中等专业学校

代　數

（試用本）

农作物、果树蔬菜、土壤肥料专业适用

河南省农林厅教材編輯委員会

河南人民出版社

前 言

在党的建設社会主义总路綫的光輝照耀下，我省早已出現了工农业生产为中心的全面大跃进的新形势和已經掀起群众性的技术革命和文化革命的高潮，各地均先后开办了农业大学、中等农业技术学校、初級农校以及“紅专”学校。为适应这一新的革命形势的需要，我省农业教育工作必須从教学計划、教学大綱、教学內容、教学組織、教学方法等各方面进行根本的改革。才能保証貫彻实現党的“鼓足干劲、力爭上游、多快好省地建設社会主义的总路綫”，实現勤工俭学、勤俭办学、教育与生产相結合的教育方針，培养出又“紅”又“专”的技术队伍。

为此，我們于今年三月中旬組織了农业技术学校、农林干校的126名教职員分为14个专业小組到71个县（市）178个农业生产合作社，1307个生产单位进行了参观和調查研究工作，总結出340个先进生产經驗和高額丰产典型，收集了3193种参考資料。現已編写出十六种专业教学計划、155种教学大綱和教科書，陆續出版供各地教学試用。由于我們水平不高，时間短，和有关方面研究的不够，难免有不妥之处。望各地在試用中多多提出意見，并可隨着农业生产发展的需要加以修改。

河南省农林厅教材編輯委員会

1958年8月26日

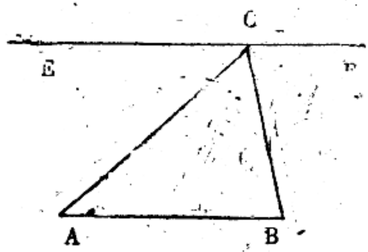
目　录

第一章　函數概念及其表示法

§1. 常量與變量：

当我們观察物体由一定高度自由向下降落时，就会发現这个落体与地面的距离和下落的速度是瞬息不断的变化着，而物体的重量却是始終保持同一数值不曾变化.

假若我們把三角形ABC的底边AB固定使它的頂点C在平行于底边AB的直線EF上移动，我們就会发現三角形的两側边与各角的大小都在变化，而三角形的面积与各角的和却始終保持不变.



（图1）

当我們研究自然現象社会現象以及技术問題的过程中，都要处理各种的量(如长度，重量，面积，速度，时間等).在处理这些量的时候，我們規定：凡在問題所給的条件下保持不变的量叫做**常量**.如上例中落体的重量，三角形的面积与三角形的內角和等都是常量．反之可以有各种不同数值的量叫做**變量**．如落体与地面的距离、下落的速度及三角形的側边長、各角的大小等都是变量.

有些常量并不是絕对的，在某些情况下可看作常量，而在另一种情况下它又可看作变量．如物体的重力加速度 $g=9.8$

米/秒²它却由于物体所在的緯度不同而变更.

通常用头几个拉丁字母 $a. b. c$…… 等来表示常量，用末后几个拉丁字母 $x. y. z$……等来表示变量.

§2. 变量可能取的值：

变量虽然可以有各种不同的数值，但也要根据研究对象的不同条件，有一定的变化范围，并不是漫无限制的可以变化. 如施力于弹簧，当拉力达到一定限度后弹簧就不能再伸长. 又如加热于圆形金属板，面积与直径扩大只能在一定范围之內，而不可能无限制的变化.

§3. 函数与自变量：

在科学及其无数的应用上，不但要辨别所研究的問題里那些是常量那些是变量，更重要的是研究变量之間的相依关系.

例如：每亩地的产量一定，由于亩数不同收获量也就不同，这說明亩数与收获量二者之間存在着一定的相依关系.

又如，矩形的面积一定，因为高不同，那末它的底也就不同，底与高都是变量，这两个变量之間存在着一定的相依关系。

又如：在一定的距离內，速度越大則所需的时間越少，速度与时間都是变量，这两个变量之間也存在着一定的相依关系.

上面这些实例都說明了两个变量之間的相依关系，当着一个变量给予一定的数值时，另一个变量就有确定的值与之对应，对于变量的这种相依关系有下列定义：

如果对于变量 x 的每一个可能取的值，变量 y 都有一个确定的数值与之对应，则变量 y 叫做变量 x 的**函数**. 而且变量 x 称为**自变量**，变量 y 称为**因变量**，x 与 y 之間的关系叫做**函数关系**.

例如，上面的例子中，矩形的底为高的函数，时間为速度的函数，收获量为亩数的函数，其中矩形的高，走路的速度，产量的

函数，都是自变量．

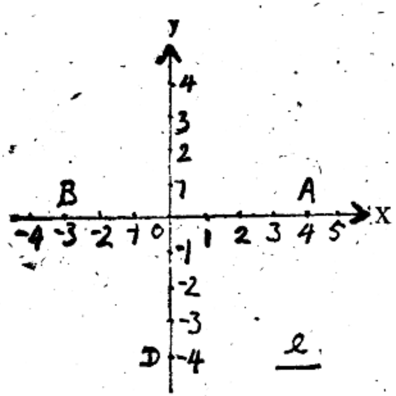
在上面所举的例中，都是函数的数值决定于一个自变量；但有时函数的数值决定于两个或两个以上的自变量，我們就把它叫做这两个自变量或多个自变量的函数．

例如：由比重的公式 $d=\frac{P}{V}$ 中，知比重是两个自变量 P（物体的重量）与 V（物体的体积）的函数；长方体的体积 $V=abc$ 是三个自变量——长 a，寬 b，高 c 的函数．

应当注意的是变量之为自变量或因变量，是由問題所給的条件来决定的，因变量和自变量的地位常常是可以互移的，譬如我們可以說圓面积是半径的函数，因为有一定的半径值就对应着一定的圓面积；但反过来我們也可以說圓半径是圓面积的函数，因为对于圓面积的每个确定的数值，圓半径也有一定的数值与之对应．

§4 直角坐标系：

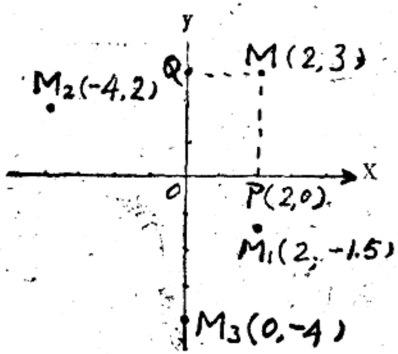
在平面上作二直綫 OX 和 OY 垂直相交于 O，每一条直綫都选取一个方向作正，用箭头表明，习慣上水平綫上以向右为正，垂直綫上以向上为正；例如綫段 OA 对应着数 $(+4)$，OB 对应着 (-3)，OD 对应着 (-4)，这两条有方向的直綫叫做坐标



（图 2）

軸．水平綫 OX 称**横軸**，垂直綫 OY 称**縱軸**，两軸的交点 O 称**原点**．再选取一綫段 e 作为坐标軸的长度单位，那末这互相垂直的两軸 OX，OY 与它的交点 O 及所选的长度单位 e 合起来，称为**直角坐标系**．

（1）　**平面上点的位置**：設 M 是平面上任意一点，由 M 向 OX 軸作垂綫 MP，向 OY 軸作垂綫 MQ，在坐标軸上得出两根綫段 OP 及 OQ，用长度单位量有向綫段 OP，并使之所得結果具有相应之正負号，得到的数叫做 M 点的**横坐标**；用同一长度单位量綫段 OQ，并使量得結果取相应的正負号后得到另一个数，叫做点 M 的**縱坐标**。在上图中，点 M 的横坐标为 $(+2)$，縱坐标为 $(+3)$，縱横坐标联合起来叫做点 M 的**坐标**，記为 $M\,(2,3)$，記点的坐标时横坐标写在前面，縱坐标写在后面．坐标前的正号 $(+)$ 可略去不写．例如，M_1 点的横坐标为 $(+2)$，縱坐标为 (-1.5)，記作 $M_1\,(2,-1.5)$．M_2 点的横坐标为 (-4)，縱坐标为 $(+2)$，記作 $M_2\,(-4,2)$；横軸上点的縱坐标等于零，如 P 点的坐标为 $P(2,0)$，縱軸上点的横坐标等于零，如 M_3 点的坐标为 $M_3(0,-4)$．原点的两个坐标都是零，記作 $O(0,0)$．

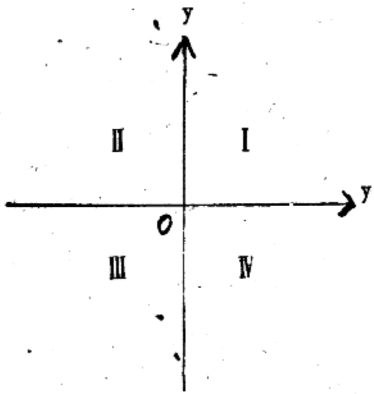


（图 3）

（2）　**象限及符号**：

坐标軸把平面分成四部分，每一部分叫做一个象限，这四个象限的名称从右上角起依反时針方向順序为**第一象限**，**第二象限**，**第三象限**，**第四象限**.

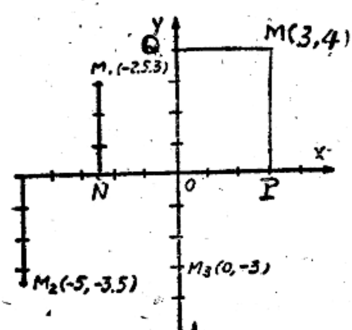
各象限的点的坐标符号如下表所列：



象限	横坐标	縱坐标
Ⅰ	+	+
Ⅱ	−	+
Ⅲ	−	−
Ⅳ	+	−

（图4）

（3）　由坐标求点： 若我們知道M点的坐标是M（3,4）来求这个点在平面上的位置，就可以在OX軸上由原点起向右取所选单位长度的3倍得端点P，然后在OY軸上由原点起向上取所选单位的4倍得Q点，在P，Q两点各作



PM和 QM 分别与 OX 軸和 OY 軸垂直，那么这两条直綫的交点M即为所求的点。

点M的位置也可用另法作出：在OX軸上截取 OP 使它等于 3 个单位，然后再由 P作直綫与 OX 軸垂直，在这条直綫上由P点起向上截取 PM等于 4 个单位，那么它的端点M即为所求之点。以上两种方法，第二法比較简便我們經常采用。

例　求作M_1 $(-2.5, 3)$，在横軸上由原点起向左截取 $ON=2.5$，在N点向上引平行于OY軸的綫段$NM_1=3$，則M_1即为所求之点。$M_2(-5, -3.5)$ 及$M_3(0, -3)$的作法如图所示。

总之，任意按次序写出的一对数，如果以第一数表示横坐标，第二数表示縱坐标，都可以用平面上的一个点来表示。

我們必須注意，由坐标求点时，如果点的两个坐标絕对值相差很大时，常常可在两个軸上采取不同长度单位。

〔注〕 应用横坐标和縱坐标，求出平面上点的位置的方法，是由法国数学家笛卡儿（1596～1650)所发明的；因此这种坐标叫做笛卡儿坐标。

§5. **函数的三种表示法**：变量間的函数关系可以用各种不同的方式来表示，但常用的有下列三种：

1．表格法：作任何实驗或研究任何現象时，常得出两列数，例如为确定弹簧长度与負荷間的关系而作实驗时所得的下列結果：

負荷 x(公斤)	0	1	2	3	4	5	6
长度 y(公分)	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15

第一列数給出自变量(負荷重)的值，第二列数給出函数(弹

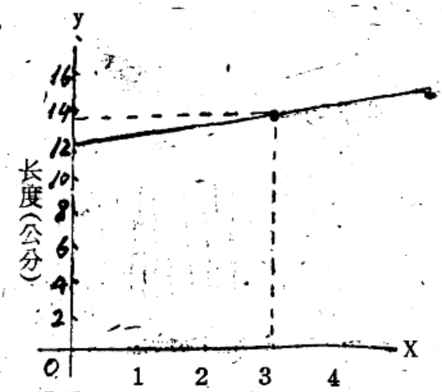
簧长度)的对应值.

在上述情况下,我們說变量 x 与 y 間的函数关系是用表格法表示出来的.

函数的这种方法在科学上及技术上与日常生活中用得很广,各种各样的数学表,立方表,平方根表,立方根表等等,都是用这种方法来表示的.

2. 图象法:

上面所举的例子在一定范围内的負荷量与弹簧长度間的关系,也可用图象法表示出来,右图所示就是这个函数的图象;横軸上綫段 x 表示負荷重量,縱軸上的綫段 y 表示弹簧的长;



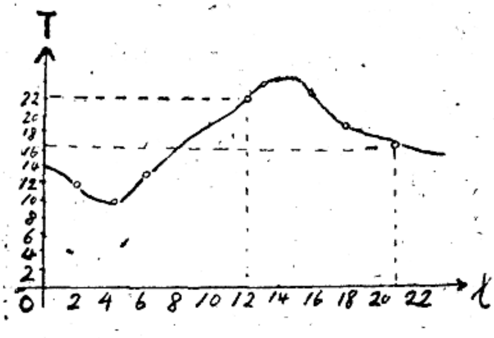
重量(公斤)(图6)

为了使图象显明起見,在横軸上取 1 格作为单位尺标,縱軸上取 0.25 格作为单位尺标,根据这个图形,我們可以从負荷量的每一个值,求出弹簧长的对应值来.

如当負荷量为 3 公斤来求弹簧的长度时,可先在横軸上取 $x=3$,从它的端点向上作垂綫,这个垂綫与图形交点的縱坐标 $y=13.5$ 公分即为所求弹簧长度的对应值.同法可以求得負荷量 $x=1$ 公斤时弹簧的对应长 $y=12.5$ 公分,負荷量 $x=5$ 公斤时,弹簧的对应长 $y=14.5$ 公分.

反之,如果給出了弹簧的长度,也可立即求出負荷量的对应值来,例如:

$y=13$ 公分时,$x=2$ 公斤;$y=15$ 公分时 $x=6$ 公斤;



（图 7）

又如下图是用自动記溫器所画出的某日昼夜間溫度变化的图形，横坐标上的綫段表示时間 t 的鐘头数，縱坐标上的綫段表示溫度 T 用攝氏表所計出的度数，那么由图形上給出时間 t 的任一值就可以求出溫度 T 的确定对应値。

为了图形明显起見，横軸上所取的长度单位比縱軸上所取的长度单位大一倍。

如求中午12时的溫度，可在横軸 $t=12$ 的地方作垂綫，使它与曲綫相交，那么这个垂綫与图形交点間的长就是那时的溫度，也就是 $T=22°C$。

同法可求得 $t=21$ 时，$T=16.5°C$。

3. 解析法：用表格法或图象法表示函数間的相依关系，虽然很明确，但不能完善的表示出变量間的关系性質来；如在上例中，我們所知道的仅限于表內几个一定負荷之下的弹簧长，若想知道在任意負荷下的弹簧长，就必須研究弹簧的长度与它負荷量間的关系式来。

由上例的表中，我們即可看出在弹簧沒有負荷时它的长度有12公分，以后每当重量增加 1 公斤时弹簧就要伸长 0.5 公分；若重量增加 x 公斤时，則弹簧即要伸长 $0.5x$ 公分，因而弹簧的总长为： $y=12+0.5x$。

利用这个公式，可以求出在任何負荷下的弹簧长，这样用公式表示变量間的函数依从关系的方法叫做**解析法**．物理，化学，力学，机械学以及其他种种科学上的一切公式，都是用解析法来表示各种函数間的关系的例如：$I=\frac{E}{R}$中，I表示电流强度，E表示电压，R表示电阻，这个公式把电流强度I表示为$E.R$的函数．

又如：$C=2\pi R$，这个公式把圆周C表示为半径R的函数．

应当注意：变量間的相依关系，有时可以同时用函数的三种方法来表示，有时只能用表格法或图象法来表示，解析法不是所有变量間都能够表示的；如上例中的弹簧长与負荷量間的关系可以同时用三种方法表示，但某日昼夜間濕度的变化却不能用公式表示出来．

§6．函数图象的作法：

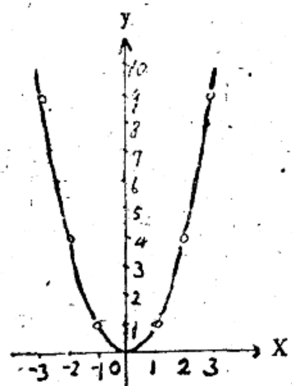
对于用公式表示的函数，可以先用表格法列出它的各对对应值，然后再作出它的图象，下面用例来說明这个方法．

例：求作函数$y=x^2$的图象．

給x以任意正負数值然后取它的平方列表：

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
$y=x^2$	…	9	4	1	0	1	4	9	…

用每一組对应数值作为点的坐标，在坐标内划出这些点，通过这些点連一平滑的曲綫就是函数的图象．很明显用这种方法作出的图象，点作得越多，划出的图象也就越精确．



（图8）

习 題

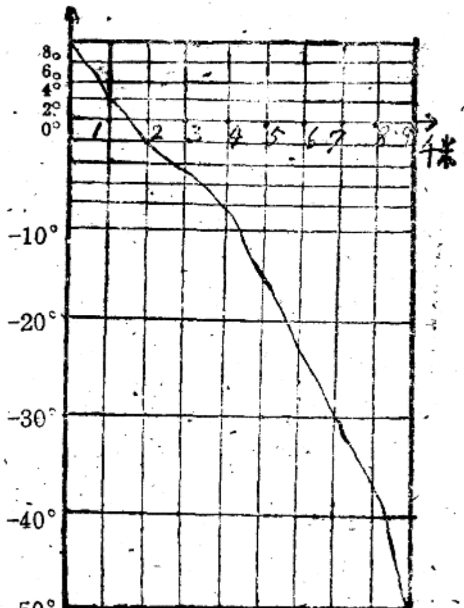
1. 举出常量和变量的一些实例.
2. 在下面的公式里試指出常量与变量:
   (1)匀速运动公式 $S=Vt$, 这里 S 表示距离, V 表示速度, t 表示时間.
   (2)自由落体公式: $S=\frac{1}{2}gt^2$, 这里 S 表示落体下落的距离. g 表示重力加速度. t 表示时間.
   (3)金屬棒綫膨胀公式 $L=L_0(1+\alpha T)$, 这里 L_0 表示 $0°C$ 的长度, L 为膨胀后的长度, α 为綫胀系数 T 为温度.
3. 在上題的每个式子里, 那些变量是自变量? 那些是自变量的函数?
4. 从公式 $S=\pi R^2$ 中, 試把圓半径表示为所給面积的函数.
5. 用公式表示发出电报的費用与字数之間的关系, 这里的自变量可以取什么样的值?
6. 在下列的式子里, 說明自变量可能取的值:
   (1) $y=\frac{3x}{4x^2-9}$, (2) $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{3-x}$
7. 已知函数 y 和自变量 x 的关系可用 $2xy-4y-5=0$ 来表示, 求用 x 的代数式表示 y.
8. 已知函数 y 和自变量 x 間的关系可用 $y=x^2-3x+4$ 来表示, 試填下面表里的空白:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y									

9. 下图里的图象表示气球离开地面的高度和周圍温度的变化关系, 其中横軸表示气球高度的千米数, 縱軸表示温度的度数; 根据图象求:

(1)高出地面4千米，6千米，8千米的地方的温度.

(2)温度等于4°，0°，−16°.10°，-30°，−48°的地方高出地面的千米数（准确到0.1米）.



（图9）

10. 太阳升第一农业社，小麦逐年亩产为：
51年60斤，52年67斤，53年90斤，54年110斤，55年160斤，56年180斤，57年210斤58斤1010斤根据目前大跃进的形势，該社又制訂出今后四年的小麦丰产规划：59年3000斤，60年6000斤，61年14000斤，62年40000斤，試用表格法及图象法表示該社小麦逐年增产的关系来.

11. 在直角坐标系里作出下列各点：

$A(3.4)$，$B(-5,-2)$，$C(0.5,6)$，$D(0,-\frac{1}{2})$，$E(5\frac{1}{3},0)$，

$F(0,4.5)$.

12. 設P点的坐标是$(-3,4)$

(1)作出P点关于OX轴的对称点，OY轴的对称点，原点的对称点，并写出它們的坐标。

（2）上面这些点各在哪一象限？

13. 对于同一坐标系划出下列直綫：

（1） $y=\frac{1}{2}x-4$　　（2） $y=-\frac{1}{2}x+4$

（3） $y=3x+2$　　（4） $y=-3x+2$

（5） $3x+2y=6$　　（6） $3y-4=5x$

（7） $x-y=0$　　（8） $3x-4y=0$

（9） $x+y=0$　　（10） $x=4$

（11） $x=-2$　　（12） $y=0$

第二章 冪与根

I 冪的概念及其运算

§7. **冪的定义**：我們已經知道，乘方就是求相同因数的积的运算*.

例如 $$2\times2\times2\times2\times2=2^5=32.$$
$$(-3)(-3)(-3)(-3)=(-3)^4=81.$$

一般的 $$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdots\cdots a}_{\text{共}n\text{个}}=a^n.$$

定义：某数 a 的 n 次乘方的結果叫做它的 **n 次冪**。a 的 n 次冪是写成 a^n 的形状，a 叫做**底数**，n 叫做**冪指数**.

例如上面所举的 $2^5=32$，32是 2 的 5 次冪，2 是底数，5 是

* 我国古代学者已知乘方的方法，如淮南子卷三天文訓說："十二各以三成，故置一而十一，三之为积分，十七万七千一百四十七"，就是指 $3^{11}=177,147$.

幂指数。

§8 **幂的符号法则：**

1. 正数的任何次幂永远为正数。

2. 负数的偶次幂为正数。

如：$(-4)^2=(-4)(-4)=16$.

$(-3)^4=(-3)(-3)(-3)(-3)=81$.

$(-a)^{2n}=a^{2n}$ ($2n$ 是偶数的一般写法)。

3. 负数的奇次幂为负数。

如：$(-2)^3=(-2)(-2)(-2)=-8$.

$(-3)^5=(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)=-243$.

$(-a)^{2n+1}=-a^{2n+1}$ ($2n+1$ 是奇数的一般写法)。

§9 **幂的运算法则**：在初中代数里，我們已經知道下面一些关于幂的运算法则：

(1) 同底数的幂相乘，只要把各因数的指数的和做指数，底数不变。用式子表示就是：

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n}\ (m.\ n \text{ 都是正整数}).$$

(2) 同底数的幂相除，在被除数的指数大于除数的指数的时候，只要把被除数的指数减去除数的指数做指数，底数不变。用式子表示就是：

$$a^m\div a^n=a^{m-n}\ (m\text{和 } n \text{ 都是正整数}, m>n, a\neq0).$$

(3) 幂乘方时，是用乘方的次数乘幂指数，底数不变。用式子表示就是：

$$(a^m)^n=a^{mn}\ (m\text{和 } n \text{ 都是正整数}).$$

(4) 积乘方时，是把各个因子分别乘方。用式子表示就是：

$$(abc)^n=a^nb^nc^n.$$