

高等教育自学考试参考用书

高等数学学习指导

(财经类)

倪鼎力 编著

中国人事出版社

高等教育自学考试参考用书

高等数学学习指导

（工科类）

倪殿力 编著

中国人民大学出版社

013
178

高等教育自学考试参考用书

高等数学学习指导

(财 经 类)

倪鼎力 编著

中国人事出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导:财经类/倪鼎力编著. - 北京:
中国人事出版社, 1998.6
ISBN 7-80139-237-X

I. 高… II. 倪… III. 高等数学-高等教育-自学考试-
自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 13624 号

责任编辑:张 明

中国人事出版社出版

(100028 北京朝阳区西坝河南里 17 号楼)

新华书店经销

河北省卢龙印刷厂印刷

*

1998 年 6 月第 1 版 1998 年 6 月第 1 次印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:8.875

字数:255 千字 印数:1—5000 册

定价:12.00 元

前 言

《高等数学》是高等教育自学考试的一门重要的公共基础课。对于培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力进而提高学生分析问题、解决问题的能力都是十分重要的。

但长期以来,“高等数学”也是一门考生最感困难的课程。这其中有时间紧、内容多的因素,也有基础差、要求高的因素等,这些都说明,考生在学习“高等数学”的过程中,需要得到正确的指导和有效的帮助。

编者从事“高等数学”自学考试的教学工作十余年,通过对教材的反复钻研,对学生的深入了解,对考题的仔细分析,积累了丰富的经验,著成此书,奉献给大家。

本书将自学考试要求的《微积分》、《线性代数》、《概率论初步》的内容,按照章节进行了概括和总结,并深入浅出地、有针对性地进行了说明与提示。在说明与提示中既包括:知识的前后联系、方法的总结分析、应用的技巧、经验。也包括:对每一个数学概念应如何正确理解及可能产生的错误想法;对每一种数学方法应如何正确掌握及可能产生的错误解法;对每一部分数学知识应如何正确运用及可能产生的错误做法。

本书将历年自学考试,文凭考试的题目,教材中较难的习题,进行了详细的分析和解答。给出了思路,给出了方法,给出了技巧。

为了考生学习的方便,本书还编写了学习概率论必不可少的排列、组合知识。

本书既可供自学考试考生学习高等数学使用,也可供文凭考试考生及各类学生学习高等数学使用。

欢迎各位读者批评、指正。

编 者

一九九八年二月

目 录

第一篇 微 积 分

第一章 函数	(1)
一、主要内容与提示	(1)
(一)集合.....	(1)
(二)函数的概念.....	(4)
(三)函数的表示.....	(5)
(四)函数的性质.....	(6)
(五)反函数、复合函数	(7)
(六)初等函数.....	(8)
二、例题分析与详解	(9)
第二章 极限与连续	(14)
一、主要内容与提示.....	(14)
(一)数列的极限	(14)
(二)函数的极限	(15)
(三)无穷大量与无穷小量	(17)
(四)极限的运算法则	(18)
(五)两个重要极限	(19)
(六)罗彼塔法则	(21)
(七)函数的连续性	(23)
二、例题分析与详解.....	(25)
第三章 导数与微分	(37)

一、主要内容与提示	(37)
(一)导数概念	(37)
(二)求导公式与运算法则	(40)
(三)高阶导数	(43)
(四)微分	(44)
二、例题分析与详解	(46)
第四章 中值定理,导数的应用	(62)
一、主要内容与提示	(62)
(一)中值定理	(62)
(二)函数的增减性与极值、最值	(63)
(三)曲线的凹向与拐点,函数图形的作法	(66)
(四)导数在经济中的应用	(68)
二、例题分析与详解	(71)
第五章 不定积分	(86)
一、主要内容与提示	(86)
(一)不定积分的概念与性质	(86)
(二)基本积分公式	(88)
(三)换元积分法	(90)
(四)分部积分法	(92)
二、例题分析与详解	(95)
第六章 定积分	(110)
一、主要内容与提示	(110)
(一)定积分的概念与性质	(110)
(二)定积分与不定积分的关系	(113)
(三)定积分的换元积分法与分部积分法	(116)
(四)定积分的应用	(117)
(五)广义积分	(120)
二、例题分析与详解	(123)

第二篇 线性代数

第一章 行列式	(142)
一、主要内容与提示	(142)
(一) n 阶行列式的定义	(142)
(二)行列式的性质.....	(146)
(三)行列式按行(列)展开.....	(149)
(四)克莱姆法则.....	(150)
二、例题分析与详解	(152)
第二章 矩阵	(171)
一、主要内容与提示	(171)
(一)矩阵的概念.....	(171)
(二)矩阵的运算.....	(174)
(三)分块矩阵.....	(177)
(四)矩阵的初等变换.....	(178)
(五)矩阵的秩.....	(180)
(六) n 阶方阵及其逆矩阵	(181)
(七)用消元法解线性方程组.....	(184)
二、例题分析与详解	(186)

第三篇 概率论初步

预备知识 排列与组合	(207)
一、主要内容与提示	(207)
(一)两个基本原理.....	(207)
(二)排列.....	(207)
(三)组合.....	(208)
二、例题分析与详解	(209)
第一章 随机事件及其概率	(213)

一、主要内容与提示	(213)
(一)随机事件.....	(213)
(二)概率.....	(217)
(三)概率的加法法则.....	(218)
(四)条件概率、乘法公式和事件的独立性	(220)
(五)全概率公式与贝叶斯公式.....	(223)
(六)独立试验序列概型.....	(224)
二、例题分析与详解	(225)
第二章 随机变量及其分布	(242)
一、主要内容与提示	(242)
(一)随机变量.....	(242)
(二)随机变量的期望和方差.....	(246)
(三)几种重要的分布.....	(248)
二、例题分析与详解	(252)

第一篇 微积分

第一章 函 数

一、主要内容与提示

(一)集合

1. 集合的概念

集合是具有某种属性的事物的全体。用大写字母: A 、 B 、 C …等表示。构成集合的事物称为集合的元素。用小写字母: a 、 b 、 c …等表示。

如果 a 是集合 A 的元素,则记作: $a \in A$,读作 a 属于 A 。如果 a 不是集合 A 的元素,则记作 $a \notin A$, (或 $a \notin A$),读作 a 不属于 A 。

集合的元素具有:确定性、互异性和无序性。

在数集中: N —自然数集; Z —整数集; Q —有理数集; R —实数集。

2. 集合的表示

(1)列举法:列出集合的所有元素,放在大括号: $\{ \}$ 中,元素间用逗号隔开。

(2)描述法:描述出集合的元素所具有的特性,写在大括号: $\{ \}$ 内。

3. 全集与空集

(1)全集:由所研究的所有事物构成的集合称为全集。记作: U (或 Ω)。

(2)空集:不含任何元素的集合称为空集,记作: Φ 。

4. 子集

(1)集合的包含:若 $a \in A$, 则 $a \in B$, 那么称 A 为 B 的子集, 记作: $A \subset B$ 或 $B \supset A$, 读作: A 包含于 B 或 B 包含 A 。

(2)集合的相等:若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称 A 与 B 相等, 记作: $A = B$ 。

5. 集合的运算

(1)并集:由 A 和 B 的所有元素构成的集合称为 A 与 B 的并(或和), 记作: $A \cup B$

即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

如图所示:



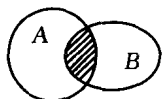
有: $A \subset A \cup B$ $B \subset A \cup B$

$A \cup A = A$ $A \cup \Phi = A$ $A \cup \Omega = \Omega$

(2)交集:由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合称为 A 与 B 的交(或积), 记作: $A \cap B$

即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

如图所示:



有: $A \cap B \subset A$ $A \cap B \subset B$

$A \cap A = A$ $A \cap \Phi = \Phi$ $A \cap \Omega = A$

(3)差集:由属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合称为 A 与 B 的差。记作: $A - B$

即 $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$

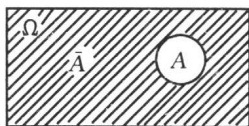
如图所示:



(4)补集:全集 Ω 中所有不属于 A 的元素构成的集合称为 A 的补集,记作: $\bar{A}$ (或 A'),

即 $\bar{A} = \{x | x \in \Omega \text{ 且 } x \notin A\}$

如图所示:



有: $A \cup \bar{A} = \Omega$ $A \cap \bar{A} = \Phi$ $\overline{\bar{A}} = A$

6. 集合运算律:

(1)交换律: $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$

(2)结合律: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(3)分配律: $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

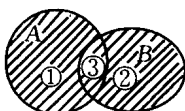
(4)摩根律: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

说明与提示

集合是学习数学的各个分支尤其是学习概率论的基础。概率论中事件间的运算与集合间的运算完全是对等的。掌握了集合间的运算就能更好地理解 and 掌握事件间的运算。

例如 两个事件的加法 $A + B$, 表示 A 、 B 中至少有一个事件

发生,这与集合中 $A \cup B$ 是一样的。而 $A \cup B$ 的元素包含三部分:①属于 A 而不属于 B 的元素;②属于 B 而不属于 A 的元素;③既属于 A 又属于 B 的元素。如图所示:



同样的,事件 $A + B$ 也包含三个事件:① A 发生 B 不发生;② A 不发生, B 发生;③ A 、 B 同时发生。

即 $A + B = A\bar{B} + \bar{A}B + AB$

又如:集合中的摩根律: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$, 在事件运算中就是: $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ 即:至少有一个事件发生的逆事件是:两个事件都不发生。因此在两个事件相互独立时就有:

$P(A + B) = 1 - P(\overline{A + B}) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$
这是两个相互独立的事件,其和概率的最简单求法。

(二)函数的概念

1.函数的定义:若 D 是一个非空实数集合,设有一个对应规则 f ,使每一个 $x \in D$,都有一个确定的实数 y 与之对应,则称这个对应规则 f 为定义在 D 上的一个函数关系,或称变量 y 是变量 x 的函数。记作: $y = f(x)$, x 称为自变量, y 称为因变量。

集合 D 称为函数的定义域。和 x 的值对应的 y 值称为函数值,函数值的集合叫值域,记作: Z 。

2.函数的两要素为:定义域与对应律。

3.定义域的确定:

- (1)分母不得为零;
- (2)偶次根号下不得为负;
- (3)对数式中真数大于零;
- (4)自变量取值受到若干种限制时,取其交集;

(5)实际问题的限制。

说明与提示

函数定义中应抓住函数的两要素:定义域与对应律,这是判断两个函数是否相同的依据。为了便于判断,也可加上值域而为函数的三要素。三要素中只要有一条不同,两个函数就不是相同的函数。

(三)函数的表示

1. 函数的三种表示法:公式法、表格法、图象法。

2. 分段函数:用两个或两个以上的式子表示的函数称为分段函数。

3. 隐函数:用二元方程 $F(x, y) = 0$ 表示因变量与自变量的对应规则的函数称为隐函数。

分段函数

分段函数是微积分研究的一类重要函数。应特别予以重视。

分段函数不论分成几段,它都是一个函数,因此分段函数的定义域应是各段自变量取值的并集。分段函数在求函数值时,应先确定相应的表达式,再代入求值。分段函数在画图时,应分段来画,并注意各段中,自变量的取值范围。

若 x_0 为分段函数 $f(x)$ 的分段点,则通过求左、右极限来判断 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 是否存在,进而判断 $f(x)$ 在 x_0 处是否连续。通过求左、右导数 $f'_-(x_0), f'_+(x_0)$ 来判断 $f(x)$ 在 x_0 处是否可导,这些都是微积分的重要题型。

应记住分段函数 $y = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$, 它说明连续不一

定可导。

(四)函数的性质

1. 函数的奇偶性

(1)定义 给定函数 $y=f(x)$, 若对所有的 $x \in D(f)$, 有

$$f(-x) = f(x) \quad (f(-x) = -f(x))$$

则称 $f(x)$ 为偶(奇)函数。

(2)偶函数的图象对称于 y 轴, 奇函数的图象对称于原点。

2. 函数的周期性

(1)定义 对于函数 $y=f(x)$, 若存在正的常数 a (或 T) 使

$$f(x) = f(x+a)$$

恒成立, 则称之为周期函数, 满足这个等式的最小正数 a , 称为函数的周期。

(2)三角函数的周期性

$y = \sin x, y = \cos x$ 是以 2π 为周期的周期函数

$y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$ 是以 π 为周期的周期函数

$$\text{形如: } \left. \begin{array}{l} y = A \sin(\omega x + \varphi) + k \\ y = A \cos(\omega x + \varphi) + k \end{array} \right\} \quad \text{周期 } T = \frac{2\pi}{|\omega|}$$

$$\text{形如: } \left. \begin{array}{l} y = A \operatorname{tg}(\omega x + \varphi) + k \\ y = A \operatorname{ctg}(\omega x + \varphi) + k \end{array} \right\} \quad \text{周期 } T = \frac{\pi}{|\omega|}$$

3. 函数的单调性

(1)定义 如果函数 $y=f(x)$ 对区间 (a, b) 内任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) > f(x_2)$), 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加(单调减少)。

(2)单调增加(单调减少)函数的图形沿 x 轴正向逐渐上升(下降)。

4. 函数的有界性

定义 设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义, 若存在一个正数 M , 对于所有 $x \in (a, b)$, 恒有 $|f(x)| \leq M$ 则称 $f(x)$ 在 $(a,$

$b)$ 内有界,若不存在这样的 M ,则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内无界。

说明与提示

1. 对于函数的奇偶性,应注意,函数按奇偶性可分为四种:奇函数、偶函数、非奇非偶函数、奇且偶函数。而常量函数 $y = c$ 是偶函数。

在判断函数奇偶性时,有时需将 $f(-x)$ 进行适当的变形来发现它与 $f(x)$ 之间相同或相反的关系。

2. 对于函数的有界性,应注意: $y = \sin x$, $y = \cos x$ 是有界函数,在含有正、余弦函数的式子求极限时,往往用到“无穷小量与有界变量的乘积为无穷小量”。

(五)反函数、复合函数

1. 反函数

(1)定义 设 $y = f(x)$ 是定义在 $D(f)$ 上的一个函数,值域为 $Z(f)$,若对每一个 $y \in Z(f)$ 有一个确定的且满足 $y = f(x)$ 的 $x \in D(f)$ 与之对应,其对应规则记作 f^{-1} ,这个定义在 $Z(f)$ 上的函数 $x = f^{-1}(y)$ 称为 $y = f(x)$ 的反函数。或称它们互为反函数。

(2)注意 1°只有单调函数才有反函数,2°两函数互为反函数,它们的定义域与值域相对换,3°习惯上 $y = f(x)$ 的反函数记作: $y = f^{-1}(x)$,4° $y = f(x)$ 和 $y = f^{-1}(x)$ 的图象对称于直线 $y = x$ 。

(3)求反函数的步骤:1°解出 x ,2°交换字母。

2. 复合函数

(1)定义 设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 $D(f)$,若函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 $Z(\varphi)$, $Z(\varphi) \cap D(f)$ 非空,则称 $y = f[\varphi(x)]$ 为复合函数。

(2)注意 1°要注意函数复合的条件: $Z(\varphi) \cap D(f)$ 非空,即