

SUPER EXERCISE

理由如此美丽，明天还会远吗？

新课程

初中数学完全解题



数 与 代 数

触摸我的感觉，
像

特殊的纸型制作，拿在你的手中好轻轻
版式设计明朗大方，专心打造你的美丽新计划
八大题型，千种解法，完成你的超量大丰收
正文双色套印，使你的乐乐心清对对碰

总策划 邢占忠 总主编 薛金星

超
级
题
典



山西教育出版社

SUPER EXERCISE

新课程初中数学完全解题

山西教育出版社

超级 题典

数与代数

总 策 划 邓吉忠
总 主 编 黄龙飞
本册主编 涂敏成
编 写 张国恩 胡 平 舒仲友 张三应 赵炎辉
殷佑春 刘学元 赵阳春 易 丹 叶丽丽
姚 望 廖 翠



图书在版编目 (C I P) 数据

新课程初中数学完全解题超级题典. 数与代数/黄龙飞主编. —太原: 山西教育出版社, 2006. 9

ISBN 7-5440-3116-0

I. 新… II. 黄… III. 数学课—初中—习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 019111 号

新课程初中数学完全解题超级题典—数与代数

责任编辑 邓吉忠

助理编辑 解 红

复 审 康 健

终 审 刘立平

装帧设计 王耀斌

印装监制 贾永胜

出版发行 山西教育出版社 (太原市水西门街庙前小区 8 号楼)

印 装 鑫龙翔印务有限公司

开 本 787×960 1/16

印 张 18.75

字 数 520 千字

版 次 2006 年 9 月第 1 版 2006 年 9 月山西第 1 次印刷

印 数 1—10000 册

书 号 ISBN 7-5440-3116-0/G·2830

定 价 23.00 元

理由如此美丽 明天不再遥远



一元复始，万象更新。

虽然你的生命年龄早已长了一岁，但你的学习年龄才刚刚开始新的一年。或许你刚从小学升入初中，或许你刚从初中的低年级升入高年级，或许你已经开始准备升学考试。无论何种情况，你都要面对新的学习任务，迎接新的挑战。

古语云：“更者，改也，变也。”那么，“一元复始，万象更新”就意味着在新的学年，面对新的学习任务，你要自觉改变自己以往不合时宜的学习方法，适应并养成一种新的学习方式，诸如自主思考、合作交流、研究探索。

学习是艰苦的，也是充满乐趣的。我们为你提供的这套助学读物，将会使你的学习在艰苦的同时也充满乐趣。我们本着“源于教材、高于教材”的原则，以“培养解题技能、提高实战能力”为宗旨，按照课程标准的要求，将初中各科的全部知识上下一系，融会贯通，按照知识点的循序渐进原则精编充实而丰富的题目。无论你使用了哪一个版本的教材，无论你学习到哪一个章节，你都可以在本书中找到你当下所学的知识，并通过一定量且具有开拓性的题目训练加以掌握和巩固，最终为应对初中阶段的各级考试以及中考打下坚实基础。

本丛书针对初中各级考试试题设计模式，题型设置灵活多样。比如，对于数理化等科，充分设置概念性问题、判断性问题、思辨性问题、实践性问题、开放性问题、探究性问题、创新性问题、计算性问题等八大题型，由浅入深，由低到高，兼顾专题性和综合性，既利于教师在课堂上备课讲题，又适合学生在课后自学或考前复习。

有了如此美丽的理由，明天还会遥远吗？



目 录

CONTENTS

第一部分 数与式

● 第一章 实 数

- | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| § 1-1 实数的有关概念及分类 $\rightarrow 3$ | § 1-4 实数的大小比较与运算 $\rightarrow 19$ |
| § 1-2 数轴、相反数与绝对值 $\rightarrow 10$ | § 1-5 数的开方 $\rightarrow 25$ |
| § 1-3 近似数、有效数字及科学记数法 $\rightarrow 16$ | § 1-6 非负数的性质及其应用 $\rightarrow 31$ |

● 第二章 代数式

- | |
|------------------------------|
| § 2-1 代数式 $\rightarrow 38$ |
| § 2-2 整式的加减 $\rightarrow 45$ |
| § 2-3 整式的乘除 $\rightarrow 49$ |
| § 2-4 因式分解 $\rightarrow 55$ |

● 第三章 分式

- | |
|----------------------------------|
| § 3-1 分式的意义及其性质 $\rightarrow 60$ |
| § 3-2 分式的计算 $\rightarrow 66$ |

● 第四章 二次根式

- | |
|-----------------------------------|
| § 4-1 二次根式的意义及性质 $\rightarrow 74$ |
| § 4-2 二次根式的运算 $\rightarrow 80$ |
| § 4-3 代数式的化简求值 $\rightarrow 87$ |

第二部分 方程与不等式

● 第一章 一元一次方程

§ 1-1 一元一次方程及其解法 → 99

§ 1-2 一元一次方程的应用 → 105

● 第二章 一元一次不等式和一元一次不等式组

§ 2-1 一元一次不等式及其解法 → 113

§ 2-2 一元一次不等式组的解法 → 118

§ 2-3 一元一次不等式(组)的应用 →
124

● 第三章 二元一次方程组

§ 3-1 二元一次方程组的解法 → 131

§ 3-2 二元一次方程组的应用 → 138

● 第四章 一元二次方程

§ 4-1 一元二次方程及其解法 → 145

§ 4-2 一元二次方程的应用 → 151

§ 4-3 一元二次方程的根的判别式 →
156

§ 4-4 一元二次方程的根与系数的关系
→ 162

§ 4-5 二次三项式的因式分解 → 170

§ 4-6 分式方程和无理方程 → 176

§ 4-7 简单的二元二次方程组 → 182

§ 4-8 分式方程的应用 → 188

§ 4-9 与方程有关的综合问题 → 193

第三部分 函 数

● 第一章 探索具体问题中的数量关系和变化规律

§ 1-1 由简单的代数问题探索数量关系
及变化规律 $\rightarrow 205$

§ 1-2 由简单的几何问题探索数量关系
及变化规律 $\rightarrow 209$

● 第二章 函数及其图象

§ 2-1 平面直角坐标系 $\rightarrow 216$

§ 2-2 函数及其图象 $\rightarrow 221$

● 第三章 一次函数与反比例函数

§ 3-1 正比例函数与一次函数 $\rightarrow 228$

§ 3-2 反比例函数 $\rightarrow 235$

§ 3-3 一次函数的应用 $\rightarrow 241$

● 第四章 二次函数

§ 4-1 二次函数的图象与性质 $\rightarrow 248$

§ 4-2 二次函数的解析式 $\rightarrow 254$

§ 4-3 二次函数的应用问题 $\rightarrow 260$

§ 4-4 与函数有关的综合问题 $\rightarrow 265$

● 第五章 函数与其他知识的综合问题

§ 5-1 函数与方程 $\rightarrow 272$

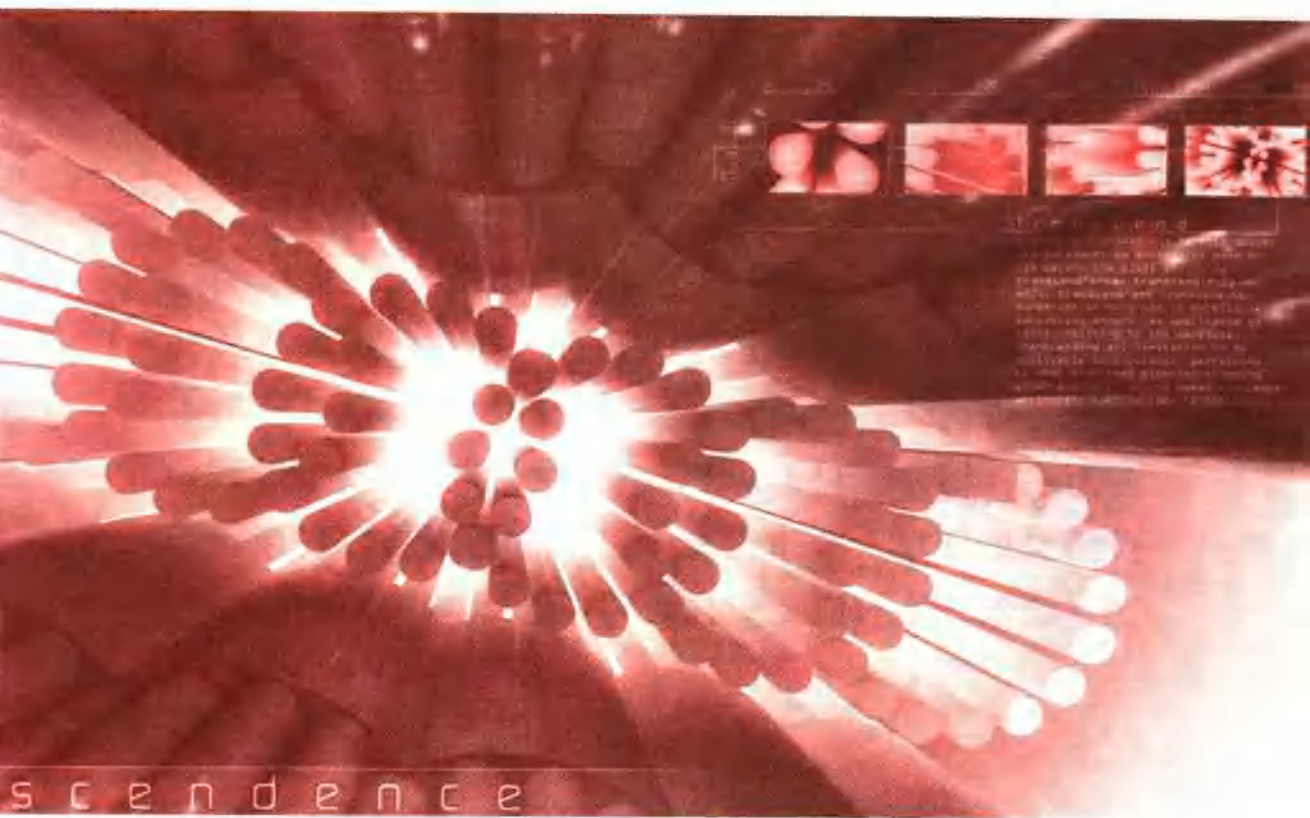
§ 5-2 函数与几何 $\rightarrow 277$

§ 5-3 函数与面积 $\rightarrow 282$

第一部分



数与式





第一章

实数

本

章共涉及六方面内容：实数的有关概念和实数的分类；数轴、相反数与绝对值；近似数、有效数字和科学记数法；实数的运算和实数大小的比较；数的开方；非负数的性质及其应用。对这些内容的考查以基础知识、基本技能的考查为主，将分类讨论思想、数形结合思想及字母表示数的思想贯穿于整章内容中，其中近似数、科学记数法、数轴、绝对值及实数的运算是每年中考的重点。



实数的有关概念及分类



概念性问题

1 在实数 $\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\pi}{6}, \frac{135}{15}$ 中, 分数的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

老师讲题 → 分数是我们在小学就接触到的一个数学概念, 但在初中将数的范围扩大到实数后, 就需要了解分数与有理数、无理数的区别. 根据定义, 分数与整数统称有理数, 而有理数与无理数又统称实数, 则可知分数是实数中除整数和无理数外的数. 这样, 我们可以先把题目所举实数中的无理数与整数去掉, 剩下的无疑就是分数了. 如本题, $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 和 $\frac{\pi}{6}$ 两数均是无理数, $\frac{135}{15}$ 则可以化简约分为整数, 均不是分数, 故本题中分数的个数是 1 个.

本题答案 → B

2 在实数 $\frac{22}{7}, \sin 30^\circ, \sqrt{2}+1, 2\pi, (\sqrt{3})^0, |-3|$ 中, 有理数的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

老师讲题 → 有理数和无理数是我们初中一开始就接触到的数学概念, 对于它们的区别, 是初中数学各项考查中的一个重点. 注意有理数与无理数统称为实数, 故在实数中, 除无理数外的数都无疑是有理数了, 有理数又可分为整数与分数. 在本题中, $\frac{22}{7}$ 是分数, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ 也是分数, $(\sqrt{3})^0 = 1$ 则是整数, $|-3| = 3$ 也是整数, 而 $\sqrt{2}+1$ 和 2π 均为无理数, 故本题有理数的个数是 4.

本题答案 → C

3 在实数 $\sqrt{3}, -\pi, \sqrt{9}, 0.\dot{3}4, -\frac{7}{9}, 0.3030030003\cdots$ 中, 无理数的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

老师讲题 → 无理数是无限不循环小数, 这里包含两层含义: 其一是无限, 其二是不循环. 只有同时满足这两个条件的小数才是无理数. 对于本题, $\sqrt{9} = 3$ 是整数, $0.\dot{3}4$ 是无限循环小数, $-\frac{7}{9}$ 是分数, 它们都是有理数. 而 $\sqrt{3}, -\pi$ 和 $0.3030030003\cdots$ 同时满足无限小数和不循环小数两个特征, 故是无理数.

本题答案→B

4 在 $\sqrt{8}$, $-\sqrt{9}$, π , 1.4142, 0.306, 0.501500150001...各数中,有理数共有____个.

老师讲题→有理数包括整数和分数.由于分数一般可以转化为有限小数或无限循环小数,所以凡是有限小数或无限循环小数都是有理数.本题中,只有 $\sqrt{8}$, π 和0.501500150001...是无限不循环小数,是无理数.另外,判断含有根号的数是否为有理数时,须将它化简到不能开方为止.如本题 $-\sqrt{9}$ 可直接开平方为-3,是整数,故是有理数;而 $\sqrt{8}$ 化简后是 $2\sqrt{2}$,是无理数.

本题答案→3

5 已知有下列各数:3.1415926, $-\sqrt{625}$, 0.010010001, 0.123, π , $\frac{3}{17}$, 其中无理数的个数是 ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

老师讲题→本题给学生的迷惑性有二:一个是圆周率 π 和 π 的近似值之间的区别;一个是无限不循环小数和有限小数的区别.注意,虽然圆周率 π 本身是无限不循环小数,是无理数,但其任何一个近似值如3.14或3.1415926都是有限小数,是有理数.另外,无限不循环小数的后面一定要有省略号“...”,本题中0.010010001加上省略号“...”为无限不循环小数,不加省略号“...”,则为有限小数,是有理数.

本题答案→B

6 在 $-(-2)$, $-|-2|$, $(-2)^2$, $(-2)^{-2}$ 这四个数中,负数有____个.

老师讲题→正数、负数的概念也是我们在初中阶段一开始就接触到的重要概念.注意,实数可以按数的正负性分为正实数、零、负实数,有理数可分为正有理数、零和负有理数,无理数则可分为正无理数和负无理数.判断数的正负时,须将数化简到不能再化简为止.如本题, $-(-2)=2$, $-|-2|=-2$, $(-2)^2=4$, $(-2)^{-2}=\frac{1}{4}$,则只有-2是负数.

本题答案→1

7 在-12, 0.04, $\frac{7}{9}$, $-\frac{1}{3}$, 43.2, $-\sqrt{25}$, $-\pi$, $\sqrt[3]{-4}$ 中,负有理数的个数共有 ()

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

老师讲题→注意题目中问的是负有理数,负有理数必须满足两个条件:其一是负数,其二是有理数.在题目所给实数中,只有-12、 $-\frac{1}{3}$ 和 $-\sqrt{25}$ 是负有理数,而 $-\pi$ 和 $\sqrt[3]{-4}$ 均是负无理数.

本题答案→C

8 下列各数中互为倒数的是 ()

A. $(-1)^0$ 和-1

B. -2和 $-\frac{1}{2}$

C. -3^2 和 $(-3)^2$

D. $(-1)^{2006}$ 和 -1^{2006}

老师讲题→如果两个实数的乘积为1,则这两个实数互为倒数. A项中, $(-1)^0=1$,和-1的乘积为-1; C项中, $-3^2=-9$, $(-3)^2=9$,其乘积为-81; D项中, $(-1)^{2006}=1$, $-1^{2006}=-1$,其乘积为-1.这几项均不是互为倒数的关系.只有B项 $-2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)=1$,是互为倒数的关系.

本题答案→B

9 已知 a, b 两实数互为倒数,那么 a, b 满足的关系是 ()

A. $a+b=0$

B. $a-b=0$

C. $ab=1$

D. $ab=-1$



老师讲题→根据倒数的定义,如果两个实数互为倒数,则它们的乘积一定是1,故C项正确.A项是两实数互为相反数的条件.

本题答案→C



判断性问题

10 下面说法正确的是 ()

- A. 无限小数都是无理数
B. 无理数都是无限小数
C. 带根号的数都是无理数
D. 无理数都是带根号的数

老师讲题→无理数必须同时满足无限小数和不循环小数两个特征,故A项错误;对于带根号的数,必须将它化简到不能再开方为止来判断,如果化简到最后仍然带根号(如: $\sqrt{8}$ 化简后为 $2\sqrt{2}$),则是无理数,否则是有理数(如: $\sqrt{16}$ 化简后为4),故C项错误;对于D项,无理数除了一部分可以用带根号的数表示(如: $\sqrt{2}, \sqrt{3}$)之外,还有一部分是以无限不循环小数的形式出现的,它们并不能转化为带根号的数(如: $\pi, 0.10010001\dots$),故D项错误.

本题答案→B

11 下列判断正确的是 ()

- A. 一个数的相反数是负数
B. 最大的负数是-1
C. 非负数中最小的数是0
D. 比正数小的数都是负数

老师讲题→对于A项,注意相反数是在一个数前面加上负号形成的数,正数的相反数是负数,而负数的相反数是正数,零的相反数是零本身,故错误;对于B项,-1是最大的负整数,但不是最大的负数,实际上最大的负数是不存在的,故错误;对于C项,注意我们通常所说的“非负数”包括正数和零,所以最小的非负数是0,故正确;对于D项,比正数小的数包括零和负数,故错误.

本题答案→C

12 下列说法正确的是 ()

- A. 两个无理数的和或积一定是无理数
B. 实数是正、负有理数和正、负无理数的统称
C. 无理数是开方开不尽的数
D. 无理数是除有理数外的所有实数

老师讲题→对于A项,两个无理数的和或积不一定是无理数,如 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$,是有理数,故错误;对于B项,该项对实数的分类中漏掉了零,故错误;对于C项,注意无理数除了开方开不尽的数之外,还包括以无限不循环小数形式出现的数,故错误;对于D项,由于有理数和无理数统称实数,故可以说无理数就是除有理数之外的所有实数.

本题答案→D

13 如果将整数看作小数点后面是0的小数,对实数进行下面四种分类中,不正确的是 ()

- A. 实数 $\begin{cases} \text{有理数} \\ \text{无理数} \end{cases}$ B. 实数 $\begin{cases} \text{有限小数} \\ \text{无限循环小数} \\ \text{无限不循环小数} \end{cases}$ C. 实数 $\begin{cases} \text{小数} \\ \text{分数} \end{cases}$ D. 实数 $\begin{cases} \text{正实数} \\ \text{零} \\ \text{负实数} \end{cases}$

老师讲题→通过框架图的形式考查学生对实数分类的理解,是各省中考试卷中频繁出现的一种试题形式.对于本题,由于题干中假设了“将整数看作小数点后是0的小数”这一条件,则该题目要求我们在实数分类中,须将整数当作有限小数.对于A项,实数包括有理数和无理数,故正确;对于B项,分类中的有限小数和无限循环小数实际上就是有理数中的整数和分数,故正确;对于D项,是从数的正负性上对实数进行分类的,故正确.对于C项,其分类中的小数和分数实际上是重叠的概念,因为小数可包括有限小数、无限循环小数和无限不循环小数,分数实际上可转化为有限小数或无限循环小数,故该分类错误.

本题答案→A.



思辨性问题

14 如果 a 是有理数,则下列说法正确的是 ()

- A. $-a$ 一定是负数 B. $-a$ 一定是正数
C. $|a|$ 一定不是负数 D. $|a|$ 一定是正数

老师讲题→对于有理数 a ,可能是正数,也可能是负数或零.如果 a 是零,则 $-a$ 还是零,故A、B项均错误;而无论 a 是正数,还是负数或零, $|a|$ 始终是非负数,即是正数或零,故C项正确.

本题答案→C.

15 设 a 是最小的自然数, b 是最大的负整数, c 是绝对值最小的有理数,则 a, b, c 三个数的和为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 不存在

老师讲题→注意最小的自然数是0,最大的负整数是-1,绝对值最小的有理数是0,故这三个数的和为-1.

本题答案→A.

16 若 a 与 $\frac{b}{2}$ 互为相反数,且 $b \neq 0$,则 a 的负倒数是 ()

- A. $-2b$ B. $-\frac{b}{2}$ C. $2b$ D. $\frac{2}{b}$

老师讲题→ a 与 $\frac{b}{2}$ 互为相反数, $\therefore a + \frac{b}{2} = 0$, $\therefore a = -\frac{b}{2}$. 又 $\because b \neq 0$, $\therefore a$ 的倒数是 $-\frac{2}{b}$. 又根据题中所问的是 a 的负倒数,则需在 a 的倒数前加上负号,即 $-(-\frac{2}{b}) = \frac{2}{b}$,故D项正确.

本题答案→D.

17 若 n 是正整数,且 $a = -1$,则 $-(-a^2)^{2n+1} = ()$.

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 1 或 -1

老师讲题→ $\because a = -1$, $\therefore a^2 = 1$, $\therefore -a^2 = -1$. 又 $\because n$ 是正整数, $\therefore 2n+1$ 一定是奇数, $\therefore -(-a^2)^{2n+1} = -(-1)^{2n+1} = -(-1) = 1$.

本题答案→C.

18 若 a 为实数,则下列代数式中,一定是负数的是 ()

- A. $-a^2$ B. $-(a+1)^2$ C. $-\sqrt{a^2}$ D. $-(|a|+1)$



老师讲题 → 遇到含有未知数的判断性题目, 我们可以利用特殊值的方式来排除各个选项. 如假设 a 为 0, 则 A、C 两项值均为 0; 如假设 a 为 -1, 则 B 项值也为 0, 故可排除这三项. 对于 D 项, 由于 $|a| \geq 0$, 故 $|a| + 1 > 0$, 所以无论 a 取何值, D 项始终为负数.

本题答案 → D

19 如果 a 与 b 互为相反数, m 与 n 互为倒数, 则 $\frac{a+b}{mn} = \underline{\hspace{2cm}}$.

老师讲题 → 由 a 与 b 互为相反数, 则可知 $a+b=0$; 又由 m 与 n 互为倒数, 可知 $mn=1$, 故 $\frac{a+b}{mn}=0$.

本题答案 → 0

20 在等式 $3 \times \square - 2 \times \square = 15$ 的两个方格中分别填入一个数, 使这两个数互为相反数且等式成立, 则这两个方格内的数分别是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

老师讲题 → 设所填的两个数分别是 a 和 $-a$, 则有 $3 \times \{a\} - 2 \times \{-a\} = 15$, 即 $3a + 2a = 15$, 则 $a = 3$. 故填入方格的数分别是 3 和 -3.

本题答案 → 3, -3



探究性问题

21 若“ $\oplus$ ”是一个对于 1 与 0 的新运算符号, 且其运算规则如下: $1 \oplus 1 = 0, 1 \oplus 0 = 1, 0 \oplus 1 = 1, 0 \oplus 0 = 0$. 则下列四个运算结果哪一个是正确的? ()

- A. $\{1 \oplus 1\} \oplus 0 = 1$ B. $\{1 \oplus 0\} \oplus 1 = 0$ C. $\{0 \oplus 1\} \oplus 1 = 1$ D. $\{1 \oplus 1\} \oplus 1 = 0$

老师讲题 → 可将题干中几个数量关系分别代入各选项中, 则 A 项 $\{1 \oplus 1\} \oplus 0 = 0 \oplus 0 = 0$, B 项 $\{1 \oplus 0\} \oplus 1 = 1 \oplus 1 = 0$, C 项 $\{0 \oplus 1\} \oplus 1 = 1 \oplus 1 = 0$, D 项 $\{1 \oplus 1\} \oplus 1 = 0 \oplus 1 = 1$, 故 B 项正确.

本题答案 → B

22 已知实数 a, b 满足 $ab > 0, a+b < 0$, 则满足条件的实数 a, b 可分别为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (写出满足条件的任意两个数即可).

老师讲题 → 根据 $ab > 0$, 可知 a, b 同号, 即 a, b 两数同为正数; 或同为负数; 又根据 $a+b < 0$, 可知 a, b 两数之和为负数, 则这两个数必须都是负数. 综上, 只要任意写出两个负数即可解答本题.

本题答案 → 如 -1, -2 (任意两个负数都可以)

23 我们平常用的数是十进制数, 如 $2639 = 2 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 9 \times 10^0$, 表示十进制的数要用 10 个数码 (又叫数字): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 在电子数字计算机中用的是二进制数, 只要两个数码: 0 和 1.

如:

$\{101\}_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, 即二进制中的 101 等于十进制的数 5,

$\{10111\}_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, 即二进制中的 10111 等于十进制的数 23.

那么二进制中的 1101 等于十进制的数 $\underline{\hspace{2cm}}$.

老师讲题 → 本题以二进制为题设背景, 可以加深学生对十进制和二进制的区别的理解. 二进制是德国哲学家莱布尼茨发明的数进制, 它对电子计算机技术的发展起到了很大的作用. 对于本题, 我们观察到二

进制的数字所对应的十进制数字等于二进制的各个数位上的数字与2的乘方之积的和,且2的指数分别为实际数位的位数减去1后进行降幂排列.1101是四位数,则 $(1101)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$.

本题答案→13

24 从1开始,将连续的奇数相加,和的情况有如下规律:

$$1 = 1 = 1^2, 1 + 3 = 4 = 2^2, 1 + 3 + 5 = 9 = 3^2,$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2, 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2, \dots$$

按此规律,请你猜想从1开始,将前10个奇数(即当最后一个奇数是19时)相加,其和是_____.

老师讲题→我们根据题目,可以观察到等式左边是连续的奇数之和,等式右边是奇数个数的平方.那么,从1开始连续10个奇数之和,即 $1 + 3 + 5 + \dots + 19 = 10^2 = 100$.

本题答案→100

25 将正偶数按下表排成5列:

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第1行		2	4	6	8
第2行	16	14	12	10	
第3行		18	20	22	24
...		...	28	26	

根据上面的排列规律,则2000应在

()

A. 第125行,第1列

B. 第125行,第2列

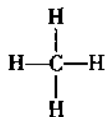
C. 第250行,第1列

D. 第250行,第2列

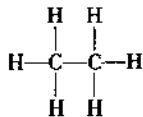
老师讲题→观察这个数表,可知是从2开始连续偶数的排列,其中每一行有4个偶数,奇数行从左往右排,偶数行从右往左排,每一行的最大一位偶数分别是8,16,24,...我们可以发现有如下规律: $8 = 8 \times 1$ 在第1行, $16 = 8 \times 2$ 在第2行, $24 = 8 \times 3$ 在第3行,依此类推, $2000 = 8 \times 250$,则应在第250行,且是该行最大一位偶数.又根据奇数行最大的偶数在第5列,偶数行最大的偶数在第1列,可知2000在第250行第1列.

本题答案→C

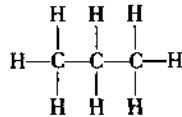
26 下列是三种化合物的结构式及分子式,请按其规律写出后一种化合物的分子式_____.



甲: CH_4



乙: C_2H_6



丙: C_3H_8

老师讲题→尽管我们并不知道题目中的这种化合物的名称,但可以通过数学的思维去发现它们的变化规律,从而正确解题.图甲化合物含有1个C,4个H,其分子式为 CH_4 ;图乙中含有2个C,6个H,其分子式为 C_2H_6 ;图丙中含有3个C,8个H,其分子式为 C_3H_8 .由此可知,每个化合物的变化是C增加一个,而H增加2个,那么第4个图的化合物应有4个C,10个H,故其分子式应为 C_4H_{10} .

本题答案→ C_4H_{10}

27 观察下表,填表后再回答问题.

(1) 试完成下列表格:

序号	1	2	3	...
图形				
●的个数	8		24	...
★的个数	1	4		...

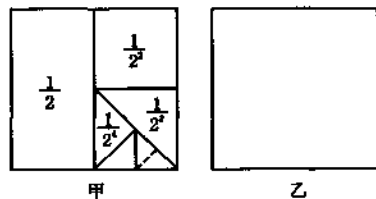
(2) 试求第几个图形中“●”的个数和“★”的个数相等?

老师讲题→ 本题考查学生在图形变化中发现数学规律的数学思维能力. 对于第(1)题, 直接数出图中的五角星和圆点即可. 对于第(2)题, 就需要开启我们的思维, 发现其中的规律了. 观察图形, 图1有1个★, 8个●, 图2有4个★, 16个●, 图3则有9个★, 24个●, 可发现如下规律: 每个图形中★的个数都是该图序号的平方, ●的个数则是8与该图序号的乘积. 那么, 可设第 n 个图形中的★和●的个数相同, 即构成等式 $n^2 = 8n$, 可知 $n = 8$.

本题答案→ (1) 16; 9. (2) 设第 n 个图形中的★和●的个数相同, 则有 $n^2 = 8n$, 解之, 得 $n = 8$, 或 $n = 0$ (舍去). 故第8个图形中★和●的数目相同.

在数学活动中, 小明为了求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值 (结果用 n 表示), 设计如图甲所示的几何图形.

(1) 请你利用这个几何图形求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值为_____.

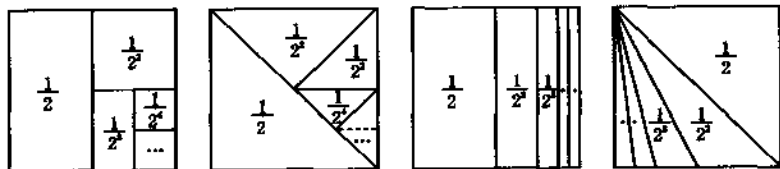


第28题图

(2) 请你利用图乙再设计一个能求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ 的值的几何图形.

老师讲题→ 本题考查学生将代数问题与几何图形问题结合起来考虑问题的能力. 结合图中的正方形, 设正方形的面积为1, 结合图形将代数式分解开来, 可知有如下规律: $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{2^2}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} = 1 - \frac{1}{2^3}$. 由此, 可知 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$.

本题答案→ (1) $1 - \frac{1}{2^n}$ (2) 如下面四个图均可.



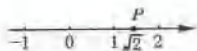
第28题答图

数轴、相反数与绝对值



概念性问题

- 1 “数轴上的点并不都表示有理数,如图中数轴上的点 P 所表示的数是 $\sqrt{2}$.”这种说明问题的方式体现的数学思想方法叫做 ()



A. 代入法 B. 换元法 C. 数形结合 D. 分类讨论 第1题图

老师讲题 → 这里列举了我们在初中所接触到的几种重要的数学方法. 注意题干

中的关键词语,如“数轴”、“有理数”、“点 P ”、“ $\sqrt{2}$ ”等,题目将数字 $\sqrt{2}$ 通过数轴图的形式表示出它的位置,是一种代数与图形相结合的方法. 对于 A 项,题目中并未将字母或数字代入哪一个代数式中,故排除;对于 B 项,题目也没有用某个字母来替换另一个字母或代数式,故排除;对于 D 项,题目并没有就某个字母的情况进行分类讨论,故排除.

本题答案 → C

- 2 数轴上与原点距离为 3 的点表示的数是 ()
- A. 3 B. -3 C. ± 3 D. 6

老师讲题 → 在数轴上,与原点 O 距离相等的数有两个,分别在正半轴和负半轴上,它们互为相反数.

本题答案 → C

- 3 绝对值不大于 2 的整数共有 ()
- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

老师讲题 → 某数的绝对值实际上就是某数到原点的距离,绝对值不大于 2,就是指其到原点的距离小于或等于 2,这些数分别分布在原点的两侧. 对于本题来说,绝对值不大于 2 的整数有 -2, -1, 0, 1, 2, 共 5 个.

本题答案 → C

- 4 若 m, n 互为相反数,则 $|m - \sqrt{5} + n| =$ _____.

老师讲题 → 根据 m, n 互为相反数,可知 $m + n = 0$. $\therefore$ 原式 $= |m + n - \sqrt{5}| = |0 - \sqrt{5}| = |-\sqrt{5}| = \sqrt{5}$.

本题答案 → $\sqrt{5}$

- 5 若 $a < -1$,则 $a + \sqrt{(a+1)^2} =$ ().
- A. -1 B. 1 C. $2a-1$ D. $2a+1$