

主 编 吴桂玺

副主编 郭瑞红

WULISHIYAN

物理实验

[修订版]



电子科技大学出版社

内 容 提 要

本书参考 1995 年国家教育部颁布的高等工科院校《物理实验课程基本要求》，在多年使用的教材基础上，吸取了近年出版的国内优秀实验教材的精华和我院物理实验教学同仁的经验修订而成。全书分为九章，内容包括实验基础理论和基础实验、近代物理实验与综合实验、计算机模拟实验、设计性实验项目共 44 个。书末附有部分基本物理常量、法定单位及与本书实验相关的常数。

本书可作为高等工科院校各专业的实验教材和参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

物理实验 / 吴桂玺主编. —修订本. —成都: 电子科技大学出版社, 2006.8

ISBN 7-81114-230-9

I. 物... II. 吴... III. 物理学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 091818 号

物 理 实 验 (修 订 版)

主 编 吴桂玺

副主编 郭瑞红

出 版: 电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号 邮编: 610054)
责任编辑: 杜 倩
发 行: 新华书店经销
印 刷: 成都中铁二局永经堂印务有限责任公司
开 本: 787mm × 1092mm 1/16 印张 16 字数 386 千字
版 次: 2006 年 8 月第二版
印 次: 2006 年 8 月第一次印刷
书 号: ISBN 7-81114-230-9/O · 9
定 价: 21.60 元

前 言

本书是按照国家教育部颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，在总结我校多年教学经验和尝试改革的基础上，对传统的教材作了较大幅度的改动。本教材提高了教学起点，适当加深了难度；增加了实验基础理论的内容；尽量向应用技术方面发展，尽力与现代科学技术接轨，并将数字仪表、智能仪表、激光技术、传感技术、CCD 技术和计算机技术等引入到物理实验中；增大了综合性、设计性实验的比例，以加强学生综合能力的培养；在内容安排上，打破了按力、热、电、光、近代物理的传统方式，构建了教学内容分为基础实验、近代与综合性实验、设计性实验三个层次的新体系。

实验教学是一项集体的事业，本书凝聚了我校许多实验教师的智慧和多年积累的教学成果，同时也吸收了兄弟院校宝贵的经验。吴桂玺、郭瑞红、李学全、张雪娥、谢国亚、胡章芳、田贻丽、李登峰等参与了本书的编写和有关工作。

本书由重庆邮电大学党明瑞教授主审。党明瑞教授对本书的修订提出了很多宝贵意见，在此特别表示感谢。

本书在出版过程中得到了电子科技大学出版社和重庆邮电大学教学服务中心教材部的大力支持，在此一并表示谢意。

由于编者水平有限，书中难免有差错及不当之处，恳请使用本书的师生不吝指正。

编 者

于重庆邮电大学

2006 年 6 月

绪 论

大学物理实验课程的地位、作用和任务

(1) 大学物理实验课程的地位

现代科学技术的发展主要依靠科学实验。物理学就本质上讲是一门实验科学，大量的事例说明，无论是经典物理学或是现代物理学的研究，都离不开实验，实验是物理理论的源泉和检验标准。同时，随着学科之间的交叉，物理实验方法和测量方法已渗透到科学技术的各个领域。

大学物理实验是学生进行科学实验的基本训练，它与物理理论教学具有同等重要的地位。

(2) 大学物理实验课程的作用

大学物理实验课程的作用是使学生学习物理实验知识、方法和技能，了解科学实验的主要过程及基本方法，为今后的学习和工作奠定良好的实验基础。

(3) 大学物理实验课程的任务

大学物理实验课的主要任务是：

通过对实验对象的观察、分析和对物理量的测定，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。

培养和提高学生的科学实验能力。主要包括阅读实验教材和参考资料的能力；常用仪器的调整和使用，基本物理量的测量和操作技能；数据的记录、处理，测量结果的分析和撰写实验报告的能力；设计简单实验的能力等。

培养和提高学生的科学实验素养。

大学物理实验课程的基本教学环节

为了达到物理实验课程的目的，应抓住如下三个重要的教学环节：

(1) 实验预习

实验前要认真阅读实验教材和有关参考资料，并从中概括出实验要点，了解仪器的调整、使用方法和注意事项，画好原理图(电路图、光路图等)和数据表格。对设计性实验，应按“设计性实验的一般程序”(见第九章)进行充分的准备。

(2) 实验操作

首先检查仪器是否完好，将仪器正确摆放、合理布置，进一步熟悉仪器的调整、使用方法，然后按操作规程和实验步骤进行实验。实验中要仔细操作和观察，实事求是地记录测量数据。遇到问题要独立思考、冷静分析，要学习排除一般实验故障的方法。仪器设备若发生故障，应报告教师处理。实验完毕，原始数据要交指导教师签字，并将仪器、用具摆放整齐后，才能离开实验室。

(3) 实验报告

实验后要对实验数据进行处理, 主要包括计算、作图、误差分析、结果报告和分析讨论等, 最后撰写出一份文字简洁明了、书写工整、作图正规、有分析和见解的完整的实验报告。

实验报告应包括下列内容:

实验名称;

实验目的;

实验原理: 简要的原理和计算公式, 画出必要的原理图(电路图、光路图等);

实验仪器: 实验用仪器、用具、元件的名称、规格、型号;

实验步骤: 根据实际的实验过程写出关键步骤, 不要照抄书本;

数据表格与数据处理;

小结或讨论: 内容不限, 如对实验中现象的分析、讨论、实验的收获、体会, 改进实验的建议, 回答思考问题等。

怎样学好大学物理实验课

(1) 首先要明确物理实验的地位、作用 and 任务

要充分认识到, 物理实验不仅可以使自己学习和掌握物理实验的基本知识和基本技能, 更重要的是培养自己的科学实验能力和素养, 为今后从事科学实验打下坚实的实验基础。

(2) 要注意学习和掌握重要的实验方法和基本测量方法

大学物理实验中有各种各样的实验方法和测量方法, 但每一种实验方法都有其各自的原理、适用条件、优点和缺点。只有自己动手, 反复运用, 才能熟练掌握它。

(3) 要养成分析问题的习惯

在实验过程中, 要善于观察和捕捉实验现象。出现异常情况, 要独立思考、冷静分析。测量数据与理论值不相符合时, 不要简单地归结为仪器不准, 更不要拼凑数据。须知, 任何理论都是在一定条件下的抽象和简化, 都有一定的适用范围, 它所导出的计算公式也必然有一定的适用条件。任何仪器对环境条件都有一定的要求, 当这些条件和要求未得到满足时, 必然会产生测量误差。所以, 实验中不要单纯追求标准数据, 而是应对测量数据进行认真分析, 判断其是否合理。如不合理, 要找出不合理的原因, 或者对实验进行改进。

(4) 要注意培养自己的动手能力

实验过程中, 仪器的调整、使用、物理量的测量等, 都必须自己动手。只有在实验中有意识地加强锻炼, 才能不断提高自己的实验能力。

(5) 要注意培养自己踏实认真、坚韧不拔和勇于创新的精神

实验中要认真操作、仔细观察, 要善于对实验方法、测量方法提出改进意见, 在实验室可能提供的条件下, 可以采用新的实验方法和测量方法。

(6) 要养成良好的实验习惯

进入实验室必须遵守实验室规则。仪器设备, 尤其是精密贵重仪器, 操作前一定要仔细阅读使用说明书, 严格遵守操作规程。仪器摆放、布置合理, 操作姿势要正确, 注意安全。

目 录

绪 论

第一章 测量结果及其不确定度报告	1
1.1 测量有关术语及定义	1
1.1.1 [可测量的]量、量值和测量	1
1.1.2 [量的]真值和[量的]约定真值	1
1.1.3 测量结果	2
1.1.4 测量准确度	2
1.1.5 [测量]误差	2
1.1.6 [测量]不确定度	2
1.1.7 置信概率	3
1.2 误差的基本概念	3
1.2.1 误差的表示方法	3
1.2.2 误差的来源	4
1.2.3 误差的分类	4
1.3 误差的基本性质和处理方法	5
1.3.1 随机误差	5
1.3.2 系统误差	9
1.3.3 粗大误差	13
1.3.4 间接测量误差的合成	14
1.4 测量不确定度	16
1.4.1 测量不确定度的基本概念	16
1.4.2 测量不确定度的评定	18
1.5 测量结果及其不确定度报告	23
1.5.1 测量结果及其不确定度报告	23
1.5.2 测量结果和不确定度报告格式	23
1.5.3 测量结果及其不确定度的有效位数	23
第二章 实验数据处理的基本知识	26
2.1 有效位数和数字修约规则	26
2.1.1 有效位数的概念	26
2.1.2 关于有效位数的几个值得注意的问题	27
2.1.3 有效数字的修约规则	27
2.1.4 测量结果有效位数的确定	28
2.1.5 有效数字的运算规则	28
2.2 实验数据处理的常用方法	32
2.2.1 列表法	32
2.2.2 作图法	33
2.2.3 逐差法	36
2.2.4 最小二乘法	38
2.3 计算器在数据处理中的应用	43

第三章 基本测量方法和操作技能	44
3.1 比较测量法	44
3.1.1 直接比较测量法	44
3.1.2 间接比较测量法	44
3.1.3 替代测量法	44
3.1.4 零位(平衡)测量法	45
3.2 放大测量法	45
3.2.1 机械放大	45
3.2.2 光学放大	45
3.2.3 电子学放大	45
3.2.4 积累放大	46
3.3 补偿测量法	46
3.4 模拟测量法	47
3.4.1 物理模拟法	47
3.4.2 数学模拟法	47
3.4.3 计算机模拟法	48
3.5 干涉法和光谱法	48
3.5.1 干涉法	48
3.5.2 光谱法	49
3.6 非电量电测法	49
3.6.1 热电偶	50
3.6.2 霍耳元件	50
3.6.3 光电池、光敏二极管	51
3.6.4 光纤传感器	52
3.7 物理实验基本操作技能	53
3.7.1 仪器的初态设置	53
3.7.2 零位调整	53
3.7.3 水平铅直调整	54
3.7.4 电路的联接和拆除	54
3.7.5 光学系统的调整	55
3.7.6 消除读数误差	55
附录 光杠杆测量微小长度的原理	56
第四章 基本物理量的测量及常用仪器	59
4.1 长度的测量	59
4.1.1 标准长度单位	59
4.1.2 长度的测量	59
4.2 质量的测量	63
4.2.1 标准质量单位	63
4.2.2 天平的结构及主要技术参数	63
4.2.3 天平和砝码的准确度级别	64
4.2.4 天平的调整和称量方法	65
4.2.5 天平和砝码的使用注意事项	66
4.3 时间的测量	66

4.3.1 时间标准	66
4.3.2 常用的计时仪器	66
4.4 温度的测量	68
4.4.1 测温原理	68
4.4.2 液体温度计	68
4.4.3 温标	68
4.5 电学基本量的测量	69
4.5.1 磁电式电流计	69
4.5.2 电流的测量	70
4.5.3 电压的测量	71
4.5.4 电阻的测量	72
4.5.5 几种常用测量仪器的主要技术性能	74
4.6 物理实验常用光源	79
4.6.1 热辐射光源	79
4.6.2 气体放电光源	79
4.6.3 激光光源	80
第五章 基础实验 I	82
实验 1 基本测量与物质密度	82
实验 2 重力加速度的测量	84
实验 3 速度和加速度的测量	89
实验 4 欧姆定律的应用	92
实验 5 电表的改装和校正	95
实验 6 惠斯登电桥测电阻	101
实验 7 用双臂电桥测低电阻	104
实验 8 电势差计测电压	107
实验 9 模拟法测绘静电场	110
实验 10 电子束的电偏转与磁偏转	114
实验 11 示波器的使用	120
实验 12 灵敏检流计的研究	125
实验 13 光的等厚干涉现象与应用	130
实验 14 定焦平行光管测透镜焦距	135
实验 15 分光计的调整和使用	137
实验 16 三棱镜折射率的测量	141
第六章 基础实验 II	144
实验 17 验证动量守恒定律	144
实验 18 晶体二极管的伏安特性	149
实验 19 用霍耳元件测磁场	152
实验 20 双棱镜干涉	155
实验 21 单缝衍射的相对光强分布	158
实验 22 光栅衍射	161
实验 23 光的偏振现象的研究	164
第七章 近代物理实验与综合实验	169
实验 24 动态法测弹性模量	169

实验 25	迈克尔逊干涉仪的调整和使用	173
实验 26	硅光敏三极管特性曲线测定	178
实验 27	夫兰克-赫兹实验	180
实验 28	激光发散角的测定	183
实验 29	塞曼效应	187
实验 30	金属电子逸出功的测定	192
实验 31	密立根油滴实验	197
实验 32	欧姆表的设计和组装	201
实验 33	音频信号光纤传输技术实验	203
第八章	计算机模拟实验	214
8.1	CAI 引入大学物理实验教学的意义	214
8.2	微机处理实验数据举例	214
8.2.1	平均值、不确定度的通用计算程序	215
8.2.2	逐差法计算平均值程序	215
8.3	计算机模拟实验	216
8.3.1	塞曼效应仿真实验	216
8.3.2	密立根油滴仿真实验	217
第九章	设计性实验	218
9.1	设计性实验的性质和任务	218
9.1.1	科学实验的一般程序	218
9.1.2	设计性实验的性质和任务	218
9.2	设计性实验方案的制定	219
9.2.1	实验方法的选择	219
9.2.2	测量仪器的选择	219
9.2.3	测量方法的选择	222
9.2.4	测量条件的选择	223
9.3	设计性实验的一般程序	224
实验 34	测量非线性元件的伏安特性曲线	225
实验 35	用电势差计校准电压表和电流表	225
实验 36	黑匣子揭密	226
实验 37	组装迈克尔逊干涉仪	227
实验 38	细丝直径的测量	227
实验 39	在气垫导轨上模拟研究势能曲线	228
实验 40	粘滞性阻尼常数的测定	230
实验 41	用补偿法测电池的电动势和内阻	231
实验 42	如何用示波器同时观察二极管伏安特性曲线	232
实验 43	示波器的应用	232
实验 44	热敏电阻温度计线性化设计	233
实验 45	扩大箱式电势差计的量程及范围	234
附 录		236
附 表		237
参考文献		244

第一章 测量结果及其不确定度报告

测量是科学技术、工农业生产、商业贸易等各个领域以至日常生活中不可缺少的一项工作。测量的目的是为了确定被测量的值或获得测量结果。在报告测量结果时，必须对测量结果的质量给出定量的说明，以确定测量结果的可信程度。测量不确定度就是对测量结果质量的定量表征，测量结果的可用性很大程度上取决于测量不确定度的大小。

本章主要介绍误差理论、测量不确定度评定、测量结果报告等方面的基础知识。这些基本知识不仅在大学物理实验中要用到，也是今后从事科学实验所必须了解和掌握的。

由于误差理论、不确定度评定涉及计量学和统计学方面的专业知识，而这些又是初学者尚未具备的，因此，本书只引用了其中的某些重要结论和公式，而没有给出严格的证明。同时，在不影响科学性的前提下，还作了适当的简化，有兴趣的读者可查阅有关专著。

1.1 测量有关术语及定义

1.1.1 [可测量的]量、量值和测量

[可测量的]量(方括弧内的字一般可略)是现象、物体或物质可定性区别和定量确定的属性。量是表现自然界运动规律的基本概念，是不依人们主观意识而客观存在的，如轻重、长短、大小等。一切自然现象，物体或物质，只有用量来表述，才能发现其规律。这里所说的量，是可以测量的，故称可测量的量。

由一个数乘以测量单位所表示的特定量的大小称为量值，如 71.5m、13.6kg、11.3s 等。数值和量值是不同的，数值指的是数，它是量值的组成部分。

作为测量对象的特定量称为被测量。

以确定量值为目的的一组操作称为测量。这里的操作可以是自动地进行的。

1.1.2 [量的]真值和[量的]约定真值

与给定的特定量的定义一致的值称为真值。一个量的真值，是在被观测时本身所具有的真实大小，它是一个理想的概念，只有通过完善的测量才可能获得。

值得指出的是，真值的定义与过去不同。过去强调测量的完美无缺，把真值定义为：“当某量能被完善地确定并能排出所有测量上的缺陷时，通过测量所得到的量值。”现在的定义强调与“定义一致”。因此，通过定义可以给出真值。例如，真空磁导率 $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$ ，三角形三个内角之和为 180° ，按定义规定的国际千克基准值 1kg 等，这些国际上人为协议的准确值，按过去的定义，是不能称为真值的，因为它们不是完善无缺的测量所得到的量值。

对于给定目的具有适当不确定度的、赋予特定量的值称为约定真值。有时该值是约定

采用的。例如：在给定地点，取由参考标准复现而赋予该量的值；常数委员会(CODATA)1986年推荐的常数值。约定真值有时称为指定值、最佳估计值、约定值或参考值。常常用某量的多次测量结果来确定约定真值。

1.1.3 测量结果

由测量所得到的赋予被测量的值称为测量结果。测量结果仅仅是被测量的最佳估计值，并非真值，完整表述测量结果时，应包括测量不确定度。

测量结果是由测量所得到的值，必要时，应表明它是示值(测量仪器所给出的量的值)，未修正测量结果(系统误差修正前的测量结果)或是已修正测量结果(系统误差修正后的测量结果)，是单次测量所得或是多次测量的平均。若是单次测量，测得值就是测量结果；若是对同一量的多次测量，则测量值的算术平均值才是测量结果。

测量结果可以由直接测量得到，但在很多情况下，测量结果要根据测得值借助于已知的函数关系才能得到。

1.1.4 测量准确度

测量结果与被测量真值之间的一致程度称为测量准确度。测量准确度是一个定性的概念，例如，可以用准确度高或低，准确度为 0.25 级，准确度为 3 等及准确度符合 $\times \times$ 标准等说法定性表明测量结果的质量。过去两个定性说明测量结果的计量术语“测量精密度”、“测量正确度”在国家计量技术规范“通用计量术语及定义”(JJFF1001—1998)中已不再出现，最好不再使用。

1.1.5 [测量]误差

测量结果减去被测量的真值称为测量误差。误差是客观存在的，应该是一个确定的值，但由于真值不能确定，故误差是无法准确得到的。在实际测量中，当用约定真值代替真值时，可得其估计值。

当有必要与相对误差区别时，测量误差又称为测量的绝对误差。

1.1.6 [测量]不确定度

表征合理地赋予被测量之值的分散性、与测量结果相联系参数称为测量不确定度。从测量的角度上讲，可理解为测量结果不能肯定的程度；从统计概率的角度上讲，可理解为被测量的真值所处范围的估计值。

不确定度可以是标准差或其倍数，或是说明了置信水准的区间的半宽。以标准差表示的不确定度称为标准不确定度，以标准差倍数表示的不确定度称为扩展不确定度或展伸不确定度。各标准不确定度分量的合成称为合成标准不确定度，它是测量结果标准差的估计值。

不确定度通常由多个分量组成，对每一个分量都要进行评定。评定的方法分为 A、B 两类。不确定度的表示有绝对和相对两种形式。测量不确定度是一个不带符号的正数。

1.1.7 置信概率

置信概率是指与置信区间或统计包含区间有关的概率值 $(1-\alpha)$ ， α 称为显著性水平。当测量服从某分布时，落于某区间的概率即为置信概率。置信概率是介于 $(0, 1)$ 之间的数，常用百分数表示。在不确定度评定中又称为置信水准或置信水平。

1.2 误差的基本概念

由于各种原因，测量所得的数据和被测量的真值之间总是不可避免地存在着差异，在数值上即表现为误差。随着测量技术的日益完善和人们认识水平的不断提高，测量误差会控制得愈来愈小，但终究不能完全消除。测量误差的存在是必然的和普遍的。研究误差的意义在于：正确认识误差的性质，分析其产生的原因，以便在测量操作和实验数据处理时，尽量消除或减少误差，从而在一定条件下得到更接近真值的数据；正确设计实验过程，合理选择测量方法和仪器，以便在最经济的条件下，得到理想的结果；正确分析判断和评定测量结果。

1.2.1 误差的表示方法

测量误差可用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。

(1) 绝对误差

测量结果减去被测量的真值称为绝对误差，绝对误差简称误差，即

$$\text{绝对误差} = \text{测量结果} - \text{真值}$$

由于真值往往不知道，在实际测量中常用约定真值代替真值，故所得误差只是一个近似值。绝对误差可以是正值，也可以是负值。

(2) 相对误差

绝对误差除以被测量的真值称为相对误差。通常使用的是测量误差除以测量的约定真值。在实际测量中又往往用测量结果代替约定真值给出相对误差，即

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \approx \frac{\text{绝对误差}}{\text{测量结果}}$$

由于绝对误差可能为正值或负值，因而相对误差也可能为正值或负值。相对误差通常用百分数表示。

对于同一被测量，绝对误差可以评定其测量准确度的高低，但对不同的被测量以及不同的物理量，绝对误差就难以评定测量准确度的优劣，而采用相对误差来评定则更为确切。例如，用两种方法测量长为 100mm 的物体的长度，测量误差分别为 $\pm 0.1\text{mm}$ 和 $\pm 0.01\text{mm}$ ，根据绝对误差大小，显然后者测量准确度高。若用第三种方法测量长为 10 000mm 物体的长度，其误差为 $\pm 0.5\text{mm}$ ，就难以用绝对误差来评定测量准确度的高低，必须用相对误差来评定。由相对误差的定义，三种测量方法的相对误差分别为

$$E_1 = \pm \frac{0.1}{100} = \pm 0.1\%$$

$$E_2 = \pm \frac{0.01}{100} = \pm 0.01\%$$

$$E_3 = \pm \frac{0.5}{10000} = \pm 0.005\%$$

由上可知,第三种测量方法测量准确度最高。

1.2.2 误差的来源

测量误差存在于一切测量之中,并贯穿于测量过程的始末,测量误差产生的原因大致可以归纳为四个方面:

(1) 器具误差

器具误差是指计量器具本身所具有的误差。例如:标准砝码、标准电池、标准电阻本身有误差;米尺刻度不准确;千分尺零点没有对准;水银温度计的零度不是在水的三相点温度;测量前未将计量器具或被测对象调整到正确位置或状态等。

(2) 人员误差

人员误差是指测量人员主观因素或操作技术所引起的误差。例如:有的测量人员由于习惯估读数值时总是偏大或偏小;按动停表时总是超前或滞后;疲劳或一时疏忽引起的误差等。

(3) 方法误差

方法误差是指测量方法不完善引起的误差。例如:用伏安法测量电阻时,忽略了电表内阻的影响;用等臂天平测量物体质量时,忽略了空气的浮力;用单摆法测量物体的重力加速度时,使用了摆角趋于零时的近似公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 等。

(4) 环境误差

环境误差是指由于实际环境条件与规定条件不一致所引起的误差。例如:计量器具规定的使用条件得不到满足;影响测量结果的外界环境条件(如温度、湿度、气压、照明、电磁场、振动等)发生变化等。

1.2.3 误差的分类

测量误差按其性质和特点可以分为随机误差、系统误差和粗大误差三类。

(1) 随机误差

测量结果与在重复条件下对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值之差,称为随机误差。在实际测量中,不可能进行无限多次测量,故可确定的只是随机误差的估计。随机误差不再称为偶然误差。

(2) 系统误差

在重复条件下,对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量真值之差,称为系统误差。

系统误差按其掌握的程度又可以分为已定系统误差(误差绝对值和符号已确定)和未定系统误差(误差绝对值和符号未能确定。通常可估计出误差范围)。也可以按误差出现的规律分为不变系统误差(误差绝对值和符号固定)和变化系统误差(误差绝对值和符号变化,如

误差按线性变化、周期性变化和复杂规律变化等)。

(3) 粗大误差

明显超出规定条件下预期的误差称为粗大误差。粗大误差数值较大, 明显歪曲测量结果, 在测量中应尽量避免此类误差的产生, 若误差已出现, 在数据处理时应先行剔除。所以, 在估计误差时, 通常只对系统误差和随机误差进行估计。

值得注意的是系统误差和随机误差之间并不存在绝对的界限, 在一定条件下, 它们可以相互转化。例如: 按某一数值生产的标准电阻存在制造误差, 即实际的电阻值与标明的数值不完全相同, 对一批电阻而言, 误差是变化的, 属于随机误差, 但对其中某个电阻来说, 其误差有确定的值, 属于系统误差。在使用某个标准电阻时, 按其标明的数值使用, 这种制造时产生的误差属于随机误差。若对电阻值进行检定, 按其实值使用, 则制造误差又属于系统误差。

1.3 误差的基本性质和处理方法

任何测量总是不可避免地存在着误差, 为了提高测量的准确度, 需要对误差产生的原因、性质、呈现的规律、发现和消除或减少误差的主要方法以及测量结果的评定作进一步的分析和讨论。

1.3.1 随机误差

(1) 随机误差的特征

在相同条件下, 对同一被测量进行多次测量时, 由于各种因素的微小变化, 得到一系列不同的测量值(通常称为测量列), 每个测量值都含有误差。对某一次测量值来说, 误差的出现是没有规律的, 即误差的大小和符号都是未知的。前一个误差出现后, 也不能预知下一个误差的大小和符号。但当测量次数足够多时, 随机误差却服从一定的统计规律。随机误差的分布规律是各式各样的, 例如, 正态分布、 χ^2 分布、 t 分布、均匀分布等。正态分布(亦称高斯分布)是随机误差最普遍、最重要的一种分布规律, 是人们在考察自然科学和工程技术中得到的一种连续分布, 是大量实践经验抽象的结果, 在误差理论中具有十分重要的意义。

(2) 正态分布(高斯分布)

在相同的条件下, 对同一被测量进行多次测量, 设测得值为 $x_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$, 若测量列不含系统误差和粗大误差, 被测量的真值为 x_0 , 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 测量列随机误差 $\delta_i = x_i - x_0$ 的正态分布曲线如图 1.1 所示, 该曲线在数学上可以用下列函数表示:

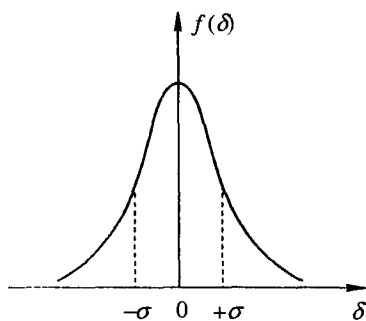


图 1.1 正态分布曲线

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1.1)$$

式中, σ 是标准差, e 为自然对数的底, $f(\delta)$ 是正态分布的概率密度分布函数。将 $f(\delta)$ 在下列区间积分, 可得到随机误差在相应区间出现的概率 P :

$$\begin{aligned} P(-\infty, +\infty) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta) d\delta = 1 \\ P(-\sigma, +\sigma) &= \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta) d\delta = 68.3\% \\ P(-2\sigma, +2\sigma) &= \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\delta) d\delta = 95.4\% \\ P(-3\sigma, +3\sigma) &= \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\delta) d\delta = 99.7\% \end{aligned} \quad (1.2)$$

由式(1.2)可以看出, 多次测量中任一次测量的随机误差落在区间 $[-\sigma, +\sigma]$ 、 $[-2\sigma, +2\sigma]$ 、 $[-3\sigma, +3\sigma]$ 的概率分别为 68.3%、95.4% 和 99.7%。这里的概率称为置信概率, 相应的区间称为置信区间。

服从正态分布的随机误差具有以下四个特征:

- 1) 单峰性。绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大, 即分布曲线有一个极大值。
- 2) 有界性。绝对值很大的误差出现的概率趋于零, 即在一定测量条件下, 误差的绝对值不可能超过一定界限。
- 3) 对称性。绝对值相等符号相反的误差出现的概率大体相等, 即分布曲线对纵轴对称。
- 4) 抵偿性。绝对值相等符号相反的误差可以相互抵消, 由误差的对称性, 随着测量次数的增加, 随机误差的算术平均值将趋于零。

(3) 算术平均值

在相同条件下, 对同一被测量进行了 n 次测量, 其测得值 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的算术平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1.3)$$

由 $\delta_i = x_i - x_0$ 可得

$$\begin{aligned} \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n &= (x_1 + x_2 + \dots + x_n) - nx_0 \\ x_0 &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n} = \bar{x} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n} \end{aligned} \quad (1.4)$$

由正态分布随机误差的抵偿性, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 式(1.4)中 $\sum_{i=1}^n \delta_i / n \rightarrow 0$, 于是可得

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \rightarrow x_0$$

由此可见, 如果对被测量进行无限多次测量, 其随机误差的影响可以忽略不计, 这也是把无限多次测得值的算术平均值(数学上称为期望)认为是最接近于真值的理论依据。由

于实际的测量都是有限次的, 所以只能把算术平均值近似作为被测量的真值。

在一般情况下, 被测量的真值 x_0 是未知的, 不可能由 $\delta_i = x_i - x_0$ 来计算随机误差, 这时可用 n 次测量的算术平均值代替真值对随机误差进行估算, 即

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n) \quad (1.5)$$

式中, x_i 为第 i 项测得值, v_i 称为残余误差(简称残差)。

(4) 随机误差的估算

1) 测量列中单次测量的标准[偏]差

由于随机误差的存在, 在相同条件下, 对同一被测量进行多次测量时, 其测量列中各测得值 $x_1, x_2, \dots$ 一般各不相同, 它们围绕着该测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 有一定分散, 此分散性说明测量列中单次测得值的不可靠性, 这种不可靠性可以用标准差 $\sigma(x)$ 来加以评定。

当随机误差服从正态分布时, 由式(1.1)可知, $\sigma(x)$ 的值愈小, $f(\delta)$ 减小得愈快, 分布曲线变陡。同时, 误差为零($\delta = 0$)的纵坐标值增大, 曲线变高。反之, $\sigma(x)$ 的值愈大, 曲线平坦并变低, 图 1.2 是标准差不同($\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$)的三条分布曲线。

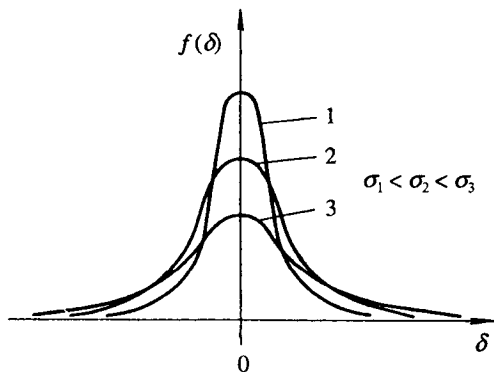


图 1.2 不同 σ 值的分布曲线

由图 1.2 可知, $\sigma(x)$ 的值愈小, 该测量列相应小的误差就占优势, 任一次测得值对算术平均值的分散性就愈小, 测量的可靠性就愈大, 即测量的准确度就愈高, 反之亦然。因此, 标准差 $\sigma(x)$ 可以作为测量列中单次测量不可靠性的评定标准。

在相同条件下, 对同一被测量进行多次测量时, 测量列中单次测量的标准差由下式计算:

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}} \quad (1.6)$$

式中, n 为测量次数, 且 $n \rightarrow \infty$, δ_i 为第 i 次测得值与被测量真值之差。式(1.6)中 $\sigma(x)$ 称为单次测量的总体标准差, 其意义表示测量列中某次测得值的随机误差在 $[-\sigma(x), +\sigma(x)]$ 区间的概率为 68.3%。

值得注意的是, 测量列单次测量的总体标准差 $\sigma(x)$ 的大小只表示在一定条件下测量列随机误差的概率分布情况, 不是测量列中任一次测得值的随机误差。

由于被测量的真值 x_0 一般是未知的, $\delta_i = x_i - x_0$ 则无法计算, 因此, 不能用式(1.6)来计算标准差 $\sigma(x)$ 。而且在实际测量中测量次数也不可能是无限的。对于有限次测量, 可以用残差 $v_i = x_i - \bar{x}$ 代替误差 δ_i , 由贝塞尔公式得到测量列中单次测量的总体标准差 $\sigma(x)$ 的估计值:

$$S(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (1.7)$$

S 称为单次测量的实验标准[偏]差。

2) 测量列算术平均值的标准[偏]差

在相同条件下, 对同一被测量进行多次测量时, 一般以算术平均值作为测量结果, 因此, 必须对算术平均值的不可靠性进行研究。

如果在相同条件下对同一被测量进行多组重复测量, 由于随机误差的存在, 各测量列的算术平均值各不相同。它们围绕着被测量的真值有一定分散, 此分散度说明了算术平均值的不可靠性。算术平均值的标准差是表征同一被测量的各个独立测量列算术平均值分散性的参数, 可作为评定算术平均值不可靠性的标准。算术平均值的标准差 $\sigma(\bar{x})$ 为单次测量标准差 $\sigma(x)$ 的 $1/\sqrt{n}$, 即

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}} \quad (1.8)$$

其意义表示测量列算术平均值的随机误差落在区间 $[-\sigma(\bar{x}), +\sigma(\bar{x})]$ 的概率为 68.3%, 或者说被测量的真值落在区间 $[\bar{x} - \sigma(\bar{x}), \bar{x} + \sigma(\bar{x})]$ 的概率为 68.3%, $\sigma(\bar{x})$ 反映了算术平均值接近真值的程度。

对于有限次(n 次)测量, 算术平均值的标准差 $\sigma(\bar{x})$ 可由下式进行估算:

$$S(\bar{x}) = \frac{S(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.9)$$

$S(\bar{x})$ 称为测量列算术平均值的实验标准[偏]差。

由式(1.8)可知, n 愈大, $\sigma(\bar{x})$ 的值就愈小, 算术平均值愈接近于真值, 测量的准确度就愈高。但当 $n > 10$ 以后, 随 n 的增加 $\sigma(\bar{x})$ 的减少已十分缓慢, 如图 1.3 所示。若过多地增加测量次数, 相同的测量条件就愈难以保证, 从而带来新的误差。因此, 在一般的测量中, 取 $n < 10$ 较为适宜。

如果对某量只测了一次($n=1$), 这时就无法用式(1.9)估算标准差, 因为 $S(\bar{x}) = \frac{0}{0}$ 。但若测量前, 已知测量仪器的标准差, 且该次测量的条件与确定测量仪器标准差时的条件相近, 则可将测量仪器的标准差作为本次测量的标准差。如测量前不知标准差, 就需用统计方法由贝塞尔公式估算确定, 但测量次数 n 最好大于 5。

随机误差的分布除正态分布外, 还有其他分布规律, 当测量次数很少时($n < 5$), 随机误差分布严重偏离正态分布, 而服从 t 分布(学生分布)。 t 分布曲线较正态分布曲线稍低而宽, 两边较高, 如图 1.4 所示。图中 G 为正态分布曲线, t 为 t 分布曲线。这时要保持同样的置信概率, 显然要扩大置信区间, 把标准差乘以一个大于 1 的 t 分布因子 t_p , 从而估算出 t 分布下测量列的标准差。 t_p 与置信概率和测量次数有关。 t 分布下不同概率 P 和测量次数 n 的 t_p 值, 可查 t 分布表得到(有的资料用自由度 ν 代替 n , 对独立重复测量 $\nu = n-1$)。