

2007 年

注册岩土工程师执业资格考试

基础考试复习题集



注册工程师考试复习用书编委会 编



人民交通出版社

China Communications Press

2007年

注册岩土工程师执业资格考试
基础考试复习题集



注册工程师考试复习用书编委会 编



人民交通出版社

China Communications Press

内 容 提 要

本书第一版由北京市注册工程师管理委员会组织编写，现根据需要修订再版。

本习题集依托考试大纲和历年考题，基于考培人员多年培训辅导经验和各科目出题特点编写而成，共有习题约 2600 道，习题覆盖面广，切合考试特点，满足大纲要求；同时，本书还为每道习题提供了参考答案，为绝大部分习题提供了解答提示，为考生提供辅导和帮助。相信本书能帮助考生复习好各门课程，巩固复习效果，提高解题准确率和解题速度，以顺利通过考试。

本书还为考生准备了两套模拟试题，供考生模拟考试之用。

本书适合参加注册岩土工程师（也称为“注册土木工程师（岩土）”）执业资格考试基础考试的工程师们复习备考使用。

图书在版编目（CIP）数据

注册岩土工程师执业资格考试基础考试复习题集/
注册工程师考试复习用书编委会编. —北京：人民
交通出版社，2007.1

ISBN 978-7-114-06339-8

I. 注… II. 注… III. 岩土工程—工程技术人员
—资格考核—习题 IV. TU4—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 151498 号

Zhuce Yantu Gongchengshi Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Tiji

书 名：注册岩土工程师执业资格考试基础考试复习题集

著 者：注册工程师考试复习用书编委会

责任编辑：陈志敏

出版发行：人民交通出版社

地 址：（100011）北京市朝阳区安定门外外馆斜街 3 号

网 址：<http://www.ccpres.com.cn>

销售电话：（010）85285838，85285991

总 经 销：北京中交盛世书刊有限公司

经 销：各地新华书店

印 刷：廊坊市长虹印刷有限公司

开 本：787×1092 1/16

印 张：35.75

字 数：906 千

版 次：2004 年 3 月第 1 版

2007 年 2 月第 2 版

印 次：2007 年 2 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-114-06339-8

定 价：55.00 元

（如有印刷、装订质量问题，由本社负责调换）

前 言

本书编写人员自 2002 年起就开始参加北京市注册岩土工程师考试的考前辅导培训工作,总结几年来的教学实践经验和考生反馈意见,正式出版本考试复习教程和复习题集,经过多年的使用和不断修订完善,本套考试辅导用书已经成为值得考生信赖的考前辅导和培训用书。

本习题集依托考试大纲和历年考题,基于考培人员多年培训辅导经验和各科目出题特点编写而成,共有习题约 2600 道,相当于每年考试试题量(180 道题)的 14 倍还多;同时本书为每道习题均提供了参考答案,为绝大多数习题提供了解题提示,并在习题集后编制了两本模拟试题。

我们建议考生先认真复习好各门课程,真正掌握考试大纲要求掌握的基本概念和标准、规范。在此基础上,再认真做这本复习题集,通过解答习题,参照复习题集提供的答案和提示,纠正错误概念,必将有利于巩固复习成果,进一步理解考试大纲的要求,更加熟悉各门课程中的基本概念及标准、规范。在复习基本完成之后,再模拟考试,做一遍模拟试题,以检验复习效果。相信这本复习题集能帮助考生提高解题的准确率和解题速度,以帮助考生顺利通过考试。

本书主编:曹纬浚

各科目习题编制的作者如下:

高等数学	吴昌泽、贾玲华	土木工程材料	朋改非
普通物理	程学平	工程测量	杨松林
普通化学	毛怀珍	职业法规	李魁元
理论力学	刘 燕	土木工程施工与管理	刘宝生
材料力学	钱民刚	结构力学	刘世奎
流体力学	李兆年	结构设计	冯 东、李志通
计算机应用基础	许小重	土力学与基础工程	王 健、张怀静
电工与电子技术	许怡生	工程地质	吴景坤、巩 慧
工程经济	陈向东	岩体力学与岩体工程	乔春生

注册工程师考试用书编委会

2007 年 2 月

目 录

一、 高等数学	1
二、 普通物理	63
三、 普通化学	83
四、 理论力学	111
五、 材料力学	154
六、 流体力学	200
七、 计算机应用基础	223
八、 电工与电子技术	245
九、 工程经济	277
十、 土木工程材料	294
十一、 工程测量	324
十二、 职业法规	343
十三、 土木工程施工与管理	350
十四、 结构力学	376
十五、 结构设计	420
十六、 土力学与基础工程	446
十七、 工程地质	466
十八、 岩体力学与岩体工程	494
十九、 模拟试题	516

一、高等数学

(一)复习指导

根据考试大纲的要求,全国一级注册结构工程师和注册岩土工程师数学试题,内容覆盖了高等数学、线性代数、概率统计及矢量代数课的知识,内容全面、丰富。我们在复习时,首先要熟悉大纲,按大纲的要求分类进行;分清哪些是考试要求的,哪些不属于考试范围内的,做到有的放矢。对于要求的内容,必须把相关的知识掌握住,如定义、定理、性质以及相关的计算题等。对于概念的理解不能只停留在表面上,要理解深、理解透。对于计算题要达到熟练掌握的程度,对于相关的计算题,一定要记住解题思路。

另外,从试题的题型讲,题目均为单选题,给出四个答案,挑出其中一个正确答案。这些选择题,包括基本概念、基本定理、基本性质、分析题、计算题及记忆判别类项目,有的试题还具有一定的深度。试卷中总共有 120 道题,答卷时间为 4 个小时,平均每道题 2 分钟。这一点也是我们在复习中应该注意到的。高等数学占 20 道题,工程数学占 4 道题,共有 24 道题,占总题数的 $\frac{1}{5}$ 。冗长的定理证明、复杂的计算题不可能在试卷中出现,但强调的是应用这些定义、定理,利用由它们推出的性质去解题。最好能记住过去曾做过的题目的结论,并把这些结论灵活地应用于各种类型的计算题目中。对各类计算题的解题思路必须要记清。另外,在做选择题时,应注意解题时的灵活性和技巧性。还要注意,由于题目都是单选题,在四个答案中,如能准确地选出某一答案,其余答案可不再考虑,这样就能节省时间。有时,如果正确答案一时确定不下来,可用逐一排查的方法,去掉其中三个错误答案,得到所要求的答案。以上这些,仅供参考。

以下举例说明。

【例 1-1】 设 $f(x)$ 是奇函数,且 $F(x) = f(x) \cdot \left(\frac{1}{a^x+1} - \frac{1}{2}\right)$ 。其中 a 为不等于 1 的正常数,则函数 $F(x)$ 是:

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶函数 D. 奇偶性与 a 有关的函数

解 这是一道概念题,应用奇函数、偶函数的定义,通过代数变形导出最后的结果。

$$\begin{aligned} F(-x) &= f(-x) \left(\frac{1}{a^{-x}+1} - \frac{1}{2} \right) = -f(x) \left(\frac{1}{1+a^x} - \frac{1}{2} \right) = -f(x) \left(\frac{a^x}{1+a^x} - \frac{1}{2} \right) \\ &= -f(x) \frac{2a^x - (1+a^x)}{2(1+a^x)} = -f(x) \frac{a^x - 1}{2(1+a^x)} \\ &= -f(x) \frac{a^x + 1 - 2}{2(1+a^x)} = -f(x) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1+a^x} \right) \\ &= f(x) \left(\frac{1}{1+a^x} - \frac{1}{2} \right) = F(x) \end{aligned}$$

$\therefore F(x)$ 是偶函数。

∴选 B。

【例 1-2】 已知函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-3x)-f(1)}{x-1} = 2$, 则 $f'(1)$ 等于:

- A. 2 B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

解 这道题利用函数在一点 x_0 可导的定义, 通过计算得到最后结果。

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-3x)-f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f[1+(3-3x)]-f(1)}{3(x-1)} \cdot 3 \\ &\stackrel{\text{设 } 3(x-1)=t}{=} 3 \lim_{x \rightarrow 1, t \rightarrow 0} \frac{f(1+t)-f(1)}{t} = 3f'(1) = 2\end{aligned}$$

$$\therefore f'(1) = \frac{2}{3}$$

∴选 C。

【例 1-3】 下列函数在所给区间中, 满足罗尔定理条件的是:

- A. $f(x) = x^2$ $[0, 3]$ B. $f(x) = \frac{1}{x}$ $[-1, 1]$
C. $f(x) = |x|$ $[-1, 1]$ D. $f(x) = x\sqrt{3-x}$ $[0, 3]$

解 这道题属于概念题, 根据满足罗尔定理的三个条件(在闭区间连续, 在开区间可导, 两端函数值相等)来判定。

A. $f(x) = x^2$ 在 $[0, 3]$ 两端函数值不相等。

B. $f(x) = \frac{1}{x}$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ 在 $(-1, 1)$ 可导的条件不成立, 在 $x=0$ 不可导。

C. $f(x) = |x|$ 在 $x=0$ 处求导数, 用左右导数定义计算, $f'_+(0) = 1$, $f'_-(0) = -1$, 因而在 $x=0$ 处不可导, 从而 $(-1, 1)$ 内可导不成立。这道题的结论应记住。

D. $f(x) = x\sqrt{3-x}$ 在 $[0, 3]$ 上连续, $f'(x) = \sqrt{3-x} - \frac{x}{2\sqrt{3-x}}$ 在 $(0, 3)$ 上可导, $f(0) = f(3)$, 满足罗尔定理。

∴选 D。

【例 1-4】 求 $\int xf(x^2) \cdot f'(x^2) dx$ 等于:

- A. $\frac{1}{2}f(x^2)$ B. $\frac{1}{4}f(x^2)$ C. $\frac{1}{8}f(x^2)$ D. $\frac{1}{4}[f(x^2)]^2$

解 这道题为抽象函数的不定积分。检验不定积分凑微分方法的掌握程度, 以及是否会用不定积分的性质 $\int f'(x) dx = f(x) + c$ 。

$$\begin{aligned}\therefore \int xf(x^2)f'(x^2) dx &= \int f'(x^2)f(x^2) d\frac{1}{2}x^2 \\ &= \frac{1}{2} \int f'(x^2) \cdot f(x^2) dx^2 = \frac{1}{2} \int f(x^2) df(x^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} [f(x^2)]^2 = \frac{1}{4} [f(x^2)]^2 + c\end{aligned}$$

∴选 D。

【例 1-5】 下面等式中正确的是:

- A. $i+j=k$ B. $i \cdot j=k$ C. $i \cdot i=j \cdot j$ D. $i \times j=j \cdot k$

解 这道题检验向量代数的基本概念,用到两向量的加法、两向量的数量积、向量积的定义。

分析: A. $i+j=k$ 错误在于两向量相加,利用平行四边形法则得到平行四边形的对角线向量,而不等于 k 。

B. $i \cdot j=k$ 错误在于两向量的数量积得一数量, $i \cdot j=|i||j| \cdot \cos \frac{\pi}{2}=0$ 。

D. $i \times j=j \cdot k$ 错误在于等号左边由向量积定义求出,为一向量;右边由数量积定义求出,为一数量。因而两边不等。

答案 C 正确。 $i \cdot i=|i||i| \cos 0=1, j \cdot j=|j||j| \cos 0=1$, 左边等于右边。

∴ 选 C。

【例 1-6】 设二重积分 $I=\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 f(x,y)dy$, 交换积分次序后, 则 I 等于:

- A. $\int_{-1}^0 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$ B. $\int_{-1}^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$
 C. $\int_{-1}^0 dy \int_0^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$ D. $\int_0^1 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

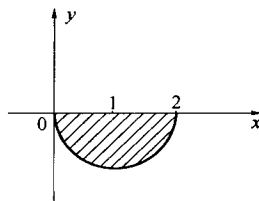
解 这道题检验二重积分交换积分次序方面的知识。解这类题的基本步骤: 首先根据原积分次序画出积分区域的图形, 得到阴影部分的图形; 然后写出先 x 后 y 的积分表达式。

由 $y=-\sqrt{2x-x^2} \Rightarrow y^2=2x-x^2 \Rightarrow x^2-2x+y^2=0 \Rightarrow (x-1)^2+y^2=1$ 。

$$D_{xy}=\begin{cases} -1 \leq y \leq 0 \\ 1-\sqrt{1-y^2} \leq x \leq 1+\sqrt{1-y^2} \end{cases}$$

$$\therefore I=\int_{-1}^0 dy \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$$

∴ 选 A。



例 1-6 图

【例 1-7】 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n - b^n}{1a^n + b^n} x^n$ ($0 < a < b$), 则所得级数的收敛

半径 R 等于:

- A. b B. $\frac{1}{a}$ C. $\frac{1}{b}$ D. R 值与 a, b 无关

解 这道题检验幂级数收敛半径的求法。

可通过连续两项系数比的极限得到 ρ 值, 由 $R=\frac{1}{\rho}$ 得到收敛半径。

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a^{n+1}}{a^n} \right| &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a^n - b^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a^{n+1} + b^{n+1}} \cdot \frac{a^n + b^n}{a^n - b^n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^{n+1} \left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}} - 1 \right)}{b^{n+1} \left(\frac{a^{n+1}}{b^{n+1}} + 1 \right)} \cdot \frac{b^n \left(\frac{a^n}{b^n} + 1 \right)}{b^n \left(\frac{a^n}{b^n} - 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a}{b} \right)^{n+1} - 1}{\left(\frac{a}{b} \right)^{n+1} + 1} \cdot \frac{\left(\frac{a}{b} \right)^n + 1}{\left(\frac{a}{b} \right)^n - 1} \\ &= (-1)/(-1) = 1 = \rho \end{aligned}$$

$$\therefore R = \frac{1}{\rho} = 1$$

\therefore 选 D。

【例 1-8】 微分方程 $y'' - 4y' + 4y = 6x^2 + 8e^{2x}$ 的一个特解应具有下列哪种形式? (A、B、C、E 为常数)。

A. $Ax^2 + Bx + Ce^{2x}$

B. $Ax^2 + Bx + C + Ex^2e^{2x}$

C. $Ax^2 + Be^{2x} + Cxe^{2x}$

D. $Ax^2 + (Bx^2 + Cx)e^{2x}$

解 这是一道检验二阶常系数线性非齐次方程求特解表达式的题目。

由 $y'' - 4y' + 4y = 0$, $r^2 - 4r + 4 = 0$ 得 $x_{1,2} = 2$, 且 $f(x) = 6x^2 + 8e^{2x}$ 属于 $f(x) = Q_m(x)e^{\lambda x}$ 类型。所以此题 $f(x)$ 应分成两部分: $f_1(x) = 6x^2$, $f_2(x) = 8e^{2x}$ 。分别按照 y^* 的具体算法写出 $y_1^* = Ax^2 + Bx + C$, $y_2^* = Ex^2e^{2x}$ (A、B、C、E 为待定常数)。

特解 $y^* = y_1^* + y_2^*$

$$\therefore y^* = y_1^* + y_2^* = Ax^2 + Bx + C + Ex^2e^{2x}$$

\therefore 选 B。

(二) 复习题、提示及参考答案

1-1 $f(x) = (\sin 3x)^2$ 在定义域 $(-\infty, +\infty)$ 上为:

A. 周期是 3π 的周期函数

B. 周期是 $\frac{\pi}{3}$ 的周期函数

C. 周期是 $\frac{2}{3}\pi$ 的周期函数

D. 不是周期函数

提示: 利用公式 $(\sin 3x)^2 = \frac{1 - \cos 6x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 6x$, 周期 $T = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ 。

答案: B

1-2 设 $f(x) = \begin{cases} x^3 & -3 \leq x \leq 0 \\ -x^3 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$, 则此函数是:

A. 有界函数

B. 奇函数

C. 偶函数

D. 周期函数

提示: 分析函数的定义域。 $[-3, 0]$ 、 $[0, 2]$ 为有限区间, 但关于原点不对称, 所以 B、C、D 均不满足。

答案: A

1-3 $f(x) = (e^x + e^{-x}) \sin x$ 在其定义域 $(-\infty, +\infty)$ 上是:

A. 有界函数

B. 周期函数

C. 偶函数

D. 奇函数

提示: 用奇偶函数的定义判定。

答案: D

1-4 设 $f(x) = \begin{cases} -\sin^3 x & -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin^3 x & 0 < x \leq \pi \end{cases}$, 则此函数是:

A. 周期函数

B. 单调增函数

C. 奇函数

D. 偶函数

提示: 画出函数在定义域中的图形, 或用定义判定。

答案: D

1-5 “数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在”是“数列 $\{x_n\}$ 有界”的:

- A. 充分必要条件
B. 充分但非必要条件
C. 必要但非充分条件
D. 既非充分条件, 也非必要条件

提示: 数列收敛必有界是课本中的一个定理, 但数列有界不一定收敛。可举反例说明, 如数列 $\{x_n\}: x_n = (-1)^n + 1$ 有界, 但发散。

答案: B

1-6 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x^2 + \sin x$ 是 x 的:

- A. 高阶无穷小
B. 同阶无穷小, 但不是等价无穷小
C. 低阶无穷小
D. 等价无穷小

提示: 通过求极限的结果等于1来确定。

答案: D

1-7 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(x+a) + f(x-a)$ ($0 < a \leq \frac{1}{2}$)的定义域是:

- A. $[-a, 1-a]$ B. $[-a, 1+a]$ C. $[a, 1-a]$ D. $[a, 1+a]$

提示: 分别写出 $f(x+a)$, $f(x-a)$ 的定义域, 然后求它们的交集。

答案: C

1-8 设 $f(x-1) = x^2$, 则 $f(x+1)$ 等于:

- A. $(x-2)^2$ B. $(x+2)^2$ C. $x^2 - 2^2$ D. $x^2 + 2^2$

提示: 设 $x-1=t$, 则 $x=t+1$, 代入函数表达式, 得 $f(t) = (t+1)^2$, 即 $f(x) = (x+1)^2$, 从而易于求得 $f(x+1)$ 的表达式。

答案: B

1-9 设 $f(x)$ 是定义在 $[-a, a]$ 上的任意函数, 则下列答案中哪个函数不是偶函数?

- A. $f(x) + f(-x)$ B. $f(x) \cdot f(-x)$ C. $[f(x)]^2$ D. $f(x^2)$

提示: 利用函数的奇偶性定义来判定。答案A、B、D均满足定义 $f(-x) = f(x)$, 所以为偶函数, 而C不满足, 设 $F(x) = [f(x)]^2$, $F(-x) = [f(-x)]^2$, 因为 $f(x)$ 是定义在 $[-a, a]$ 上的任意函数, 所以 $f(x)$ 可以是奇函数, 也可以是偶函数, 也可以是非奇非偶函数, 从而推不出 $F(-x) = F(x)$ 或 $F(-x) = -F(x)$ 。

答案: C

1-10 函数 $y = \sin \frac{1}{x}$ 在定义域内是:

- A. 单调函数 B. 周期函数 C. 无界函数 D. 有界函数

提示: 利用 $\sin \frac{1}{x}$ 的图形或取绝对值 $|\sin \frac{1}{x}| \leq 1$ 确定。

答案: D

1-11 设 $f(x) = \begin{cases} \cos(x-1) & x > 1 \\ g(x) & x < 1 \end{cases}$, 若 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$, 则 $g(x)$ 等于:

- A. $\arctan \frac{1}{x-1}$ B. $\arcsin \frac{1}{x-1}$ C. $\tan(x-1)$ D. $1 + e^{\frac{1}{x-1}}$

提示: $\because \lim_{x \rightarrow 1^+} \cos(x-1) = 1$, 选择 $g(x)$ 的条件为 $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 1$, 通过计算, 取 $g(x) = 1 + e^{\frac{1}{x-1}}$ 时 $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 1$ 。

答案:D

1-12 当 x 趋向下列中何值时, $\arctan \frac{1}{1-x}$ 趋向 $\frac{\pi}{2}$?

A. 1^+ B. 1^- C. $+\infty$ D. $-\infty$

提示: $\because \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1-x} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} \arctan \frac{1}{1-x} = \frac{\pi}{2}$.

答案:B

1-13 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+ax+b} = \frac{1}{8}$, 则 a, b 的值分别是

A. $a=-a, b=4$ B. $a=4, b=-12$ C. $a=2, b=-8$ D. $a=1, b=-6$

提示: 因为分子的极限 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$, 分母的极限 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2+ax+b)$ 只有在为 0 时分式才会有极限。从 $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2+ax+b) = 0$, 得极限 $4+2a+b=0, b=-4-2a$, 代入原式得

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+ax+b} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+ax-4-2a} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2+a)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2+a} = \frac{1}{4+a} = \frac{1}{8} \quad \therefore a=4, b=-12 \end{aligned}$$

答案:B

1-14 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+a)x^4+bx^3+2}{x^3+x^2-1} = -2$, 则 a, b 的值分别为:

A. $a=-3, b=0$ B. $a=0, b=-2$ C. $a=-1, b=0$ D. 以上都不对

提示: 利用公式, 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 有理分函数有极限为 -2 , 所以 x^4 的系数为零, 即 $1+a=0, a=-1, x^3$ 的系数 b 为 -2 , 即求出 a, b 值, $a=-1, b=-2$ 。

答案:D

1-15 设 $f(x) = \begin{cases} (1+kx)^{\frac{m}{k}} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$, 则 a 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 点连续?

A. e^m B. e^k C. e^{-mk} D. e^{mk}

提示: 利用连续性的定义 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$, 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} [(1+kx)^{\frac{1}{k}}]^m = (e^k)^m = e^{mk}$, 而 $f(0) = a$, 所以 $a = e^{mk}$ 。

答案:D

1-16 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x}$ 的值是:

A. 2 B. 1 C. 0 D. 不存在

提示: 利用有界函数与无穷小乘积得出答案, 即 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \sin 2x = 0$ 。

答案:C

1-17 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \sin x)$ 的结果是:

A. -1 B. 1 C. 0 D. 不存在

提示: 利用有界函数和无穷小乘积及第一重要极限计算。

答案:A

1-18 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-2\cos x}}{x}$ 的结果为:

- A. 不存在 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

提示:开平方运算要取算术根,把 $x \rightarrow 0$ 分成 $x \rightarrow 0^+$ 、 $x \rightarrow 0^-$ 两种情况求极限。原式 $= \lim_{x \rightarrow 0}$

$$\frac{12(1-\cos x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 \cdot 2 \sin \frac{2x}{2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \left| \sin \frac{x}{2} \right|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left| \sin \frac{x}{2} \right|}{\frac{x}{2}}, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left| \sin \frac{x}{2} \right|}{\frac{x}{2}} = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\left| \sin \frac{x}{2} \right|}{\frac{x}{2}} = -1$$

答案:A

1-19 设函数 $f(x) = (1-2x)^{\frac{1}{2}}$, 当定义 $f(0)$ 为何值时, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续?

- A. e^2 B. e C. e^{-2} D. $e^{-\frac{1}{2}}$

提示:利用函数在一点连续的定义,计算 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 极限值,确定 $f(0)$ 的值。 $\because \lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{2}} = e^{-2}, \therefore f(0) = e^{-2}$ 时,就有 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ 成立。

答案:C

1-20 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+e^x}$ 的结果是:

- A. 0 B. 1 C. 不存在但不是 ∞ D. ∞

提示:分别求出 $x \rightarrow +\infty$ 及 $x \rightarrow -\infty$ 的极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+e^x} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1+e^x} = 1$, 确定 $x \rightarrow \infty$ 时的极限。

答案:C

1-21 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5}{5x+2} \sin \frac{2}{x}$ 的值是:

- A. 1 B. $\frac{6}{5}$ C. 2 D. 1

提示:将原式变形,原式 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \frac{5}{x}}{5x + 2} \cdot \frac{\sin \frac{2}{x}}{\frac{1}{x}} \cdot 2 = \frac{3}{5} \times 1 \times 2 = \frac{6}{5}$ 。

答案:B

1-22 如果函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x & x < 0 \\ p & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} + q & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 p, q 的值为:

- A. $p=0, q=0$ B. $p=0, q=1$ C. $p=1, q=0$ D. $p=1, q=1$

提示:利用函数在 $x=0$ 点连续的定义 $f(x+0) = f(x-0) = f(0)$, 求 p, q 值。

$\because f(0+0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x \sin \frac{1}{x} + q) = q, f(0-0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \sin x = 1,$
 $f(0) = p$, 求出 $p = q = 1$ 。

答案:D

1-23 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-tx^2)}{x \sin x}$ 的值等于:

- A. t B. $-t$ C. 1 D. -1

提示:利用等价无穷小量替换。当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1-tx^2) \sim -tx^2$, $x \sin x \sim x \cdot x$, 再求极限。

答案:B

1-24 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x+1} + a & 0 < x \leq 1 \\ k(x-1) + 3 & x > 1 \end{cases}$, 要使 $f(x)$ 在点 $x=1$ 处连续, 则 a 的值

应是:

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

提示:利用函数在一点连续的定义,通过计算 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 及 $f(1)$ 的值确定 a 值。

答案:D

1-25 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x} - x)$ 的结果是:

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. ∞ D. 不存在

提示:利用分子有理化计算。原式 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+x-x^2}{\sqrt{x^2+x}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+x}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty}$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1} = \frac{1}{2}.$$

答案:B

1-26 设曲线的方程为 $y = \frac{\sin x}{x} + \arctan(1-\sqrt{x})$, 则有下列哪项结果?

- A. 曲线没有渐近线 B. $y = -\frac{\pi}{2}$ 是曲线的渐近线
C. $x=0$ 是曲线的渐近线 D. $y = \frac{\pi}{2}$ 是曲线的渐近线

提示:通过求极限来确定,如 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$, $y = A$ 为一条水平渐近线;如 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, $x =$

x_0 为一条垂直渐近线。本题 $\because \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{x} \sin x + \arctan(1-\sqrt{x}) \right] = -\frac{\pi}{2}$ 。 \therefore 有一条水平渐近线。

答案:B

1-27 设 $f(x) = \begin{cases} \cos x + x \sin \frac{1}{x} & x < 0 \\ x^2 + 1 & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的:

- A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 振荡间断点 D. 连续点

提示:求 $x \rightarrow 0^+$ 、 $x \rightarrow 0^-$ 时函数的极限值,利用可去间断点、跳跃间断点、振荡间断点、连续点定义判定,计算如下

$$\because \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\cos x + x \sin \frac{1}{x} \right) = 1 + 0 = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1) = 1, f(0) = 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0), x=0 \text{ 连续.}$$

答案:D

1-28 设 $f(x) = x^2 + \operatorname{arccot} \frac{1}{x-1}$, 则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的:

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点

提示: 计算当 $x \rightarrow 1^+$ 及 $x \rightarrow 1^-$ 时函数的极限值, 再利用相关的定义判定。计算如下

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(x^2 + \operatorname{arccot} \frac{1}{x-1} \right) = 1 + 0 = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(x^2 + \operatorname{arccot} \frac{1}{x-1} \right) = 1 + \pi$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 极限值各自存在, 但不相等。

答案: B

1-29 设 $f(x) = \frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+e^{\frac{1}{x}}}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的:

A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 无穷间断点 D. 振荡间断点

提示: 求出当 $x \rightarrow 0^+$ 及 $x \rightarrow 0^-$ 时函数的极限值。

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+e^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}} \left(\frac{1}{e^{\frac{1}{x}}} + 1 \right)}{e^{\frac{1}{x}} \left(\frac{2}{e^{\frac{1}{x}}} + 1 \right)} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+e^{\frac{1}{x}}} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 极限值各自存在, 但不相等。

答案: B

1-30 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{|\sin x|}$ 的值是:

A. 1 B. 0 C. 2 D. 不存在

提示: 求出当 $x \rightarrow 0^+$ 及 $x \rightarrow 0^-$ 时的极限值。 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{|\sin x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cdot x \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = 1 \cdot 0 = 0,$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \cdot x \sin \frac{1}{x}}{-\sin x} = -1 \cdot 0 = 0$$

答案: B

1-31 设 $x_n = \frac{a^n n!}{n^n}$ (其中 a 是正的常数, n 是正整数), 则数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ 的值是:

A. a/e B. a C. e D. 0

提示: 利用公式 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$ 。计算如下: $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} (n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \cdot \frac{n^n}{a^n \cdot n!}$ 化简

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a n^n}{(n+1)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n} = \frac{a}{e}。$$

答案: A

1-32 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ 的值是:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 不存在

提示: 利用分母有理化和重要极限定理 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 计算。

答案: B

1-33 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+\tan x} - \sqrt{2+\sin x}}{x^3}$ 的值是:

- A. 2 B. 0 C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{4\sqrt{2}}$

提示:分子有理化后,用等价无穷小求极限。如下

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3(\sqrt{2+\tan x} + \sqrt{2+\sin x})} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^3 \cdot \cos x} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \frac{1}{2}x^2}{x^3} \quad \left(\because x \rightarrow 0, \sin x \sim x, 1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2 \right) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \end{aligned}$$

答案:D

1-34 设 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + k\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{1}{3} f'(x_0)$, 则 k 的值是:

- A. $\frac{1}{6}$ B. 1 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

提示:利用函数在一点可导的定义计算,原式 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + k\Delta x) - f(x_0)}{k\Delta x} \cdot k = k f'(x_0) = \frac{1}{3} f'(x_0)$,

求出 k 值。

答案:D

1-35 设 $y = \cos \frac{\arcsin x}{2}$, 则 $y' \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ 的值等于:

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

提示:求出复合函数的导数后,代入 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 得导数值。计算如下:

$$y' = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \sin \frac{\arcsin x}{2}, y' \Big|_{x=\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{2}$$

答案:A

1-36 设 $\frac{d}{dx} f(x) = g(x), h(x) = x^2$, 则 $\frac{d}{dx} f[h(x)]$ 等于:

- A. $g(x^2)$ B. $2xg(x)$ C. $x^2g(x^2)$ D. $2xg(x^2)$

提示:利用复合函数导数公式计算如下

$$\frac{d}{dx} f[h(x)] = g[h(x)] \frac{dh}{dx} = g(x^2) \cdot 2x = 2xg(x^2)$$

答案:D

1-37 函数 $y = |x-1|$, 在 $x=1$ 处应:

- A. 不连续 B. 连续但不可导 C. $f'(1) = -1$ D. $f'(1) = 2$

提示: $|x-1| = \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ -x+1 & x < 1 \end{cases}$, 利用在一点连续及可导的定义计算, 如下

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0, \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x+1) = 0, f(1) = 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 0$$

$\therefore x=1$ 连续

$$\therefore f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1-0}{x-1} = 1$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x+1-0}{x-1} = -1$$

$$f'_+(1) \neq f'_-(1)$$

$\therefore x=1$ 不可导, 选 B.

答案: B

1-38 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处下列结论中哪个结论正确?

- A. 左导数存在, 右导数不存在 B. 右导数存在, 左导数不存在
C. 左右导数都存在, 但导数不存在 D. 导数存在

提示: 利用导数定义, 求在 $x=0$ 处的左右导数.

$$\therefore f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-0}{x-0} = 1$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sin \frac{1}{x} = \text{不存在}$$

答案: B

1-39 若 $f'(x) = g'(x)$, 则下列哪个式子成立?

- A. $f(x) = g(x)$ B. $f(x) > g(x)$
C. $f(x) < g(x)$ D. $f(x) = g(x) + c$ c 为任意常数

提示: 函数的原函数只相差一常数.

答案: D

1-40 设 $f(x)$ 的二阶导数存在, 且 $f'(x) = f(1-x)$, 则下列式中何式可成立?

- A. $f''(x) + f'(x) = 0$ B. $f''(x) - f'(x) = 0$
C. $f''(x) + f(x) = 0$ D. $f''(x) - f(x) = 0$

提示: 对已知式子两边求导; 再利用给出的条件 $f'(x) = f(1-x)$ 变形后确定如下

已知 $f'(x) = f(1-x)$, 求导 $f''(x) = -f'(1-x)$, $f''(x) + f'(1-x) = 0$

将 $1-x$ 代入式子 $f'(x) = f(1-x)$ 得 $f'(1-x) = f[1-(1-x)] = f(x)$

$$\therefore f''(x) + f(x) = 0$$

答案: C

1-41 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x > 0 \\ ax+b & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 则 a, b 的值为:

A. $a=1, b=0$

B. $a=0, b$ 为任意常数

C. $a=0, b=0$

D. $a=1, b$ 为任意常数

提示:函数在一点可导必连续。利用在一点连续、可导定义计算,如下

$\because f(x)$ 在 $x=0$ 处可导

$\therefore f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 即 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax+b) = b, f(0) = b$

$\therefore b=0$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x} - b}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \sin \frac{1}{x} = 0, f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax+b-b}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} a = a$$

$\therefore a=0$ 。

答案:C

1-42 函数 $y=x+x|x|$, 在 $x=0$ 处应:

A. 连续且可导 B. 连续但不可导 C. 不连续 D. 以上均不对

提示: $y=x+x|x| = \begin{cases} x+x^2 & x \geq 0 \\ x-x^2 & x < 0 \end{cases}$, 利用连续、可导的定义判定。计算如下

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+x^2) = 0, \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x-x^2) = 0, f(0) = 0$$

$\therefore x=0$ 连续

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+x^2-0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x) = 1$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-x^2-0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (1-x) = 1$$

$\therefore x=0$ 可导

答案:A

1-43 设 $y=e^{\sin^2 x}$, 则 dy 的值是:

A. $e^x d\sin^2 x$ B. $e^{\sin^2 x} \sin 2x d\sin x$ C. $e^{\sin^2 x} d\sin^2 x$ D. $e^{\sin^2 x} d\sin x$

提示:计算函数的微分, $dy=f'(x)dx$; 再通过凑微分得到结果, 或利用微分形式不变性计算。

答案:C

1-44 已知 $\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx}$ 为:

A. $\frac{t^2-1}{2t}$

B. $\frac{1-t^2}{2t}$

C. $\frac{x^2-1}{2x}$

D. $\frac{2t}{t^2-1}$

提示:利用参数方程的导数计算公式: $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$ 计算。

答案:A

1-45 设 $y=(1+x)^{\frac{1}{2}}$, 则 $y'(1)$ 等于:

A. 2

B. e

C. $\frac{1}{2} - \ln 2$

D. $1 - \ln 4$