

怎樣開始教初中的幾何課

原著者 [蘇聯] 肅拉斯捷爾

譯者 郭文傑

07
5

編者的話

這一本怎樣開始教幾何學的教學法指南的出版，對於在中學六年級裏講授幾何學經驗不足的教師不無一些幫助。該書的範圍與性質限於在闡明和蘇聯學校的學生年齡上相適應的“緒論”部分的題材。

幫助克服六年級裏講授幾何學困難的一些一般的教學方法，都在緒言裏加以說明。該書的第二部分，在各節課的內容分析過程中指出一些個別的教學方法及一些具體利用А.И. 基謝廖夫“幾何學”讀本和 Н. 雷勃金標準習題集的可能性。根據每一節課來佈置補充習題、測驗題目。

希望教師從上述內容出發，適合每一個單獨場合下具體複雜的情況，創造性地來利用這本教學法指南。

這本教學法的參攷材料是由 Н. Н. 庫拉斯捷爾所編纂，教育科學院教學法學院數學教學法主任 Н. Н. 尼基金伏依和俄羅斯蘇維埃聯邦社會主義共和國教育部教育局顧問 И. А. 拉里契伏依所校訂而出版。

(一)七年制學校講授幾何學的教學法上的一些問題

大家都知道講授六年級幾何學課程的困難。教師面臨着在較短的時間內去發展學生的抽象能力，以致學生能夠自覺地通曉幾何學的基本概念、掌握對於他們還是新的推理方法。教師同時必須做到使學生理解證明各類原理的必要性，必須養成學生對這一種論證的要求。

要達到這一系列的要求是有不少的困難的。這就要求教師要有豐富的技巧。在現行教學大綱裏和A. И. 基謝廖夫“幾何學”標準讀本上，我們所指出的某些教學方法是能夠幫助初當教師者克服在六年級開始教幾何學的困難的。

當教師着手教幾何學這一課程時，他就應該很好地對自己提出這一課程的目的是什麼，完成這目的的方法是怎樣。在數學教學大綱的說明書上就已把其目的簡單而扼要的規定出來：“中等學校裏講授數學的目的，乃是傳授給學生以真實的知識及培養學生必須的技能和會在各種實際問題上應用它們的本領。

教師在講授數學的過程中，應該貫徹共產主義教育的總任務——形成馬克思、列寧主義的世界觀，培養蘇維埃的愛國主義和蘇聯民族的自傲感，培養意志和性格……

……講授幾何學的目的，在於通過有系統的研究平面上

和空間裏的幾何圖形的特性及應用這些特性解決計算和作圖性質的問題的辦法去發展學生對空間的觀念，發展學生邏輯的思維和善於應用已獲得的知識去完成實際的工作：現場測量、計算各種建築的面積和體積、地形學上所採用的最簡單的測量等等。”註(一)

教師應該經常注意教學大綱上的這些指示。

在講授幾何學的最初幾節課上，為培養學生的馬克思、列寧主義的世界觀提供出豐富的材料。教師必須在符合於精確估計到學生年齡上的特點來利用這些可能性。

首先，必須把這個觀念告訴給學生：全部數學的發展，特別是幾何學的發展是決定於人們實踐上的需要。“像其他科學一樣，——恩格斯說，——數學也自人們實踐上的需要而產生的：從測量地段面積，器皿的容積，從時間的計算和從力學裏產生”。註(二)恩格斯的這個思想可以在上幾何學的第一課時就清晰地介紹給學生。為此目的，教師就要講一講古代東方國家的幾何學的起源，指出促使這些國家的人民去研究一系列幾何圖形性質的原因。這樣的講授將能促使學生通曉這個社會物質生活的需要決定了數學產生和其發展的道

註一：中等學校教學大綱，數學，第五頁和第十三頁，一九五〇年，國家教育出版社。

註二：弗·恩格斯，反杜林論，第三十七頁，一九四八年，國家圖書聯合出版局。

理。

在可能的範圍內，還必須對學生介紹當作現實世界的抽象東西而存在的幾何學的概念。“在能夠獲得形的概念以前，先應該具有那些一定形式東西的存在，而且應該把這些東西拿來比較。純粹數學，它有空間形式和現實世界的數量關係作為自己的對象，因而還是很真實的資料。”註(三)

在確定一個幾何體時，在選擇方法使學生熟識像幾何圖形、物體、平面、直線、點諸幾何學上的概念時，貫徹馬克思、列寧主義世界觀的教育思想應成為教師教學生幾何學的行動指南的第一步。教師根據專門擬定的計劃而組織起來的，對於現實世界的物體的觀察的比較和綜合的過程中，就應該為學生規劃出這些概念。因此無庸置疑的要給予六年級的學生無論任何說明上述概念的形式邏輯上的定義並要求他們牢記它。

但是，應該達到在每個具體的場合中學生能夠自信地決定他在處理何種幾何圖形，能夠舉出他所正確理解的當作概念的例子。

理論和實踐的統一應該是講授幾何學的基本原則之一。在講授幾何學的過程中，教師沒有權利單單局限於理論的講

註三：弗·恩格斯，反杜林論，第三十七頁，一九四八年，國家圖書聯合出版局。

述，教師應當經常注意理論講授和實際的聯繫。

教學大綱的說明書上指出，那一類的應用題是應當做的，那一類的實習作業是應當完成的，做習題在理論和實際的聯繫上能起鉅大的作用。做幾何習題不應當是偶而爲之，應當是經常的，而且每課要緊緊地聯繫所學習的材料。

俄羅斯蘇維埃聯邦社會主義共和國教育部長 И. А. 凱洛夫於一九五〇年八月在沒有留級學生的教師會議上發出關於講授數學的指示：“爲了以鞏固的和自覺掌握的知識與技能來武裝學生，發展他們邏輯的思維和空間的觀念，應該堅決使學生在解做問題時，能運用最合理的方法，自信地、準確地、和細心地完成計算和變換；使他們在解做問題的過程中學會數學的論證，學會邏輯的嚴密地敏慧地證明定理。由此，根據數學的原則，應該無論在課堂上或在課外予學生以中等的和程度較高深的習題和示例。當然，應不超出教學大綱的要求範圍以外。當講授幾何學時，應該時常實際地用證明和作圖來解作問題。”

由此，幾何學課程的習題應當像算術和代數的課程佔有同等的比重。在幾何課上解做問題的時間不應少於教學時間的百分之四十。教育部長特別注意到以證明和作圖來解做問題的必要性。對於這一方面，正是許多教師還所估計不足的。

教會學生看圖，教會學生劃分圖上必要組合部分是非常重要的。學生常常不瞭解定理的內容或者由於沒有清晰地看清所指圖形就做習題，結果做不出來。

爲了培養學生理解圖形的技能，做一做下列的問題是有幫助的。

1. 在圖 1，圖 2，圖 3 有多少線段？

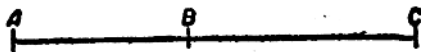


圖 1.

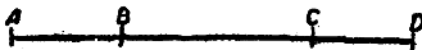


圖 2.

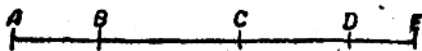


圖 3.

2. 在圖 4，圖 5，圖 6 有幾個弧？

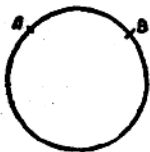


圖 4.

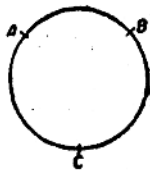


圖 5.

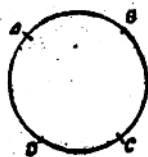


圖 6.

3. 在圖 7，圖 8 上有幾個弓形？

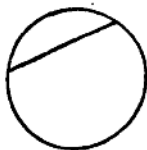


圖 7.

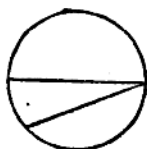


圖 8.

4. 在圖 9, 圖 10, 上有幾個扇形?



圖 9.



圖 10.

5. 在圖 11, 圖 12 圖 13 上有幾個角? (註: 指小於平角之角而言)

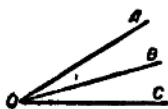


圖 11.

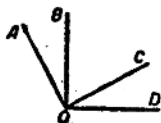


圖 12.

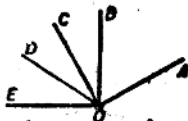


圖 13.

6. 在圖 12, 圖 13 上指出那些是銳角? 那些是直角? 那些是鈍角?

7. 在圖 14——19 上, 每一圖形有幾個三角形?

8. 在圖 14——16 上的三角形是屬於那一類的三角形?

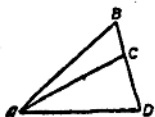


圖 14.

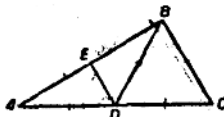


圖 15.

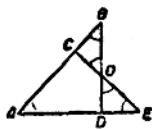


圖 16.

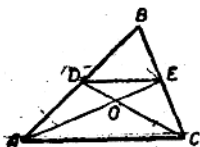


圖 17.

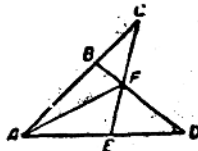


圖 18.



圖 19.

9. 在圖 20——21 上列舉出所有的四角形，並指出它是屬於那一類的四角形。

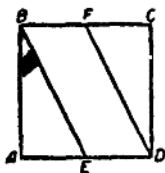


圖 20.

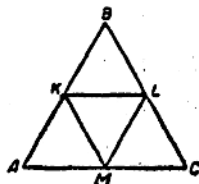


圖 21.

10. 在圖 22——24 上列舉出每一圖上的平行四邊形。

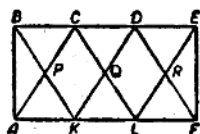


圖 22.

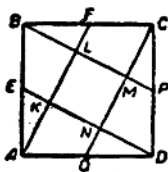


圖 23.

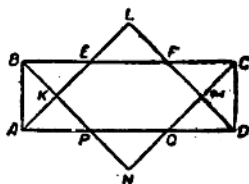


圖 24.

11. 在圖 22——24 上列舉出其梯形。

答案：

1. 3, 6, 10.
2. 2, 6, 12.
3. 2, 4.
4. 2, 6.
5. 3, 6, 10.
6. a) $\angle AOD$ 是鈍角； $\angle AOC$, $\angle BOD$ 是直角。
(圖12)
- b) $\angle AOE$, $\angle AOD$ 是鈍角； $\angle AOC$, $\angle BOE$ 是直角。(圖13)

7. 3, 5, 4, 12, 8, 16。

8. a) $\triangle ACD$ 是二等邊三角形, 其他是不等邊三角形。

$\triangle ACB$ 是鈍角三角形, 其他是銳角三角形。

b) $\triangle ADB, \triangle DBC$ 是二等邊三角形; $\triangle DBC$ 又是等邊三角形; $\triangle ADB$ 是鈍角三角形; $\triangle AED, \triangle EDB, \triangle ABC$ 是直角三角形。

c) 所有三角形都是二等邊的直角三角形。

9. a) $BFDE$ 是平行四邊形, $ABFD, BEDC$ 是直角梯形。

b) 三個菱形和三個等腰梯形。

10. a) 九個平行四邊形。 其中包含有一個矩形和四個菱形 ($PCQK, QDRL, BDFK, ACEL$)

b) 四個平行四邊形, 其中二個是正方形。

c) $AECQ, BFDP$ 是平行四邊形, $KLMN$ 是正方形, $ABCD$ 是矩形。

11. a) 十個等腰梯形 ($ACDF, BKLE, PCDK, ACQK, QDEL, KLRD, BCQK, PCLK, CDRL, QDFL$)。 八個直角梯形 ($ABCL, ABDF, ACEF, KDEF, ABDK, ABEL, KBEF, LCEF$)。

b) 十二個直角梯形 ($BEKL$, $FCML$, $PMND$,
 $AKNQ$, $BENM$, $FKNC$, $PLKD$, $ALMQ$,
 $EBCD$, $FCDA$, $PDAB$, $ABCQ$)。

c) $AEFD$, $BPQC$ 是等腰梯形; $KECN$, FM
 NB , $KLDP$, $ALMQ$ 是直角梯形。

圖 12—16, 20—24 當然應該畫得和這些假設的答案相符合。例如在圖 22, 線段 BC , CD , DE , BP , PC 等等應當彼此相等, 四角形 $ABEF$ 應該是長方形。

經驗證明: 這一類的練習能夠培養學生很大的興趣並且促使發展他們幾何學的觀念。

其中較複雜的問題可以在課外作業上進行。

在六年級的幾何學課上, 教師應當廣泛地利用通常自做的實物教具, 啓發學生去做實物教具是有益處的。實物教具中最簡單的應當在課前由每一個學生當作家庭作業之一做好它。並用特別的信封適當地把這些製好的實物教具保管起來。

爲了擴大實行教學上的明顯性, 有效地盡可能地時常留意環繞我們周圍的現實世界的東西, 在他們中間尋求一些我們探討研究的對象。最好同時所有班級編製能供研究圖形用的照片和畫冊。

最後, 我們指出利用學生對於測量地形的技能和知識的

某些可能性。例如：由於研究等腰三角形的特性，就有解決下列問題的可能。

問題1：測量處在湖兩岸上相對立的A和B兩點間的距離。

求解該問題時，必須作出

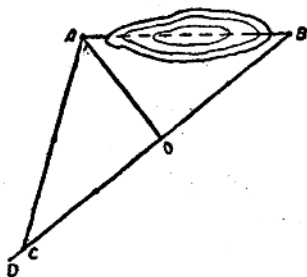


圖 25.

下列的圖解：

引直線 BD (如圖 25)，自 A 點用直角器作垂直線垂直 BD 和 BD 相交於 O ，在 BD 上取 OC 等於 OB ，連 CA ，那麼測量 AC 的長度就可求得 AB 之間的距離了。

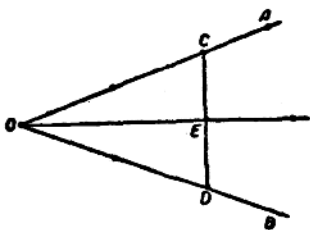


圖 26.

用直角器在紙上作出上述的圖形。

問題2：平分一已知角 $\angle AOB$ 。

我們以下述方法求該題：利用細繩在該角的二邊上取相等的線段 OC 和 OD ，連 C

D ，取得 CD 之中點 E ，連 OE ， OE 即為 $\angle AOB$ 之二等分直線。

問題3：利用一根細繩自己知點 A 向已知直線 MN 作垂

直線。

求解如下：細繩之中點
 固定在已知點 A 上，細繩之
 兩端 B 和 C 放在已知直線
 MN 上，由此而取得 BC 上之
 中點 O ，連 AO ，即為所求之
 垂直線。

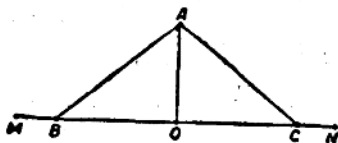


圖 27.

問題4：利用一根細繩作直線垂直於一已知直線上的一
 已知點。

求解該問題是非常簡便的，不再詳述。

問題5：測定標的物 AB 的高度，該標的物是人們所不能
 跑近的。

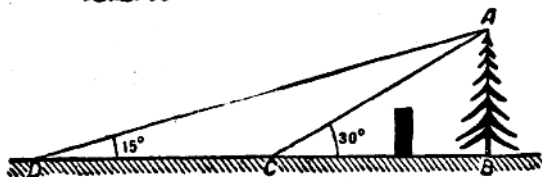


圖 28.

求解如下：以量角器在同一水平線上 C 和 D 兩點測得對
 標的物 AB 的仰角為 30° 和 15° ，在此情況下，標點物 AB 的高
 度等於 CD 長之一半，茲證明如下：

$$AB = \frac{1}{2} AC$$

(直角三角形中有一銳角是 30° ，則該角所對邊等於
 該直角三角形斜邊之二分之一。)

$$\angle DAC = \angle ACB - \angle ADC = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$$

(三角形之外角等於二內角之和)

$$\therefore DC = AC$$

$$\text{因此 } AB = \frac{1}{2}DC$$

(二)怎樣講授六年級幾何學“緒論”部分的題材

初次執教的教師對於數學課的開始幾節課是感到困難的。尤其是幾何學的第一節課更是嚴重；因為這一節課進行得良好與否影響到今後幾何學教學的成敗。在這一節課上必須給學生以幾何學的產生的概念、幾何學的研究對象和幾何學對於生活的意義。教師應該促使學生對新的學科發生興趣，激起他們研究幾何學的願望。從形成學生的宇宙觀這一點上來說，上好幾何學的第一課也是非常重要的。下面就是一個可以適用的、詳細的、第一節課的教案。

第一課

(教案)

課題：幾何學的研究對象。幾何學的產生。幾何學上的基本概念。

實物教具：各種材料製成的五顏六色的立方體模型，其中有二個立方體尺寸相同；木球，金屬球和橡皮球；二個或三個

用各種材料製成的圓柱體，其他的幾何體，長方形，平行四邊形，三角形和圓的模型；盛有油和水的玻璃器皿；部分着色的一張紙；一張古代東方的地圖。

課堂計劃：

1. 組織教學…………… 2 分鐘；
2. 漫談在五年級讀過的有關幾何學方面的材料……………
…………… 7 分鐘；
3. 講授新課…………… 25 分鐘；
4. 鞏固新課提問…………… 7 分鐘；
5. 佈置家庭作業…………… 4 分鐘。

授課綱要：

——今天我們來上 當作為獨立 學科的幾何學的第一課。你們從前在上 算術課時 已經熟悉了一些幾何學的基本常識。我所帶來的幾何體有許多是你們所知道的。

教師給學生指看立方體、平行四邊形、圓柱體、球體，向學生介紹這些物體的名稱，並確定它們最簡單的特性。

——原來，你們已經知道很多幾何學上的東西，而你們所知道的這一切，正是生活上所非常需要的。遠在古代的時候，人們為了要區別他們周圍物體的形狀，測定物體間之距離，就需要幾何學了。在歷史課上你們讀到過許多古代的家，大概你們還記得古埃及罷？（被指名的學生在地圖上指出

古埃及和尼羅河。)古時候的埃及人主要是從事於農業，但是宜於播種的土地很少；因為尼羅河左右兩岸廣大的地區，過去和現在都是綿亙着一片廣闊的沒有人煙的沙漠，祇有尼羅河流域才適宜於耕種和收穫莊稼。尼羅河每年汛漲二次，大水淹沒了廣大的土地。就是這樣，在古埃及人的面前提出了極其重要的任務：恢復每次汛漲後各地區間被淹沒的界限。因此他們就必須進行測量的工作，在地區上作出線、角和各種幾何圖形；必須知道計算土地面積的規則。古代埃及人要建築各種的建築物，為此他們又必須獲得幾何學上的知識。這樣，生活上的需要就迫使古代埃及人去從事幾何學的研究，創造了幾何學並發展了幾何學。另一個古代的國家——古巴比倫——的歷史也說明了那裏爲了生活上的需要創造並發展了幾何學。古希臘人承襲了埃及人的幾何學知識並大大地豐富了它，將它整理成一個完整的體系。這就是幾何學產生的歷史。作爲一種科學的幾何學就此發生了。

“幾何學”一字的意義就是土地的測量。的確，在古埃及的幾何學的萌芽時期，幾何學也確是祇測量土地而已，但是，幾何學的現在的意義已經大大地擴充了，它已經成爲一種研究現實世界空間形狀的科學了。

而後教師作關於幾何體的概念的講解。爲此目的，必須指示學生何者是立方體、球、圓柱體的模型。在談話過程中