

名师在线



经典试题



名师点拨



举一反三

高考600分全攻略丛书

黄冈中学 人大附中特级教师编写

SHUXUE

2007版

数 学

600

中国时代经济出版社

名师在线

经典试题

名师点拨

举一反三

高考600分全攻略丛书

黄冈中学 人大附中特级教师编写

SHUXUE

2007版

数 学

600

中国时代经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高考 600 分全攻略丛书. 数学/乜全力主编. —北京: 中国时代经济出版社,
2007.1

ISBN 978-7-80221-217-6

I. 高… II. 乜… III. 数学课-高中-升学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 141733 号

数
学

高考
600
分全
攻略
丛书

乜全力
主编

出 版 者	中国时代经济出版社
地 址	北京东城区东四十条 24 号 青蓝大厦东办公区
邮政编码	100007
电 话	(010)68320825(发行部) 68320422(编辑部) (010)88361317(邮购)
传 真	(010)68320634
发 行	各地新华书店
印 刷	北京市鑫海达印刷有限公司
开 本	787×1092 1/16
版 次	2007 年 1 月第 1 版
印 次	2007 年 1 月第 1 次印刷
印 张	28.25
字 数	670 千字
印 数	1~10000 册
定 价	31.00 元
书 号	ISBN 978-7-80221-217-6

版权所有 侵权必究

数 学 编 委 会

主 编 乜全力

副主编 李玉明 高洪梅 孙备启

编委会 (排名不分先后)

王永德 王俊兰 马 冰 赵艳萍 杨冬梅

尹启见 乜全力 李玉明 高洪梅 孙备启

前 言

《高考 600 分全攻略丛书》是我们应中国时代经济出版社之邀而编写的。我们编写这套图书时，选辑了近年高考和我们在日常教学中使用的我们认为比较经典的试题，根据我们多年辅导高考的经验和体会，做了一些整理、加工，对考生进行适当的点拨。没想到，图书出版后销售得很好，读者反映也不错，上个月出版社还转来了部分考生表示感谢的来信，这使我们深感意外，当然也备感鼓舞。我们分析，其中首要的原因是我们都长期带高三年级，对于辅导高考都有一些经验和体会。其实，这主要应归功于我们所在的学校——中国人民大学附中和黄冈中学，我们的许多经验和体会直接来自于我们的集体和我们的同事们。应出版社的要求，我们对图书进行了较大幅度的修订，有的修订幅度达 60% 以上。我们的修订主要是两个方面：一是选编了 2006 年高考的部分试题；二是对 2006 年高考出题情况进行了一些分析和研究，为 2007 年高考辅导提供参考。当然，我们也对原书存在的一些不足和错误之处进行了改正。感谢出版社的支持，更感谢广大高考考生的厚爱。希望他们在 2007 年度的高考中考出好成绩，都能考过 600 分，都能考上自己心仪的重点大学。当然，主要要靠他们自己的勤奋努力。如果本套图书能为他们的复习应考提供一些有益的帮助，我们会感到莫大的欣慰。由于我们的水平有限，加上时间仓促，书中肯定还存在不足和错误之处，希望读者批评指正。

编 者

2006 年 12 月 10 日

目 录

第一章 集合与简易逻辑

1.1 集合	1
[高考新要求]	1
[主干知识]	1
[热点试题精析]	2
[考试心得]	3
[精彩回放]	3
[冲刺演练]	4
1.2 含绝对值的不等式的解法	5
[高考新要求]	5
[主干知识]	5
[热点试题精析]	5
[考试心得]	6
[精彩回放]	6
[冲刺演练]	7
1.3 一元二次不等式的解法	7
[高考新要求]	7
[主干知识]	7
[热点试题精析]	8
[考试心得]	9
[精彩回放]	10
[冲刺演练]	11
1.4 简易逻辑与充要条件	11
[高考新要求]	11
[主干知识]	11
[热点试题精析]	12
[考试心得]	13
[精彩回放]	13
[冲刺演练]	14

第二章 函数

2.1 映射与函数	17
[高考新要求]	17

[主干知识]	17
[热点试题精析]	17
[考试心得]	18
[精彩回放]	18
[冲刺演练]	19
2.2 函数的定义域与解析式	20
[高考新要求]	20
[主干知识]	20
[热点试题精析]	20
[考试心得]	21
[精彩回放]	22
[冲刺演练]	22
2.3 函数的值域与最值	23
[高考新要求]	23
[主干知识]	23
[热点试题精析]	23
[考试心得]	25
[精彩回放]	25
[冲刺演练]	26
2.4 函数的奇偶性和周期性	27
[高考新要求]	27
[主干知识]	27
[热点试题精析]	27
[考试心得]	29
[精彩回放]	29
[冲刺演练]	30
2.5 函数的单调性	30
[高考新要求]	30
[主干知识]	30
[热点试题精析]	31
[考试心得]	32
[精彩回放]	33
[冲刺演练]	34
2.6 反函数	35

第三章 数列

[高考新要求].....	35
[主干知识].....	35
[热点试题精析].....	35
[考试心得].....	36
[精彩回放].....	37
[冲刺演练].....	37
2.7 二次函数	38
[高考新要求].....	38
[主干知识].....	38
[热点试题精析].....	39
[考试心得].....	41
[精彩回放].....	42
[冲刺演练].....	42
2.8 指数与对数	43
[高考新要求].....	43
[主干知识].....	43
[热点试题精析].....	44
[考试心得].....	44
[精彩回放].....	45
[冲刺演练].....	45
2.9 指数函数与对数函数	45
[高考新要求].....	45
[主干知识].....	45
[热点试题精析].....	46
[考试心得].....	47
[精彩回放].....	48
[冲刺演练].....	48
2.10 函数的图像	49
[高考新要求].....	49
[主干知识].....	49
[热点试题精析].....	49
[考试心得].....	51
[精彩回放].....	51
[冲刺演练].....	52
2.11 函数的综合应用	53
[高考新要求].....	53
[主干知识].....	53
[热点试题精析].....	53
[考试心得].....	56
[精彩回放].....	56
[冲刺演练].....	58

3.1 数列的概念	59
[高考新要求].....	59
[主干知识].....	59
[热点试题精析].....	59
[考试心得].....	61
[精彩回放].....	61
[冲刺演练].....	62
3.2 等差数列	63
[高考新要求].....	63
[主干知识].....	63
[热点试题精析].....	63
[考试心得].....	65
[精彩回放].....	65
[冲刺演练].....	66
3.3 等比数列	67
[高考新要求].....	67
[主干知识].....	67
[热点试题精析].....	68
[考试心得].....	69
[精彩回放].....	70
[冲刺演练].....	70
3.4 数列求和	71
[高考新要求].....	71
[主干知识].....	71
[热点试题精析].....	71
[考试心得].....	73
[精彩回放].....	73
[冲刺演练].....	75
3.5 数列的综合运用	75
[高考新要求].....	75
[主干知识].....	75
[热点试题精析].....	76
[考试心得].....	77
[精彩回放].....	77
[冲刺演练].....	79

第四章 三角函数

4.1 三角函数的有关概念	81
[高考新要求].....	81

[考试心得]	123
[精彩回放]	124
[冲刺演练]	125
5.4 线段的定比分点及平移	126
[高考新要求]	126
[主干知识]	126
[热点试题精析]	126
[考试心得]	127
[精彩回放]	128
[冲刺演练]	128
5.5 解斜三角形及应用	129
[高考新要求]	129
[主干知识]	129
[热点试题精析]	130
[考试心得]	131
[精彩回放]	131
[冲刺演练]	132

第六章 不等式

6.1 不等式的概念与性质	134
[高考新要求]	134
[主干知识]	134
[热点试题精析]	135
[考试心得]	136
[精彩回放]	136
[冲刺演练]	137
6.2 不等式的证明(一)	138
[高考新要求]	138
[主干知识]	138
[热点试题精析]	138
[考试心得]	139
[精彩回放]	139
[冲刺演练]	141
6.3 不等式证明(二)	141
[高考新要求]	141
[主干知识]	141
[热点试题精析]	142
[考试心得]	143
[精彩回放]	144
[冲刺演练]	145
6.4 不等式的解法	145

[高考新要求]	145
[主干知识]	145
[热点试题精析]	146
[考试心得]	147
[精彩回放]	147
[冲刺演练]	148
6.5 不等式的应用	148
[高考新要求]	148
[主干知识]	149
[热点试题精析]	149
[考试心得]	150
[精彩回放]	151
[冲刺演练]	152

第七章 直线和圆的方程

7.1 直线方程	153
[高考新要求]	153
[主干知识]	153
[热点试题精析]	154
[考试心得]	156
[精彩回放]	156
[冲刺演练]	157
7.2 两直线的位置关系	157
[高考新要求]	157
[主干知识]	157
[热点试题精析]	157
[考试心得]	159
[精彩回放]	159
[冲刺演练]	160
7.3 简单的线性规划	160
[高考新要求]	160
[主干知识]	160
[热点试题精析]	161
[考试心得]	163
[精彩回放]	163
[冲刺演练]	164
7.4 曲线和方程	165
[高考新要求]	165
[主干知识]	165
[热点试题精析]	165
[考试心得]	166

[精彩回放]	167
[冲刺演练]	168
7.5 圆的方程	168
[高考新要求]	168
[主干知识]	168
[热点试题精析]	169
[考试心得]	170
[精彩回放]	171
[冲刺演练]	172
7.6 直线与圆的位置关系	172
[高考新要求]	172
[主干知识]	172
[热点试题精析]	173
[考试心得]	174
[精彩回放]	174
[冲刺演练]	177
7.7 对称问题	177
[高考新要求]	177
[主干知识]	177
[热点试题精析]	178
[考试心得]	179
[精彩回放]	180
[冲刺演练]	180

第八章 圆锥曲线

8.1 椭圆	182
[高考新要求]	182
[主干知识]	182
[热点试题精析]	183
[考试心得]	185
[精彩回放]	185
[冲刺演练]	186
8.2 双曲线	187
[高考新要求]	187
[主干知识]	187
[热点试题精析]	188
[考试心得]	190
[精彩回放]	190
[冲刺演练]	191
8.3 抛物线	192
[高考新要求]	192

[主干知识]	192
[热点试题精析]	192
[考试心得]	194
[精彩回放]	194
[冲刺演练]	195
8.4 直线与圆锥曲线的位置关系	196
[高考新要求]	196
[主干知识]	196
[热点试题精析]	196
[考试心得]	198
[精彩回放]	199
[冲刺演练]	200
8.5 轨迹问题	201
[高考新要求]	201
[主干知识]	201
[热点试题精析]	201
[考试心得]	203
[精彩回放]	204
[冲刺演练]	206
8.6 圆锥曲线的综合应用	206
[高考新要求]	206
[主干知识]	206
[热点试题精析]	207
[考试心得]	209
[精彩回放]	210
[冲刺演练]	212

第九章 直线 平面 简单几何体

9.1 平面及其基本性质	215
[高考新要求]	215
[主干知识]	215
[热点试题精析]	215
[考试心得]	216
[精彩回放]	216
[冲刺演练]	217
9.2 空间直线	217
[高考新要求]	217
[主干知识]	218
[热点试题精析]	218
[考试心得]	219
[精彩回放]	220

[冲刺演练]	221
9.3 空间直线与平面	222
[高考新要求]	222
[主干知识]	222
[热点试题精析]	222
[考试心得]	224
[精彩回放]	225
[冲刺演练]	227
9.4 空间平面与平面	228
[高考新要求]	228
[主干知识]	228
[热点试题精析]	229
[考试心得]	231
[精彩回放]	231
[冲刺演练]	233
9.5 空间向量及其运算	234
[高考新要求]	234
[主干知识]	234
[热点试题精析]	234
[考试心得]	236
[精彩回放]	236
[冲刺演练]	237
9.6 空间向量的坐标运算	238
[高考新要求]	238
[主干知识]	238
[热点试题精析]	238
[考试心得]	240
[精彩回放]	241
[冲刺演练]	243
9.7 空间角	244
[高考新要求]	244
[主干知识]	244
[热点试题精析]	245
[考试心得]	249
[精彩回放]	249
[冲刺演练]	252
9.8 空间距离	253
[高考新要求]	253
[主干知识]	253
[热点试题精析]	253
[考试心得]	255

[精彩回放]	255
[冲刺演练]	257
9.9 棱柱和棱锥	258
[高考新要求]	258
[主干知识]	258
[热点试题精析]	258
[考试心得]	261
[精彩回放]	261
[冲刺演练]	263
9.10 简单多面体与欧拉公式	264
[高考新要求]	264
[主干知识]	264
[热点试题精析]	264
[考试心得]	265
[精彩回放]	265
[冲刺演练]	266
9.11 球	267
[高考新要求]	267
[主干知识]	267
[热点试题精析]	267
[考试心得]	269
[精彩回放]	269
[冲刺演练]	270

第十章 排列、组合和概率

10.1 分类计数原理与分步计数	
原理	272
[高考新要求]	272
[主干知识]	272
[热点试题精析]	272
[考试心得]	273
[精彩回放]	274
[冲刺演练]	274
10.2 排列、组合的概念及计算	275
[高考新要求]	275
[主干知识]	275
[热点试题精析]	275
[考试心得]	276
[精彩回放]	276
[冲刺演练]	277
10.3 排列、组合的综合应用	278

[高考新要求]	278
[主干知识]	278
[热点试题精析]	278
[考试心得]	279
[精彩回放]	279
[冲刺演练]	280
10.4 二项式定理及其应用	280
[高考新要求]	280
[主干知识]	280
[热点试题精析]	281
[考试心得]	282
[精彩回放]	282
[冲刺演练]	283
10.5 随机事件的概率	283
[高考新要求]	283
[主干知识]	283
[热点试题精析]	283
[考试心得]	284
[精彩回放]	285
[冲刺演练]	286
10.6 互斥事件有一个发生的概率	286
[高考新要求]	286
[主干知识]	286
[热点试题精析]	287
[考试心得]	288
[精彩回放]	288
[冲刺演练]	289
10.7 相互独立事件同时发生的概率	290
[高考新要求]	290
[主干知识]	290
[热点试题精析]	290
[考试心得]	291
[精彩回放]	292
[冲刺演练]	293

第十一章 概率与统计

11.1 离散型随机变量的分布列	295
[高考新要求]	295
[主干知识]	295
[热点试题精析]	296

[考试心得]	297
[精彩回放]	298
[冲刺演练]	299
11.2 离散型随机变量的期望与方差	300
[高考新要求]	300
[主干知识]	300
[热点试题精析]	300
[考试心得]	302
[精彩回放]	302
[冲刺演练]	304
11.3 统计	304
[高考新要求]	304
[主干知识]	304
[热点试题精析]	306
[考试心得]	307
[精彩回放]	307
[冲刺演练]	309

第十二章 极限

12.1 数学归纳法及其应用	310
[高考新要求]	310
[主干知识]	310
[热点试题精析]	310
[考试心得]	312
[精彩回放]	312
[冲刺演练]	314
12.2 数列的极限	314
[高考新要求]	314
[主干知识]	314
[热点试题精析]	315
[考试心得]	316
[精彩回放]	316
[冲刺演练]	317
12.3 函数的极限	318
[高考新要求]	318
[主干知识]	318
[热点试题精析]	319
[考试心得]	320
[精彩回放]	321
[冲刺演练]	321

12.4 函数的连续性	322
[高考新要求]	322
[主干知识]	322
[热点试题精析]	322
[考试心得]	323
[精彩回放]	324
[冲刺演练]	324

第十三章 导数

13.1 导数的概念与运算	326
[高考新要求]	326
[主干知识]	326
[热点试题精析]	327
[考试心得]	327
[精彩回放]	328
[冲刺演练]	329
13.2 导数的应用	329
[高考新要求]	329
[主干知识]	329
[热点试题精析]	330
[考试心得]	331

[精彩回放]	331
[冲刺演练]	333

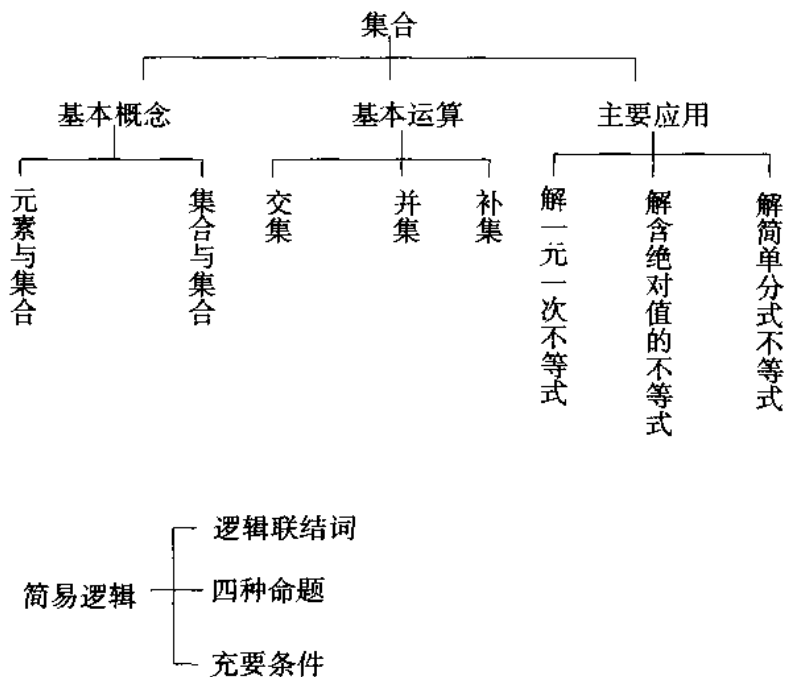
第十四章 复数

14.1 复数的有关概念	334
[高考新要求]	334
[主干知识]	334
[热点试题精析]	334
[考试心得]	335
[精彩回放]	336
[冲刺演练]	336
14.2 复数的代数形式及运算	336
[高考新要求]	336
[主干知识]	337
[热点试题精析]	337
[考试心得]	338
[精彩回放]	338
[冲刺演练]	339

冲刺演练答案	340
---------------------	-----

第一章 集合与简易逻辑

【知识网络】



1.1 集合

【高考新要求】

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念,了解属于、包含、相等关系的意义及空集、全集的意义.
2. 掌握有关的术语和符号,并会用它们正确地表示一些简单的集合.
3. 掌握集合的运算性质,能熟练地利用数轴或图形进行集合的运算.

【主干知识】

1. 集合的概念及特征

(1)集合:某些指定的对象集在一起就成为一个集合,其中每个对象叫做集合的元素.

(2)集合里元素的特征:

①确定性:集合里的元素,必须是确定的,任何一个对象都能被准确地判定是不是固定集合的元素.

②互异性:集合里的任意两个元素都是不相同的,即同一个元素在同一个集合中不能重复出现.

③无序性:在一个集合里,元素的排列与顺序

无关.

2. 集合的表示方法

①列举法:在大括号 $\{\}$ 内把集合中的每一个元素都列举出来.列举集合中的元素时,与元素的排列顺序无关,即同样的元素,不同的列举顺序只视为同一个集合.

②描述法:用集合中的元素的共同特征性质 $p(x)$ 描述,并记为 $p = \{x | p(x)\}$.

③图示法:用一条封闭曲线的内部(或数轴)表示一个集合.

注:常用的数集及其符号表示:

自然数集(N),整数集(Z),有理数集(Q),实数集(R),正整数集(N^+ 或 N^+),复数集(C).

3. 集合的分类

按照集合中元素个数的多少可分为:

- (1)有限集:含有有限个元素的集合.
- (2)无限集:含有无限个元素的集合.
- (3)空集:不含任何一个元素的集合.

4. 集合的关系

(1)元素与集合的关系:

元素与集合之间是个体与整体之间的关系,有且仅有“属于”和“不属于”两种关系,用“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”表示.

(2)集合与集合的关系:

①子集:如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,用符号表示为: $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$).

②真子集:若 A 是 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A ,则 A 是 B 的真子集,用符号表示为: $A \subset B$ (或 $B \supset A$).

③等集:对于两个集合 A, B ,若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则这两个集合相等,记作: $A = B$.

5. 集合的性质

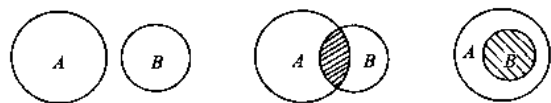
- (1)任何集合都是它自身的子集,即 $A \subseteq A$.
- (2)空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$.
- (3)空集是任何非空集合的真子集.
- (4)子集关系具有传递性:若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.
- (5)若集合 A 中含有 n 个元素,则:

A 的子集共有 2^n 个, A 的非空子集有 $2^n - 1$ 个, A 的非空真子集有 $2^n - 2$ 个.

6. 集合的运算

(1)集合的运算:

①交集:所有既属于集合 A 又属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的交集.用符号表示为: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.如下图中阴影部分表示集合 A 与 B 的交集 $A \cap B$:



②并集:由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集.用符号表示为: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.如下图中阴影部分表示集合 A 与 B 的并集 $A \cup B$:



③补集:设 U 是一个全集, $A \subseteq U$,由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做全集 U 中集合 A 的补集.用符号表示为: $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.如下图阴影部分表示集合 A 的补集 $\complement_U A$:



(2)常用的运算性质:

- ① $A \cap A = A; A \cap \emptyset = \emptyset; A \cap B = B \cap A$
- ② $A \cup A = A; A \cup \emptyset = A; A \cup B = B \cup A$
- ③ $A \cap \complement_U A = \emptyset; A \cup \complement_U A = U$
- ④ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$
 $(C \cup A) \cap (C \cup B) = C \cup (A \cap B)$
- ⑤ $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B; A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$

【热点试题精析】

例1 (2005·全国) 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集,且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$,则下面论断正确的是()

- $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$
- $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$
- $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$
- $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$

考查知识点:本题重点考查集合间的基本关系.

思路点拨:由德摩根律和数形结合可求.

解析过程: $\because \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \complement_I (S_2 \cup S_3)$

$$\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3 = \complement_I (S_2 \cap S_3)$$

$$\therefore S_1 \not\subseteq \complement_I (S_2 \cup S_3) \quad S_1 \not\subseteq (\complement_I S_2) \cup (\complement_I S_3)$$

$\therefore$ B、D 错误

$$\because \complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) \neq \emptyset$$

$\therefore$ A 错误

$$\because \complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \complement_I (S_1 \cap S_2) \cap \complement_I S_3 = \emptyset$$

$\therefore$ C 正确(或可以利用排除法得出)

答案:C

点评:此题有些难度,重点考查韦恩图的利用.

例 2 (2005 · 北京) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | x > 1\}$, $P = \{x | x^2 > 1\}$, 则下列关系中正确的是()

A. $M = P$

B. $P \subsetneq M$

C. $M \subsetneq P$

D. $\complement_U M \cap P = \emptyset$

考查知识点: 本题重点考查两集合间的基本关系.

思路点拨: 分别将两集合中的特征元素解出来, 然后再借助于数轴便可解之.

解析过程: $\because M = \{x | x > 1\} \quad P = \{x | x^2 > 1\} = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$

$$\therefore M \subsetneq P$$

答案:C

点评: 熟练掌握集合间的基本关系是正确解决此类问题的关键.

例 3 (2006 · 辽宁) 设 $\oplus$ 是 $\mathbf{R}$ 上的一个运算, A 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集. 若对任意 $a, b \in A$, 有 $a \oplus b \in A$, 则称 A 对运算 $\oplus$ 封闭. 下列数集对加法、减法、乘法和除法(除数不等于零)四则运算都封闭的是

A. 自然数集

B. 整数集

C. 有理数集

D. 无理数集

考查知识点: 本题考查了数集的运算法则, 考查了对新概念的理解及对新问题的探究能力.

思路点拨: 理解所给信息: 若对任意 $a, b \in A$, 有 $a \oplus b \in A$, 则称 A 对运算 $\oplus$ 封闭, 考虑举例验证.

解析过程: 令 $a = 1, b = 2, a \div b = \frac{1}{2}$,

可排除 A、B. 令 $a = 3\sqrt{2}, b = \sqrt{2}, \frac{a}{b} = 3$, 可排除 D, 故选 C.

答案:C

点评: 这是一个信息给予题, 用排除法更加简便.

【考试心得】

一、失误防范

1. 深刻理解集合的定义, 元素与集合之间的关系及集合与集合之间的关系; 熟练正确的使用各种符号. 这是同学们的易错之处.

2. 集合中元素的三大特性往往是出题的重点, 要认真把握, 尤其互异性更是一个考点.

3. 求集合的子集和真子集时, 一定要注意空集这一特殊集合.

二、解题规律归纳

1. 解答集合问题, 要正确理解集合的有关概念, 对于用描述法给出的集合 $\{x | x \in p\}$, 要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 的特征.

2. 深刻理解集合元素的三大特性, 并注意这些性质在解题中的应用.

3. 对求解含有参数的集合运算问题, 若能化简的集合要先化简, 以便使问题进一步明朗化. 然后往往借助于数形结合的思想去解决, 有时集合元素的互异性也常常需分类讨论.

4. 集合问题往往与函数、方程、不等式、解析几何有关, 要留意知识的联系.

5. 要熟练掌握集合的图形表示、数轴表示等基本方法, 并牢固树立“画图意识”或“数形结合思想”.

【精彩回放】

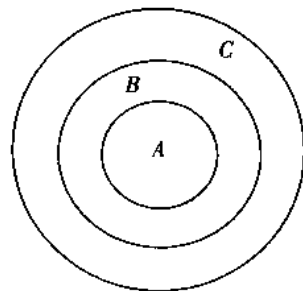
例 1 (2006 · 江苏) 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()

A. $A \subseteq C$

B. $C \subseteq A$

C. $A \neq C$

D. $A = \emptyset$



解析:法1: $\because A \cup B = B \cap C, \therefore (A \cup B) \subseteq B$ 且 $(A \cup B) \subseteq C$,

$\therefore A \subseteq B$ 且 $A \subseteq C$, 即得 $A \subseteq B \subseteq C$, 故应选 A.

法2: 若 $A=B=C \neq \emptyset$, 则 $A \cup B=A, B \cap C=B=A$ 成立, 排除 C、D 选项, 作出韦恩图如图所示:

可知 A 成立.

答案: A

例2 (2005·浙江) 设 $f(n)=2n+1 (n \in \mathbf{N})$, $P=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q=\{3, 4, 5, 6, 7\}$. 记 $P=\{n \in \mathbf{N} | f(n) \in P\}$, $Q=\{n \in \mathbf{N} | f(n) \in Q\}$, 则 $(P \cap \complement_{\mathbf{N}} Q) \cup (Q \cap \complement_{\mathbf{N}} P) = (\quad)$

- A. $\{0, 3\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 6, 7\}$

解析: $\because f(n)=2n+1 \quad P=\{1, 2, 3, 4, 5\} \quad Q=\{3, 4, 5, 6, 7\}$
 $P=\{n \in \mathbf{N} | f(n) \in P\} \quad Q=\{n \in \mathbf{N} | f(n) \in Q\}$

$\therefore 2n+1=1, 2n+1=3, 2n+1=5; 2n+1=3, 2n+1=5, 2n+1=7$

$\therefore P=\{0, 1, 2\}$

$\therefore Q=\{1, 2, 3\}$

$P \cap \complement_{\mathbf{N}} Q = \{0\}; \quad Q \cap \complement_{\mathbf{N}} P = \{3\}$

$\therefore (P \cap \complement_{\mathbf{N}} Q) \cup (Q \cap \complement_{\mathbf{N}} P) = \{0, 3\}$

答案: A

例3 (2006·四川) 非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足: (1) 对任意 $a, b \in G$, 都有 $a \oplus b \in G$; (2) 存在 $e \in G$, 使得对一切 $a \in G$, 都有 $a \oplus e = e \oplus a = a$, 则称 G 关于运算

$\oplus$ 为“融洽集”. 现给出下列集合和运算:

- ① $G = \{\text{非负整数}\}$, $\oplus$ 为整数的加法.
② $G = \{\text{偶数}\}$, $\oplus$ 为整数的乘法.
③ $G = \{\text{平面向量}\}$, $\oplus$ 为平面向量的加法.
④ $G = \{\text{二次三项式}\}$, $\oplus$ 为多项式的加法.
⑤ $G = \{\text{虚数}\}$, $\oplus$ 为复数的乘法.

其中 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”的是_____.

(写出所有“融洽集”的序号)

解析: 对于①满足条件(1); $e=0$ 时, 满足条件(2), 故符合条件; 对于②满足条件(1), 但一个数乘以1才有 $a \oplus e = e \oplus a = a$ 成立, 而 $1 \notin G$, 故不符合条件; 对于③显然满足条件(1), 存在 $e=0$, 使条件(2)成立, 故符合条件; 对于④, 当 $a = x^2 + x + 1, b = -x^2 - x - 1$ 时, $a \oplus b = 0$ 不满足条件(1), 故不符合

条件; ⑤当 $a = i, b = -i$ 时, $a \oplus b = -1 \notin G$, 故不符合条件.

答案: ①③

【冲刺演练】

1. (2006·山东) 定义集合运算: $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$. 设集合 $A = \{0, 1\}, B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为

- A. 0 B. 6
C. 12 D. 18

2. (2005·人大附中二模) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x < 5 - \sqrt{2}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$ 等于()

- A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{2, 3, 4\}$
C. $\{3, 4\}$ D. $\{4\}$

3. (2006·江西) 已知集合 $M = \{x | \frac{x}{(x-1)^2} \geq 0\}$, $N = \{y | y = 3x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N$ 等于()

- A. $\emptyset$ B. $\{x | x \geq 1\}$
C. $\{x | x > 1\}$ D. $\{x | x \geq 1 \text{ 或 } x < 0\}$

4. (2006·上海) 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = (3, m^2)$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.

5. (2006·黄冈中学一模) 已知集合 $P = \{0, m\}$, $Q = \{x | 2x^2 - 5x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$, 若 $P \cap Q \neq \emptyset$, 则 $m =$ _____.

6. (2005·黄冈中学一模) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 + 2x - 8 > 0\}$, 集合 $C = \{x | x^2 - 4ax + 3a^2 < 0\}$. 若 $C \supseteq A \cap B$, 试确定实数 a 的取值范围.

7. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, d 为公差且不为 0, a_1 和 d 均为实数, 它的前 n 项和记作 S_n , 设集合 $A = \left\{ \left(a_n, \frac{S_n}{n} \right) \mid n \in \mathbf{N}^+ \right\}$, $B = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{4}x^2 - y^2 = 1, x, y \in \mathbf{R} \right\}$.

试问下列结论是否正确, 如果正确, 请给予证明; 如果不正确, 请举例说明.

(1) 若以集合 A 中的元素作为点的坐标, 则这些点都在同一条直线上;

(2) $A \cap B$ 至多有一个元素;

(3) 当 $a_1 \neq 0$ 时, 一定有 $A \cap B \neq \emptyset$.