探索·发现

EXPLORING

数学王国的探索之旅

韩欣／编著

内蒙古人民出版社

探索·发现

EXPLORING

数学王国的探索之旅

责任编辑：田建群

封面设计：东方红

ISBN 7-204-08460-8

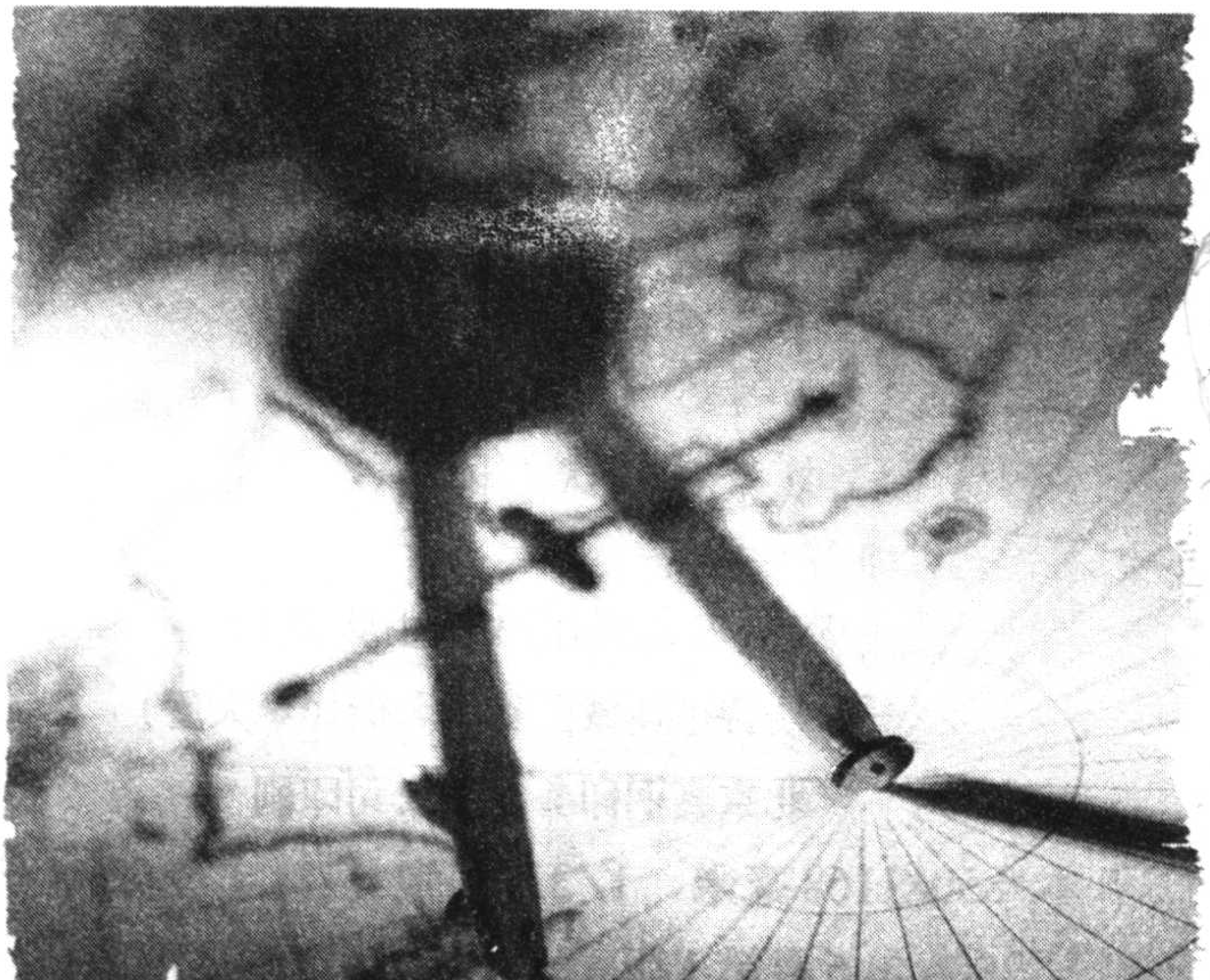
9 787204 084609 >

ISBN 7-204-08460-8/G · 2160

全册定价：496.00元 （全16册）

探索·发现

数学王国的探索之旅



内蒙古人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

探索·发现／韩欣主编．－呼和浩特：内蒙古人民出版社，2006.5
ISBN 7-204-08460-8

Ⅰ.探...　Ⅱ.韩...　Ⅲ.自然科学－普及读物
Ⅳ.N49

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第053229号

探索·发现

韩欣　编著

内蒙古人民出版社出版发行
（呼和浩特市新城区新华大街祥泰大厦）
北京嘉羽印务有限公司印刷
开本：850X1168毫米　1/32　印张：128　字数：1600千字
2006年6月第1版　2006年6月第1次印刷
印数：1－5000册
ISBN 7-204-08460-8/G·2160　定价：496.00元(全16册)

目　录

测量太阳高度

古人很早就知道,用小小直角尺(矩)可以量出相当高的高度。他们把角尺直立在水平位置上,对准要测量的物体,使物体的量高点与角尺两边上的两点成一直线,用相似直角三角形对应边成比例的性质,就可以把物体的高度算出来了。这里的条件是:直尺的直角点到物体垂直于水平面的线的距离是能够用尺直接测量出来。

两千多年以前,汉代的天文学家把这种方法推广到计算太阳的高度,这是古代一个十分有趣的天文问题,也是一个很有意义的数学问题。我们现在知道,太阳与地球是宇宙中两个椭圆形的天体,它们之间的平均距离有 14960 万公里。可是古代的人想知道太阳的高度有多少,他们又是怎样去测量的呢?

原来,那时有的天文学家,认为天是圆的(指球形),地是方的。地球是一望无际的平地,挂在天空中的太阳,尽管一年四季千变万化,但在特定的时间和地点,它的高度是可以测量计算的。于是,这些天文学家用一根八尺长的标竿(p),选定夏至这一天,在南北相隔一千里的两个地方(A,B),分别测出太阳的影

子长度(m,n)。设太阳离地面的高度为 h+p,A 点到太阳在地面的垂足的距离为 d,根据相似直角形对应边成正比例的性质,得:

$$\begin{cases}\dfrac{h}{p}=\dfrac{d}{m} & (1)\\[2ex] \dfrac{h}{p}=\dfrac{d+AB}{n} & (2)\end{cases}$$

解方程组得:

$$h=\frac{p\times AB}{n-m} \qquad (3)$$

汉代的天文学家认为,北面 B 点的影长 n 与南面 A 点的影长 m 恰恰相差 1 寸。因此,n-m=1 寸,p=8 尺,AB=1000 里,代入(3)式得

$$h=\frac{8\text{ 尺}\times 1000\text{ 公里}}{0.1\text{ 尺}}=80000\text{ 里}$$

将 80000 里再加上标竿的长度 8 尺,便是太阳离地面的高度(当然,这个结论是不符合实际的)。从(3)式中我们知道,h 的高度等于北面影子与杆竿长之比减去南面影子与标竿长之比去除南北两点间的距离。同样,用这两个比值的差除以南面影长,使得到 A 点到太阳在地面的垂足的距离。因此,南北两点的距离确定以后,太阳离地面的高度主要决定于标竿影长与标竿长的两个比值之差。但是,因为他们假设地面是平的,不符合实际情况,因而得出错误的结果。然而,我国古代这种数学方法是正确的,汉代天文学家把这种计算方法称为“重差术”。公元第三世纪大数学家刘徽,系统地总结了这种办法,写成专门的一章,也是叫作“重差”,附在古代数学名著《九章算术》之后。唐代初

年，国子监整理出版古代数学著作时，把这一章作为《算经十书》之一，单独发行。因为它第一个问题是测出一个海岛的高度和距离，所以又把它称为《海岛算经》，这本书一直流传到现在。

地球的丈量

根据牛顿有关引力的理论，可以推想出来，地球并不是一个纯粹的圆球体，而应该有点像橘子那样，是个中间宽，两头扁的球状体。换句话说，由于离心力的作用，地球在赤道上的直径要比两极间的直径要长。也就是说，两极的每一纬度间的距离要比赤道附近每一纬度间的距离要大。

为了证实这一理论，法国政府于1735年组织了两次考察。考察队的任务是通过对子午线弧度的测量，精确地计算出地球的形状和大小。第一支考察队，由拉康达明率领，他们在深入到位于赤道附近的秘鲁安第斯山区时遇到了许多困难。两年后，第二支考察队由马保梯率领，去了北欧拉普兰地区，那是当时欧洲人所能到达的最靠近北极的地区。由于恶劣的气候条件和仪器的敏感度很高，这两次考察不仅耗费时日，而且历尽周折。但是，在历时数年的艰苦工作中，他们所收集到的数据和得出的计算结果证实了牛顿的想法。北极附近的一个纬度间距要比赤道附近的一个纬度间距长1%。赤道部位的地球要比两极部位的更圆。今天我们知道，赤道区域的海平面要比两极地区的海平面离地球的中心远21千米。

经度的测量

许多世纪以前，航海家们已经懂得如何测量纬度（赤道到地球南北任何一点的距离）。为此，他们只要测量出太阳在某地的最高点或北极星的位置，再算出它们与天顶的距离就可以了。但是，只有知道某一点与出发港口的确切距离（无论是向东或向西），才有可能计算出经度，而这一点在那个时代决非易事。

1714年，英国政府宣布，谁能找到确定海上航行船只确切位置的方法，就奖励他两万英镑。英国人哈里森是一位木匠和手工艺人。从1728年开始，他制作出了好几只适合在船上使用的计时器，一只比一只更轻便、更精确。1739年，他又制作出了第一只适合远洋航行用的计时器，但有点复杂，也不十分精确。又经过多年的研究和试验，终于在1761年建造了一只相当精确的计时器，用它计算出来的经度只有几海里的误差。这只计时器有一个用几种不同金属制成的内置平衡装置，它既可抗御船只的颠簸，又能适应温度的变化。但是，哈里森还必须对他的计时器进行多次试验，成功以后才能获得悬赏。1762年，在一次从英国到加勒比海的巴巴多斯的航行中使用了这个计时器。航

行历时5个月，哈里森的计时器只慢了15秒。但是，10年以后，英国政府才给哈里森颁发了奖金。这只计时器的出现开辟了航海事业的新纪元。从此，在海上航行的船只可以知道自己的确切位置，并有可能绘制出更加精确的航海图，为找到更加快捷的新航线提供了可能。

国王赏不起的米

古印度有个大名鼎鼎的国王，非常爱玩游戏。

有一次，他突发奇想，下令在全国张贴招贤榜：如果谁能替国王找到奇妙的游戏，将给予重赏。

一个术士揭了招贤榜。他发明了一种棋，使国王玩得舍不得放手。国王高兴地问术士道："你要求本王赏赐些什么？"术士赶忙拜倒："大王陛下在上，小小术士没有特殊的要求，只请大王在那棋盘的第一个格子里放下一粒米，在第二个格子里放下两粒米，在第三个格子里放下 4 粒米，然后在以后的每一个格子里都放进比前一个格子多一倍的米，64 个格子放满了，也就是我要求的奖赏了。"国王一听，这点米算什么，就一口答应了。可是，当找来算师一五一十地算了以后，使国王大吃一惊，原来这些米可以覆盖全地球，全世界要几百年才能生产出来，根本无法赏给这位术士。

为什么这个棋盘里的米会有这么多呢？

让我们算一算看：

第一个格子里是 1 粒，第二个格子里是 2 粒，一共有 3 粒，

或者,等于:

$$2\times2-1=3$$

加上第三个格子的4粒,一共是7粒,即

$$2\times2\times2-1=7$$

再加上第四个格子的8粒,共有15粒,即

$$2\times2\times2\times2-1=15$$

也等于:

$$2^4-1=15$$

所以,从第一格到第四格的米粒总数就等于2的4次乘方减去1。那么,从第1格到第64格的米粒总数,将等于2的64次乘方减去1,即:

$$\underbrace{2\times2\times2\cdots\cdots\times2}_{64\text{次}}-1=2^{64}-1$$

为什么这个数字会这么惊人呢?原来这个术士聪明地运用了数学上的几何级数,那是把2作为基本倍数,棋盘上的格数作为这个基本倍数的乘方,即2的n次方。棋盘上一共有64格,n就等于64,但是要减去第一格上那一粒米的数值,即$2^{64}-1$,然后再除以基本倍数减去第一格上数值的差,即$2-1$。这样,

$$\frac{2^n}{2-1}=\frac{2^{64}-1}{1}=2^{64}-1$$

看来,一粒米、两粒米这个数目很小,算不得什么,可是,用几何级数一算,却成为一个不可想象的巨大数字。愚蠢的国王怎能领会几何级数的奥妙呢。