进与研究工具的日益完善,力学的模型也越来越复杂,能够更多地考虑各种物理因素,这就使得力学的領域不断扩大,形成了一系列新