

现代控制引论教程

龚妙昆*著

X i a n D a i K o n g Z h i Y i n L u n J i a o C h e n g

华东师范大学出版社

现代控制引论教程

第二版

清华大学出版社

清华大学出版社

现代控制引论教程

——Matlab 辅助实验



龚妙昆 编著

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

现代控制引论教程: Matlab 辅助实验/龚妙昆编著.
上海: 华东师范大学出版社, 2006. 8
ISBN 7-5617-4861-2

I. 现... II. 龚... III. 现代控制理论—教材
IV. 0231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 093798 号

华东师范大学教材出版基金资助出版

现代控制引论教程

——Matlab 辅助实验

编 著 龚妙昆
项目编辑 孔繁荣
文字编辑 陈信漪
封面设计 卢晓红
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 商务印书馆上海印刷股份有限公司
开 本 890×1240 32 开
印 张 7.625
字 数 212 千字
版 次 2006 年 10 月第一版
印 次 2006 年 10 月第一次
印 数 3100
书 号 ISBN 7-5617-4861-2/O·180
定 价 12.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

前 言

维纳(N. Wiener)在 1948 年出版的专著《控制论,或关于在动物和机器中的控制和通讯的科学》,标志着控制论作为科学的一门重要分支正式诞生。从那时到现在,控制论经历了半个多世纪的发展,工业化和高科技的发展,对工业过程控制提出了越来越高的要求,特别是制导和航天技术的发展,促进了自 20 世纪 60 年代初以来现代控制理论的诞生和发展。而计算机的出现和高速发展,网络技术的日益完善,使得高精度控制问题不断得以解决。如今,控制论已经成为一门理论严谨、内容丰富、分支众多、应用广泛的科学领域。它不仅在机械、化工和航空与航天等领域取得了丰硕成果,而且在企业管理、经济金融、交通网络等许多领域中都有成功的应用。

本教程是作者在多年教学的基础上几经修改、补充整理而成,适合作应用数学、信息与计算科学等专业以及经济与金融类专业的学生学习控制论的基础性教材。由于这些专业的学生较缺乏工程控制观念,本教材选用了经典控制论中的一些基本内容。由于是一本控制论的入门性教材,在数学上省略了一些较繁琐的推证,而把重点放在介绍现代控制论的核心思想和方法上,同时也介绍了现代控制论的部分分支内容。为了巩固知识和应用知识,在每章后,均配有一些 Matlab 实验。使学生在学完本教程后,对现代控制理论和方法有一个比较全面系统的基本认识,为学习后继专业课打下一个良好的基础。

本教材共 9 章。第 1 章介绍了经典控制论的主要内容,这是研究控制论问题时最初引入的理论和方法;第 2 章是现代控制论采用的状态空间描述,包括连续时间和离散时间空间模型;第 3 章是系统状态分析;第 4 章介绍了现代控制论的两个标志性的内容,即系统状态的能控

性和能观性,以及能控性和能观性的判定等内容;第5章介绍了系统各种稳定性的概念和判别方法;第6章是在前5章分析的基础上,讨论了系统综合问题,如极点配置、镇定等;第7章介绍了最优控制的基本方法——极小值原理和动态规划法;第8章和第9章分别对控制论的两个分支:随机系统的状态滤波与控制 and 自适应控制方面等内容作了基本介绍。

本教材适用72学时,如果课时较少,可只讲授前7章的内容。每章后的Matlab实验基本命令,可在讲授相应的各小节时提出,也可在每章结束时集中讲解。

本教材在编写过程中,得到了袁震东等教授的直接和间接的引导和启发,在此作者向他们表示衷心的感谢,同时也要感谢陈信漪先生在编辑本书过程中付出的辛勤劳动。由于作者的水平所限,书中缺点和不足在所难免,诚恳希望读者批评和指正。

龚妙昆

2006年7月16日于上海

目 录

1	绪论——控制理论发展简史
4	第1章 控制系统的输入—输出描述
4	§ 1.1 预备知识——拉普拉斯变换
13	§ 1.2 控制系统基本概念和类型
16	§ 1.3 控制系统输入—输出模型
25	§ 1.4 控制系统输入—输出分析
34	§ 1.5 Matlab 实验
38	习题 1
42	第2章 控制系统的状态空间描述
42	§ 2.1 系统状态空间的基本概念
45	§ 2.2 线性连续系统的状态空间模型
53	§ 2.3 Z 变换
56	§ 2.4 线性定常离散时间系统的描述
60	§ 2.5 Matlab 实验
61	习题 2
64	第3章 线性控制系统的状态解
64	§ 3.1 线性连续系统的状态方程的解
73	§ 3.2 线性离散时间系统的解
80	§ 3.3 Matlab 实验
82	习题 3

85	第4章 线性控制系统的能控性和能观性
85	§ 4.1 连续系统能控性和能观性定义及判定
98	§ 4.2 离散系统能控性和能观性定义及判定
106	§ 4.3 能控标准型与能观标准型
116	§ 4.4 线性系统的结构分解
124	§ 4.5 实现问题与最小实现
126	§ 4.6 Matlab 实验
127	习题 4
132	第5章 系统稳定性
132	§ 5.1 输入—输出稳定性
135	§ 5.2 状态稳定性
139	§ 5.3 稳定性判别方法
146	§ 5.4 离散时间系统状态稳定性及判别法
149	§ 5.5 Matlab 实验
150	习题 5
152	第6章 线性定常系统的综合
152	§ 6.1 反馈控制系统的基本形式
154	§ 6.2 极点配置问题
158	§ 6.3 系统镇定问题
159	§ 6.4 状态重构问题
165	§ 6.5 Matlab 实验
165	习题 6
167	第7章 最优控制
167	§ 7.1 最优控制问题提法
168	§ 7.2 泛函极值与变分法
175	§ 7.3 极小值原理

181	§ 7.4 动态规划与离散系统最优控制
188	§ 7.5 Matlab 实验
189	习题 7
192	* 第 8 章 线性随机系统的状态滤波与控制
192	§ 8.1 状态滤波问题
193	§ 8.2 卡尔曼滤波估计算法
197	§ 8.3 滤波器的稳定性
201	§ 8.4 线性定常随机系统的最优调节
203	§ 8.5 Matlab 实验
204	习题 8
206	* 第 9 章 系统辨识与自适应控制简介
206	§ 9.1 系统辨识——最小二乘法
212	§ 9.2 自适应控制
223	习题参考答案
233	参考文献

绪论——控制理论发展简史

广义上认为,在人类的各项实践中,不论是社会活动、生产活动还是科学研究,乃至日常生活里,无不包含着“在人的某种愿望下的调节控制”这样一种思想。狭义上讲,“控制”是人们为实现生产自动化而实施的一系列技术方法。作为一门科学,人们自觉地、系统地去研究它,并形成独自完整的理论体系是近几十年的事。在当今以网络关联的社会中,控制理论和技术得到了广泛和深入的应用。对于这门学科,人们对其形成的共识是:关于各种系统的一般控制规律的科学。它研究的主要问题有:如何描述系统和系统的能控制性,如何克服系统的不确定性和干扰,如何求出满足要求的控制律等问题。为了说明现代控制理论在整个控制理论中的地位,我们将控制理论的发展分为三个阶段。

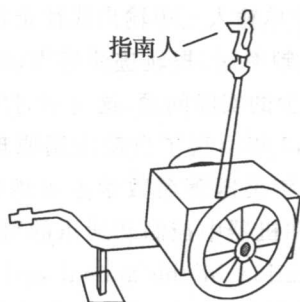


图1 古代指南车

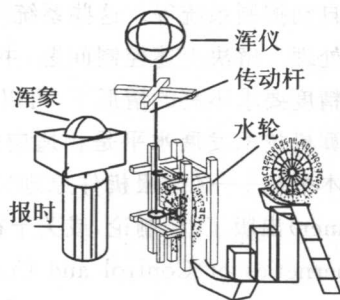


图2 水运仪象台内部分解结构

早期(20世纪40年代以前) 在我国,早在三国时期的马均(公元235)和南宋时期的祖冲之(公元477年)等制造了具有开环控制特点的指南车(如图1),并发明了齿轮及差动齿轮机;北宋时期,苏颂等于1086年~1090年在开封建成的水运仪象台,是把时钟机械和天象观测

仪结合起来的装置(如图 2)。

另外,1765 年俄国的波尔祖诺夫(И. И. Ползунов)发明了蒸汽

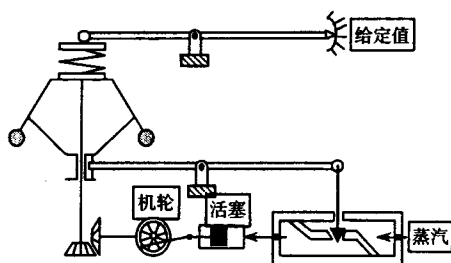


图 3 飞球调节轮机转速

机锅炉的水位自动调节器。

1784 年,英国人瓦特(J.

Watt)对蒸汽机进行了改造,

他给蒸汽机添加了一个“节

流”控制器即节流阀,它由一个

离心调节器操纵,用于调

节蒸汽流,确保引擎在工作

时的速度大致均匀。这个装

置被称为飞球调节器

(图 3),这是一个实现反馈调节思想的实用装置,产生了不小的社会效益。

经典期(20 世纪 40 年代至 60 年代) 经典控制理论多半是用来解决单输入—单输出问题,所涉及的系统一般来自线性定常系统。如轧钢机中常用的调速系统,发电机的自动电压调节系统以及冶炼炉的温度自动控制系统等。这些系统均被当作单输入—单输出线性定常系统来处理。解决上述控制问题,主要采用频率法、根轨迹法等方法,在控制精度要求不高的情形下,可以解决不少的实际问题,这与当时的电子计算机技术发展水平是相适应的。1947 年出现了自动控制原理的第一本书籍——《伺服机件原理》。1948 年美国著名数学家维纳(N. Wiener)出版了《控制论,或关于在动物和机器中控制和通讯的科学》(Cybernetics or Control and Communication in the animal and the machines. 1948)一书,标志了控制理论的诞生。维纳对于早期控制理论的发展作出了很大的贡献。他的著作概括了应用领域里的丰富经验和许多自然科学分支的理论成果。

现代时期(20 世纪 60 年代以来) 随着 20 世纪 50 年代起的航天技术以及其他生产技术的发展,人们面对的控制对象越来越复杂,控制精度要求越来越高。例如实际系统中出现的非线性、时变的,或者分布

参数系统的控制问题,还有对系统本身或其周围环境的不确定因素的适应控制问题、多输入多输出系统的分析与综合的问题,以及在某种目标函数意义下的最优化等问题。单纯依赖经典控制理论方法不能很好地解决问题,这在客观上提出了控制理论发展的要求。另外,这一时期整个科学的进步,特别是计算机技术和现代数学的成就恰好为控制理论的发展提供了强有力的条件。正是在这种历史背景下,现代控制理论应运而生。在这期间,有许多科学家为此做出了奠基性的贡献。1956年苏联数学家庞特里亚金(Л. С. Понтрягин)提出了最大(小)值原理。同一年,美国数学家贝尔曼(R. Bellman)创立了动态规划方法。极大(小)值原理与动态规划为最优控制求解提供了理论依据。1959年美国数学家卡尔曼(R. E. Kalman)提出了著名的卡尔曼滤波器。第二年卡尔曼又提出了能控性与能观性两个结构性概念,揭示了线性控制系统许多属性间的内在联系,并引入了状态空间法。还提出了具有二次型性能指标的线性状态反馈律,给出了最优调节器的概念。这些新概念和新方法的出现标志着现代控制理论的诞生。现代控制理论(Modern Control Theory)这个名称是1960年在美国召开的自动化大会上确定的。

现代控制理论形成以来,已有50多年的发展历史,形成了许多分支学科。主要有:线性控制系统理论、最优控制理论、系统辨识与自适应控制、智能控制等,而且新的控制方法和理念仍在不断出现,应用领域不断扩展。

第 1 章 控制系统的输入—输出描述

本章首先介绍拉普拉斯(Laplace)变换,这是研究控制问题的基本数学方法。然后介绍一些基本概念、系统的输入—输出描述及基本时域分析,使读者对控制问题有一个概要性的认识。

§ 1.1 预备知识——拉普拉斯变换

在求解线性常微分方程时,用拉普拉斯变换,可将微分方程转化为代数方程,通过解代数方程,求得微分方程的解。犹如对数 $\log_a x$ 运算将乘法运算转化为加法运算,再由反对数运算求出原解。

1. 拉普拉斯变换的定义(简称拉氏变换)

定义 1.1 设 $f(t)$ 是一个时间函数,当 $t \leq 0$ 时, $f(t) = 0$, 则 $f(t)$ 的拉普拉斯变换定义为

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad (1.1)$$

式中 $s = \sigma + i\omega$, σ, ω 为实数, i 为虚数单位。 $F(s)$ 称为 $f(t)$ 的象函数。
 $f(t)$ 称为 $F(s)$ 的原象函数。

由于

$$|f(t)e^{-st}| = |f(t)e^{-(\sigma+i\omega)t}| = |f(t)| \cdot e^{-\sigma t},$$

所以只要 $|f(t)| \leq e^{ct}$, $c < \sigma$, 就能使式(1.1)收敛。

定理 1.1 若 $f(t)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的任一有限区间上按段连续且 $|f(t)| \leq e^{ct}$, 则当 $\operatorname{Re}(s) = \sigma > c$ 时, 式(1.1)绝对收敛, 并且一致收敛。

证 由 $|f(t)| \leq e^{ct}$ 及 $\operatorname{Re}(s) = \sigma > c$, 得

$$|f(t)e^{-st}| = |f(t)e^{-\sigma t - i\omega t}| \leq e^{(c-\sigma)t}, t \in [0, +\infty),$$

由广义积分的收敛判别法, 可知 $\mathcal{L}[f(t)]$ 是绝对且一致收敛的。

2. 几个常用函数的拉氏变换

$$(1) \mathcal{L}[e^{at}] = \frac{1}{s-a}, \operatorname{Re}(s) > \operatorname{Re}(a).$$

因为当 $\operatorname{Re}(s-a) > 0$ 时, 有

$$F(s) = \mathcal{L}[e^{at}] = \int_0^{+\infty} e^{at} e^{-st} dt = \int_0^{+\infty} e^{-(s-a)t} dt = \frac{1}{s-a}.$$

$$(2) \mathcal{L}[\sin(\omega t)] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}, \operatorname{Re}(s) > 0.$$

因为 $\sin(\omega t) = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}$, 当 $\operatorname{Re}(s) > 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[\sin(\omega t)] &= \frac{1}{2i} \int_0^{+\infty} (e^{i\omega t} e^{-st} - e^{-i\omega t} e^{-st}) dt \\ &= \frac{1}{2i} \left(\frac{1}{s - i\omega} - \frac{1}{s + i\omega} \right) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}. \end{aligned}$$

$$(3) \mathcal{L}[\cos(\omega t)] = \frac{s}{s^2 + \omega^2}, \operatorname{Re}(s) > 0.$$

证法类似(2)。

$$(4) \mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{s}, \operatorname{Re}(s) > 0.$$

其中 $1(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases}$ 称为单位阶跃函数,

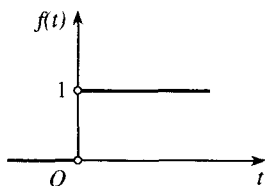


图 1.1 单位阶跃函数

如图 1.1, 它是控制工程中常用的测试信号之一, 表示开关信号, 按拉普拉斯变换定义有

$$\mathcal{L}[1(t)] = \int_0^{+\infty} e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{s}, \operatorname{Re}(s) > 0.$$

$$(5) \mathcal{L}[\delta(t)] = 1.$$

其中 $\delta(t)$ 称为单位脉冲函数, 它的物理意义是一个极短时间内的

电脉冲。可以看作单位矩形函数 $\delta_\tau(t)$ (图 1.2) 的极限, 如图 1.3 所示, 即

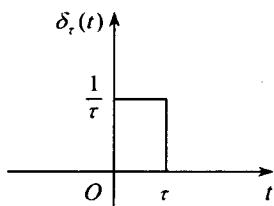


图 1.2 单位矩形函数

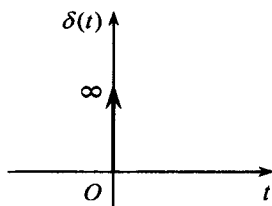


图 1.3 单位脉冲函数

$$\delta_\tau(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau}, & 0 < t < \tau, \\ 0, & t < 0, t > \tau \end{cases} \Rightarrow \delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \delta_\tau(t) = \begin{cases} +\infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0, \end{cases}$$

所以

$$\mathcal{L}[\delta(t)] = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} \delta_\tau(t) e^{-st} dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^\tau \frac{e^{-st}}{\tau} dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-s\tau}}{s\tau} = 1.$$

关于单位脉冲函数 $\delta(t)$ 还具有以下一些性质:

$$(i) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^\tau \delta_\tau(t) dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} 1 = 1;$$

$$(ii) \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t) dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^\tau f(t) \delta_\tau(t) dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} f(\xi_\tau) = f(0), f(t)$$

是连续函数;

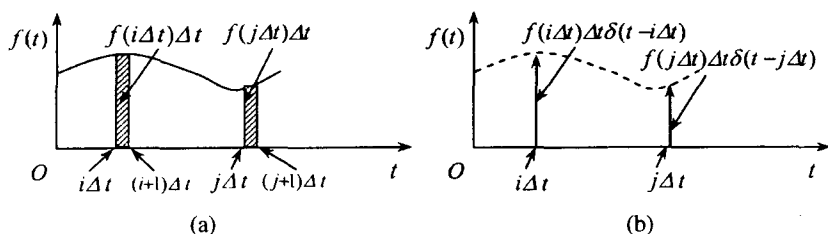
$$(iii) \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = \int_{t_0}^{t_0 + \tau} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0).$$

工程上, 常把信号 $f(t)$ 近似为一系列脉冲信号之和, 如图 1.4 所示。

$$f(t) \approx \sum_{i=0}^{\infty} f(i\Delta t) \Delta t \cdot \delta(t - i\Delta t),$$

其中 Δt 是很小的时间间隔, 上式比作一个积分和, 则当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 有

$$f(t) = \int_0^{+\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau.$$

图 1.4 $f(t)$ 分解成脉冲函数 $\delta(t)$ 的示意图

上式与性质(iii)等价。

3. 拉普拉斯变换的主要性质

设 $F(s)$ 、 $G(s)$ 分别为 $f(t)$ 、 $g(t)$ 在拉氏变换下的象函数, 则有以下一些性质:

性质 1(线性) 对任意实数 a 、 b , 有

$$\mathcal{L}[af(t) + bg(t)] = aF(s) + bG(s).$$

证 按定义即得。

性质 2(伸缩) 对 $a > 0$, 有

$$\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right).$$

证 由换元积分法得

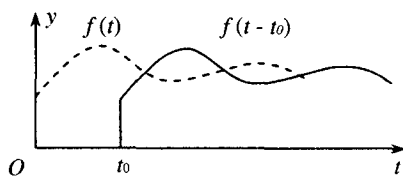
$$\mathcal{L}[f(at)] = \int_0^{+\infty} f(at)e^{-st} dt = \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} f(\tau)e^{-\frac{s}{a}\tau} d\tau = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right).$$

性质 3(时域平移) 设 $f(t)$ 经平移后为 $f(t-t_0)$, 如图 1.5 所示(注意当 $t < t_0$ 时, $f(t-t_0) = 0$), 则

$$\mathcal{L}[f(t-t_0)] = e^{-t_0 s}F(s).$$

证 由条件可得

$$\mathcal{L}[f(t-t_0)] = \int_{t_0}^{+\infty} f(t-t_0)e^{-s(t-t_0)-t_0 s} dt$$

图 1.5 $f(t)$ 的平移

$$= e^{-st_0} \int_{t_0}^{+\infty} f(\tau) e^{-s\tau} d\tau = e^{-st_0} F(s)。$$

性质 4(复域平移) $\mathcal{L}[e^{at} f(t)] = F(s-a)。$

证 由定义得

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[e^{at} f(t)] &= \int_0^{+\infty} f(t) e^{at} e^{-st} dt \\ &= \int_0^{+\infty} f(t) e^{-(s-a)t} dt = F(s-a)。$$

性质 3 和性质 4 的特点正好相反, 下面几条性质也有这样的特征。

例 1.1 设 $f(t) = e^{-at} \sin \omega t$, $g(t) = e^{-at} \cos \omega t$, 求它们的拉氏变换。

解 因为

$$\mathcal{L}[\sin(\omega t)] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}, \quad \mathcal{L}[\cos(\omega t)] = \frac{s}{s^2 + \omega^2},$$

由性质 4 得

$$F(s) = \mathcal{L}[e^{-at} \sin(\omega t)] = \frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2},$$

$$G(s) = \mathcal{L}[e^{-at} \cos(\omega t)] = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}。$$

性质 5(微分) $\mathcal{L}[f'(t)] = sF(s) - f(0)。$

证 假设 $f(t)$ 满足定理 1.1 的条件 $|f(t)| \leq e^{at}$, 那么由分部积分法, 可得

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[f'(t)] &= \int_0^{+\infty} f'(t) e^{-st} dt \\ &= f(t) e^{-st} \Big|_0^{+\infty} + s \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt \\ &= sF(s) - f(0), \text{ 当 } \operatorname{Re}(s-a) > 0。$$

在 $f(0^-) \neq f(0^+)$ 情况下, 注意有以下两种不同的拉氏变换:

(i) $\mathcal{L}_+ [f(t)] = \int_{0^+}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$, (同式(1.1), 本讲义采用的拉氏变换);

$$(ii) \mathcal{L}_- [f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-st} dt = \int_{0^-}^{0^+} f(t) e^{-st} dt + \int_{0^+}^{\infty} f(t) e^{-st} dt。$$