高等教育自学考试参考用书

高等数学学习指导

（财经类）

倪鼎力 编著

中国人事出版社

高等数学学习指导

013
178

高等教育自学考试参考用书

高等数学学习指导

（财经类）

倪鼎力　编著

中国人事出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导:财经类/倪鼎力编著 . - 北京:中国人事出版社,1998.6
ISBN 7-80139-237-X

Ⅰ. 高… Ⅱ. 倪… Ⅲ. 高等数学-高等教育-自学考试-自学参考资料 Ⅳ. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 13624 号

责任编辑:张　明

中国人事出版社出版

(100028 北京朝阳区西坝河南里 17 号楼)

新华书店经销

河北省卢龙印刷厂印刷

*

1998 年 6 月第 1 版　1998 年 6 月第 1 次印刷

开本:850×1168 毫米 1/32　印张:8.875

字数:255 千字　　印数:1—5000 册

定价:12.00 元

前　　言

《高等数学》是高等教育自学考试的一门重要的公共基础课。对于培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力进而提高学生分析问题、解决问题的能力都是十分重要的。

但长期以来，"高等数学"也是一门考生最感困难的课程。这其中有时间紧、内容多的因素，也有基础差、要求高的因素等，这些都说明，考生在学习"高等数学"的过程中，需要得到正确的指导和有效的帮助。

编者从事"高等数学"自学考试的教学工作十余年，通过对教材的反复钻研，对学生的深入了解，对考题的仔细分析，积累了丰富的经验，著成此书，奉献给大家。

本书将自学考试要求的《微积分》、《线性代数》、《概率论初步》的内容，按照章节进行了概括和总结，并深入浅出地、有针对性地进行了说明与提示。在说明与提示中既包括：知识的前后联系、方法的总结分析、应用的技巧、经验。也包括：对每一个数学概念应如何正确理解及可能产生的错误想法；对每一种数学方法应如何正确掌握及可能产生的错误解法；对每一部分数学知识应如何正确运用及可能产生的错误做法。

本书将历年自学考试，文凭考试的题目，教材中较难的习题，进行了详细的分析和解答。给出了思路，给出了方法，给出了技巧。

为了考生学习的方便，本书还编写了学习概率论必不可少的排列、组合知识。

本书既可供自学考试考生学习高等数学使用，也可供文凭考试考生及各类学生学习高等数学使用。

欢迎各位读者批评、指正。

编　者

一九九八年二月

目　　录

第一篇　微 积 分

第二篇　线性代数

第三篇　概率论初步

第一篇　微积分

第一章　函　数

一、主要内容与提示

(一)集合

1.集合的概念

集合是具有某种属性的事物的全体。用大写字母:A、B、C…等表示。构成集合的事物称为集合的元素。用小写字母:a、b、c…等表示。

如果 a 是集合 A 的元素,则记作:$a\in A$,读作 a 属于 A。如果 a 不是集合 A 的元素,则记作 $a \overline{\in} A$,(或 $a \notin A$),读作 a 不属于 A。

集合的元素具有:确定性、互异性和无序性。

在数集中:N—自然数集;Z—整数集;Q—有理数集;R—实数集。

2.集合的表示

(1)列举法:列出集合的所有元素,放在大括号:{　}中,元素间用逗号隔开。

(2)描述法:描述出集合的元素所具有的特性,写在大括号:{　}内。

3.全集与空集

(1)全集:由所研究的所有事物构成的集合称为全集。记作:U(或 Ω)。

(2)空集:不含任何元素的集合称为空集,记作:Φ。

4.子集

(1)集合的包含:若 $a\in A$,则 $a\in B$,那么称 A 为 B 的子集,记作:$A\subset B$ 或 $B\supset A$,读作:A 包含于 B 或 B 包含 A。

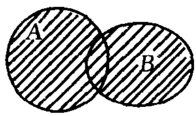
(2)集合的相等:若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称 A 与 B 相等,记作:$A=B$。

5.集合的运算

(1)并集:由 A 和 B 的所有元素构成的集合称为 A 与 B 的并(或和),记作:$A\cup B$

即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$

如图所示:



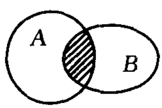
有: $A\subset A\cup B\quad B\subset A\cup B$

$A\cup A=A\quad A\cup\Phi=A\quad A\cup\Omega=\Omega$

(2)交集:由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合称为 A 与 B 的交(或积),记作:$A\cap B$

即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$

如图所示:



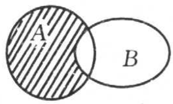
有: $A\cap B\subset A\quad A\cap B\subset B$

$A\cap A=A\quad A\cap\Phi=\Phi\quad A\cap\Omega=A$

(3)差集:由属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合称为 A 与 B 的差。记作:$A-B$

即 $A-B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\overline{\in} B\}$

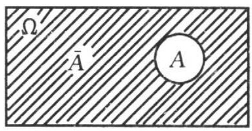
如图所示：



(4)补集：全集 Ω 中所有不属于 A 的元素构成的集合称为 A 的补集，记作：$\overline{A}$(或 A')，

即 $\overline{A}=\{x\mid x\in\Omega \text{ 且 } x\overline{\in} A\}$

如图所示：



有： $A\cup\overline{A}=\Omega$　$A\cap\overline{A}=\Phi$　$\overline{\overline{A}}=A$

6.集合运算律：

(1)交换律：$A\cup B=B\cup A$　$A\cap B=B\cap A$

(2)结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

(3)分配律：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

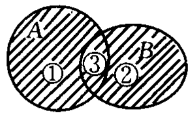
(4)摩根律：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$　$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

说明与提示

集合是学习数学的各个分支尤其是学习概率论的基础。概率论中事件间的运算与集合间的运算完全是对等的。掌握了集合间的运算就能更好地理解和掌握事件间的运算。

例如　两个事件的加法 $A+B$，表示 A、B 中至少有一个事件

发生，这与集合中 $A \cup B$ 是一样的。而 $A \cup B$ 的元素包含三部分：①属于 A 而不属于 B 的元素；②属于 B 而不属于 A 的元素；③既属于 A 又属于 B 的元素。如图所示：



同样的，事件 $A+B$ 也包含三个事件：①A 发生 B 不发生；②A 不发生，B 发生；③A、B 同时发生。

即 $A+B=A\bar{B}+\bar{A}B+AB$

又如：集合中的摩根律：$\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$，在事件运算中就是：$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$ 即：至少有一个事件发生的逆事件是：两个事件都不发生。因此在两个事件相互独立时就有：

$$P(A+B)=1-P(\overline{A+B})=1-P(\bar{A}\bar{B})=1-P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$$

这是两个相互独立的事件，其和概率的最简单求法。

(二)函数的概念

1.函数的定义：若 D 是一个非空实数集合，设有一个对应规则 f，使每一个 $x\in D$，都有一个确定的实数 y 与之对应，则称这个对应规则 f 为定义在 D 上的一个函数关系，或称变量 y 是变量 x 的函数。记作：$y=f(x)$，x 称为自变量，y 称为因变量。

集合 D 称为函数的定义域。和 x 的值对应的 y 值称为函数值，函数值的集合叫值域，记作：Z。

2.函数的两要素为：定义域与对应律。

3.定义域的确定：

(1)分母不得为零；

(2)偶次根号下不得为负；

(3)对数式中真数大于零；

(4)自变量取值受到若干种限制时，取其交集；

(5)实际问题的限制。

说明与提示

函数定义中应抓住函数的两要素:定义域与对应律,这是判断两个函数是否相同的依据。为了便于判断,也可加上值域而为函数的三要素。三要素中只要有一条不同,两个函数就不是相同的函数。

(三)函数的表示

1. 函数的三种表示法:公式法、表格法、图象法。

2. 分段函数:用两个或两个以上的式子表示的函数称为分段函数。

3. 隐函数:用二元方程 $F(x, y)=0$ 表示因变量与自变量的对应规则的函数称为隐函数。

[illegible]示

分段函数是微积分研究的一类重要函数。应特别予以重视。

分段函数不论分成几段,它都是一个函数,因此分段函数的定义域应是各段自变量取值的并集。分段函数在求函数值时,应先确定相应的表达式,再代入求值。分段函数在画图时,应分段来画,并注意各段中,自变量的取值范围。

若 x_0 为分段函数 $f(x)$ 的分段点,则通过求左、右极限来判断 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 是否存在,进而判断 $f(x)$ 在 x_0 处是否连续。通过求左、右导数 $f'_-(x_0)$, $f'_+(x_0)$ 来判断 $f(x)$ 在 x_0 处是否可导,这些都是微积分的重要题型。

应记住分段函数 $y=|x|=\begin{cases} x & x \geqslant 0 \\ -x & x<0 \end{cases}$,它说明连续不一

定可导。

(四)函数的性质

1.函数的奇偶性

(1)**定义** 给定函数 $y=f(x)$,若对所有的 $x\in D(f)$,有

$$f(-x)=f(x)\quad (f(-x)=-f(x))$$

则称 $f(x)$为偶(奇)函数。

(2)偶函数的图象对称于 y 轴,奇函数的图象对称于原点。

2.函数的周期性

(1)**定义** 对于函数 $y=f(x)$,若存在正的常数 a(或 T)使

$$f(x)=f(x+a)$$

恒成立,则称之为周期函数,满足这个等式的最小正数 a,称为函数的周期。

(2)三角函数的周期性

$y=\sin x$, $y=\cos x$ 是以 2π 为周期的周期函数

$y=\mathrm{tg}x$, $y=\mathrm{ctg}x$ 是以 π 为周期的周期函数

形如:$\left.\begin{array}{l} y=A\sin(\omega x+\varphi)+k \\ y=A\cos(\omega x+\varphi)+k \end{array}\right\}$ 周期 $T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$

形如:$\left.\begin{array}{l} y=A\,\mathrm{tg}(\omega x+\varphi)+k \\ y=A\,\mathrm{ctg}(\omega x+\varphi)+k \end{array}\right\}$ 周期 $T=\dfrac{\pi}{|\omega|}$

3.函数的单调性

(1)**定义** 如果函数 $y=f(x)$对区间(a,b)内任意两点 x_1 和 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$($f(x_1)>f(x_2)$),则称 $f(x)$在(a,b)内单调增加(单调减少)。

(2)单调增加(单调减少)函数的图形沿 x 轴正向逐渐上升(下降)。

4.函数的有界性

定义 设函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内有定义,若存在一个正数 M,对于所有 $x\in(a,b)$,恒有$|f(x)|\leq M$ 则称$f(x)$在$(a,

b)内有界，若不存在这样的 M，则称 $f(x)$在(a, b)内无界。

说明与提示

1.对于函数的奇偶性，应注意，函数按奇偶性可分为四种：奇函数、偶函数、非奇非偶函数、奇且偶函数。而常量函数 $y=c$ 是偶函数。

在判断函数奇偶性时，有时需将 $f(-x)$进行适当的变形来发现它与 $f(x)$之间相同或相反的关系。

2.对于函数的有界性，应注意：$y=\sin x$，$y=\cos x$ 是有界函数，在含有正、余弦函数的式子求极限时，往往用到"无穷小量与有界变量的乘积为无穷小量"。

(五)反函数、复合函数

1.反函数

(1)**定义**　设 $y=f(x)$是定义在 $D(f)$上的一个函数，值域为 $Z(f)$，若对每一个 $y\in Z(f)$有一个确定的且满足 $y=f(x)$的 $x\in D(f)$与之对应，其对应规则记作 f^{-1}，这个定义在 $Z(f)$上的函数 $x=f^{-1}(y)$称为 $y=f(x)$的反函数。或称它们互为反函数。

(2)**注意**　1°只有单调函数才有反函数，2°两函数互为反函数，它们的定义域与值域相对换，3°习惯上 $y=f(x)$的反函数记作：$y=f^{-1}(x)$，4°$y=f(x)$和 $y=f^{-1}(x)$的图象对称于直线 $y=x$。

(3)求反函数的步骤：1°解出 x，2°交换字母。

2.复合函数

(1)**定义**　设函数 $y=f(u)$的定义域为 $D(f)$，若函数 $u=\varphi(x)$的值域为 $Z(\varphi)$，$Z(\varphi)\cap D(f)$非空，则称 $y=f[\varphi(x)]$为复合函数。

(2)**注意**　1°要注意函数复合的条件：$Z(\varphi)\cap D(f)$非空，即