

航天器轨道确定

—模型与算法

王 威 于志坚 主编
郝晓宁 主审



国防工业出版社
National Defense Industry Press

航天器轨道确定

——模型与算法

王 威 于志坚 主 编
郝晓宁 主 审

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

航天器轨道确定:模型与算法 / 王威,于志坚主编.
—北京:国防工业出版社,2007.1
ISBN 7-118-04879-8

I.航... II.①王...②于... III.航天器轨道—
确定 IV.V412.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第144779号

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100044)

天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 9½ 字数 200千字

2007年1月第1版第1次印刷 印数1—2000册 定价20.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

航天器是指在太空飞行的人造卫星、飞船、深空探测器。航天器在空间的运动轨迹称为航天器轨道,可用 6 个称为“轨道根数”的参数描述。

简单地说,轨道确定就是确定最符合跟踪观测数据的轨道。跟踪观测数据是利用天基和地基的测量设备获得的多种类型观测数据,包括地面测量数据(例如,角度、距离、距离变化率),跟踪与数据中继卫星系统的数据(例如,卫星到卫星/地面站的测量数据和接收 GPS 信号获得的数据等)。一般说来,拥有的跟踪数据质量越好,计算的轨道就越可靠。

根据二体问题的理论可知,航天器的 6 个轨道根数可以用 6 个观测数据(如利用雷达获得的单站两次同时测距和测向,利用光学测量获得的三次方向测量等),通过几何法进行计算。这属于经典天体力学中的初轨计算问题,是在二体问题意义下的定轨问题,相关的理论也是深空探测器轨道设计、航天器交会或拦截轨道设计和弹道导弹大气层外弹道设计的基础。

观测数据不可避免的带有随机误差和系统误差,因而不可能确定一条能够精确地拟合所有观测值的轨道,所以需要利用大量的观测数据使用统计学原理对航天器轨道根数进行估计,这一过程称为航天器的精确定轨,也简称为轨道估计。从理论上讲,任何影响跟踪观测数据的参数都能被估计,除了航天器的轨道根数以外的其它参数(如地面站位置、跟踪数据的偏差、大气阻力系数、太阳光压系数和地球引力位系数)都可作为待估参数。航天器的广泛应用对轨道确定的要求越来越高,同时

测量技术和计算机技术得到了巨大发展。在上述前提下,加之相应力学模型的精化所带来的复杂性,采用解析法求解运动方程已无法满足要求,而数值方法便成为解决问题的主要工具,常采用 Cowell 类型积分器。几十年来人们对精密定轨所使用的估值方法进行了大量工作。目前,常用的估值方法有两类:一类是批处理(如具有先验信息的加权最小二乘法);另一类是序贯处理(如改进的 Kalman 滤波算法)。相对而言,批处理对错误数据的敏感程度低,而序贯法因为涉及到计算过程中的多次重新初始化问题,计算过程过于复杂,在事后精密定轨中通常采用批处理算法。

精密轨道确定是一个迭代过程,首先必须提供迭代的轨道初值。由于助推段入轨误差较大、轨道机动误差较大、航天任务发生异常,或者根本不知道被跟踪航天器的轨道(如在空间目标监视中,当观测目标为非合作的、无轨道先验信息),往往缺乏使迭代过程收敛的足够精确的先验轨道。为此,需要利用少量、离散的跟踪观测数据快速确定航天器轨道的近似值。

近几年来,出现了空间目标监视、航天器作战和深空探测研究的热潮,航天器初轨确定是研究工作中经常涉及的问题。另外,航天领域先进的卫星系统分析软件(STK, Satellite Tool Kit)得到广泛的应用。该软件的设计具有很强的交互性,并且包括了精密轨道确定系统(PODS, Precision Orbit Determination System)模块。该模块基于 Cowell 类型积分器和批处理模式并迭代进行航天器轨道事后的精定轨,不仅给从事航天器精密轨道确定的工程技术人员提供了一个功能强大的新工具,而且有助于辅助高等院校相关专业的研究生学习航天器精密轨道确定这一复杂的课程。近几年我们在航天器轨道设计和确定方面开展了较为广泛的工作,其中包括空间目标监视中的非合作空间目标定轨,弹道导弹、作战航天器和月球探测器的轨道设计,STK 的 PODS 资料的整理和模块的应用等。本书结合上述

的相关工作基础以及多年从事航天器轨道理论及其应用研究工作基础进行编写。编写本书的目的主要是从应用的角度出发,为从事航天器轨道设计和测控工作的工程技术人员提供实用参考书,本书也可作为相关领域研究生的教学参考书。对于轨道理论的系统论述可参阅其它有关书籍。

本书共有7章和附录,主要内容有4个方面:(1)与航天器轨道确定有关的时空系统;(2)地基与天基的测量模型及其数据预处理;(3)在二体意义下航天器初定轨的一整套几何解算模型及其相应的解算步骤;(4)在统计学意义下的航天器精定轨的一整套力学模型、测量模型偏导数、数值法定轨算法。其中,第1章描述了与航天器轨道确定有关的时空系统;第2、3章分别介绍了地基与天基的测量模型(特别是星星跟踪 SST)及其数据预处理;第4章为二体问题及其解;第5章介绍了在二体假设下航天器快速初定轨的一整套几何解算模型及其相应的解算步骤,重点介绍了适合于计算机解算的普适变量的应用;在第6、7章中,重点介绍了航天器精密轨道确定的方法,其中,第6章为力模型和变分方程;第7章给出了基于具有先验的加权最小二乘法的航天器精定轨的批处理模型及其分块求解、Givens 正交变换两种算法。同时,在第5章给出了初定轨的算例,在第6章给出了利用 STK 进行精定轨的典型算例。最后,在附录中讨论了用于事后精密定轨的行星历表和积分器的问题。

本书由王威、于志坚主编,郝晓宁参加了全书各章编写并负责主审。参加相关工作的还有以下同志:朱仓龙参加了第2章、第3章的编写,刘磊参加了第4章、第5章的编写,高玉东参加了第6章部分和第7章的编写,黄文德参加了第6章部分和附录的编写。书中难免有错,恳请读者指正。

作者

2006年11月

目 录

| | |
|----------------------------|----|
| 第 1 章 时间与坐标系统 | 1 |
| 1.1 地球的相关概念 | 1 |
| 1.1.1 大地水准面、地球椭球体 | 1 |
| 1.1.2 极移 | 4 |
| 1.2 天球的相关概念 | 6 |
| 1.2.1 天球 | 6 |
| 1.2.2 球面三角初步 | 6 |
| 1.2.3 天球上基本的点和圈 | 11 |
| 1.2.4 岁差、章动 | 14 |
| 1.3 时间系统 | 23 |
| 1.3.1 恒星时 | 23 |
| 1.3.2 真太阳时和平太阳时 | 24 |
| 1.3.3 世界时 | 26 |
| 1.3.4 历书时 | 27 |
| 1.3.5 原子时和协调世界时 | 28 |
| 1.3.6 力学时 | 33 |
| 1.3.7 贝塞尔年和儒略年 | 34 |
| 1.3.8 岁差、章动对恒星时的影响 | 37 |
| 1.4 坐标系统 | 40 |
| 1.4.1 协议天球坐标系 | 41 |
| 1.4.2 协议地球坐标系 | 44 |
| 1.4.3 大地坐标 | 46 |

| | | |
|------------|------------------|------------|
| 1.4.4 | 站心坐标 | 50 |
| 1.4.5 | 偏导数 | 51 |
| 第2章 | 测量模型和相关导数 | 57 |
| 2.1 | 地基观测值的几何关系及导数 | 60 |
| 2.1.1 | 距离及其变率 | 60 |
| 2.1.2 | 角度及其变率 | 62 |
| 2.2 | 高度计测量模型 | 66 |
| 2.3 | SST测量的数学模型 | 68 |
| 2.3.1 | SST测量概述 | 68 |
| 2.3.2 | SST距离测量和偏导 | 70 |
| 2.3.3 | SST距离变率测量 | 73 |
| 2.4 | 平均距离变率类型测量值 | 80 |
| 2.5 | GPS类型测量值 | 82 |
| 第3章 | 数据预处理 | 87 |
| 3.1 | 时间预处理 | 87 |
| 3.2 | 转发器延迟和门误差 | 88 |
| 3.3 | 光行差 | 88 |
| 3.4 | 折射修正 | 89 |
| 3.5 | 子午仪多普勒观测值 | 94 |
| 3.6 | 时间测量的广义相对论效应修正 | 94 |
| 3.7 | GPS周跳消除 | 96 |
| 3.7.1 | 宽巷/窄巷整周跳变消除 | 98 |
| 3.7.2 | 连续差分周跳消除法 | 103 |
| 3.8 | 跟踪点的偏心修正 | 104 |
| 3.9 | GPS相位中心的偏置和修正 | 107 |
| 3.10 | 潮汐对测站坐标的影响 | 108 |
| 第4章 | 二体问题 | 116 |
| 4.1 | 二体问题运动方程及其解 | 116 |

| | | |
|--------------|---------------------------|------------|
| 4.1.1 | 运动方程及其初积分 | 116 |
| 4.1.2 | 轨道根数及其偏导数 | 133 |
| 4.2 | 轨道根数与位置矢量、速度矢量之间的关系 | 137 |
| 4.2.1 | 由位置矢量和速度矢量计算轨道根数 | 137 |
| 4.2.2 | 由轨道根数计算位置矢量和速度矢量 | 137 |
| 4.3 | 两个时刻的位置矢量和速度矢量的关系 | 140 |
| 4.3.1 | F 和 G 的表达式 | 140 |
| 4.3.2 | 飞行时间的普适公式 | 143 |
| 4.3.3 | F 和 G 的级数 | 152 |
| 第 5 章 | 轨道的初步确定 | 155 |
| 5.1 | 用两个位置矢量和飞行时间确定轨道 | 155 |
| 5.2 | 原始的高斯法 | 171 |
| 5.3 | 由观测方向确定轨道 | 177 |
| 5.3.1 | 高斯方法 | 177 |
| 5.3.2 | 双 r 迭代法 | 181 |
| 第 6 章 | 力模型和变分方程 | 190 |
| 6.1 | 运动方程 | 190 |
| 6.2 | 变分方程 | 191 |
| 6.3 | 地球引力位 | 193 |
| 6.3.1 | 球谐展开级数 | 193 |
| 6.3.2 | 地球引力加速度 | 195 |
| 6.4 | 第三体引力摄动 | 200 |
| 6.5 | 太阳辐射压 | 200 |
| 6.6 | 大气阻力和大气模型 | 202 |
| 6.6.1 | 大气阻力 | 202 |
| 6.6.2 | 大气密度模型 | 203 |
| 6.7 | 潮汐位函数 | 220 |
| 6.7.1 | 洛夫模型 | 220 |

| | |
|----------------------------------|------------|
| 6.7.2 扩展模型 | 220 |
| 6.8 一般加速度 | 222 |
| 第7章 轨道估计 | 225 |
| 7.1 具有先验信息的加权最小二乘法 | 225 |
| 7.2 轨道估计的一般步骤 | 229 |
| 7.3 分块求解算法 | 232 |
| 7.4 G-G 正交变换算法 | 238 |
| 7.5 轨道估计算例 | 244 |
| 7.5.1 利用地基测量进行定轨的实例 | 244 |
| 7.5.2 利用 SST 测量进行定轨的实例 | 254 |
| 附录 A JPL 的行星/月球历表 | 269 |
| 附录 B 运动方程和变分方程的数值积分 | 272 |
| 参考文献 | 290 |

第 1 章 时间与坐标系统

航天器轨道确定的过程要涉及到不同的时间系统和坐标系统中获得的观测值和各种模型化的力。本章将先分别介绍与地球和天球有关的基本概念，然后给出时间和坐标系统的定义，并说明它们之间的相互转换关系。

1.1 地球的相关概念

1.1.1 大地水准面、地球椭球体

1. 大地水准面

铅垂线方向是地面上某点的重力方向，而重力是地球引力和离心力的合力。严格地说，铅垂线是一条具有曲率和挠率的空间曲线。

水处于静止时的表面称为水准面，水准面则是处处与铅垂线正交的曲面。同一水准面上各点的重力位相等，故水准面又称为重力等位面。

铅垂线和水准面是客观存在的，是可以标定的线和面。例如，光学测量仪器和无线电测量设备的旋转轴与铅垂线一致，方位码盘要水平（与水准面一致）。其所测定的

方位角是在水准面上度量的，俯仰角则为瞄准方向与水准面的夹角。又如卫星发射，要以铅垂线为基准标定火箭的中轴线，以水准面为基准标定发射方向。

显然，不同的重力位将对应不同的水准面。众所周知，海洋占地球表面积的 71%，故设想当海洋处于静止平衡状态时（即没有海浪、潮汐、水流和大气压变化等引起的扰动），用它延伸到大陆内部的水准面来表示地球的形状是最为理想的，这个面称为大地水准面。这是一个没有皱纹和棱角的、连续的封闭曲面。大地水准面是水准面之一。由于地面起伏不平和地球内部物质分布不均匀，使大地水准面的形状（几何性质）和重力场（物理性质）都是不规则的，所以大地水准面不能用一个简单的几何形状和数学公式表达。由大地水准面所包围的形体称为“大地体”。

2. 地球椭球体

为了建立统一的地球坐标系，自然要寻求一个形状和大小与大地体非常接近的数学体代替大地体，以其表面作为建立地球坐标系的基础。

虽然，大地体表面存在着不规则的起伏，但这种起伏从全局来看并不很大。所以，若从整体上看，大地体相当接近于一个规则的形体，即绕短轴旋转的旋转椭球体，短轴与地球的自转轴平行。

旋转椭球体是一个规则的数学体，描述旋转椭球的参数有椭球的长半轴 a 和短半轴 b 、椭圆的扁率 f 和偏心率 e ，它们之间的关系为

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (1.1.1)$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (1.1.2)$$

$$e^2 = 1 - (1 - f)^2 \quad (1.1.3)$$

用两个参数（至少一个为长度单位）即可确定旋转椭球，通常取为长半轴 a 和扁率 f 。一百多年来，世界上各个国家均选择某一个旋转椭球代表地球，故称其为地球椭球。

包含某点和地球椭球旋转轴的平面称为该点的大地子午面，格林尼治的大地子午面为起始大地子午面。

为了从几何和物理两个方面研究地球，还需要有物理参数。为此，自 1967 年开始，国际上明确规定采用 4 个参数表示地球椭球，即椭球长半轴 a ，万有引力常数与地球质量的乘积 GM ，地球引力场二阶带谐系数 J_2 和地球自转角速度 ω_E 。扁率 f 可由前 3 个参数导出。1976 年国际大地测量与地球物理联合会（IUGG, International Union Geodesy and Geophysics）推荐的参数如下：

| | |
|-------------|--|
| 地球赤道半径 | $a = 6378140.0\text{m}$ |
| 地球引力常数 | $GM = 3.986005 \times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$ |
| 地球引力场二阶带谐系数 | $J_2 = 0.001082636$ |
| 地球自转角速度 | $\omega_E = 7.292115 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ |
| 导出的地球扁率 | $f = \frac{1}{298.257}$ |

在经典大地测量中，各个国家分别选用某一地球椭球，通过定位、定向建立参考椭球。这样建立的参考椭球，在一般情况下仅与各国的（即局部的）大地水准面最为吻合，而椭球中心一般不会与地球质心重合，故称为参心椭球（“参心”二字意指参考椭球的中心）。

随着大地测量的发展，特别是空间技术的应用，根据收集的全球资料，可以确定在全球范围内与大地球体最为吻合的参考椭球，称为总地球椭球。

在人造地球卫星发射成功后，因其轨道平面是通过地心的，所以可以确定地球的质心。

1.1.2 极移

当地球自转轴相对地球内部的位置固定不变时，可唯一的定义地球坐标系。但是，由于地球不是刚体以及其它一些地球物理因素的影响，地球自转轴相对于地球内部的位置并不是固定不变的。

地球极点是地球自转轴与地球表面的交点。由于地球自转轴在地球体内的运动，地球极点在地球表面的位置随时间而变化，这种现象简称极移。随时间变化的地球自转轴称为瞬时轴，相应的极点称为瞬时极。

大量的资料分析表明，地极运动主要包含两种周期性的变化：一种变化周期约为 1 年，振幅不到 $0.1''$ ；另一种变化周期约为 432 天，振幅约为 $0.2''$ 。另外，还有一些不规则的变化。

由于瞬时极在地面上移动的范围较小，故可以取一个通过地极轨线的中心与地球表面相切的平面替代这一范围内地球球面。在此平面上取一个平面直角坐标系描述地极的运动。在图 1.1 中， P_0 表示地极在某一时期内的平均位置，亦即地极运动轨迹的中心，这一点简称为平极。以平极 P_0 作为坐标系的原点，由平极指向格林尼治子午线方向为 x 轴的正向，格林尼治以西的子午线方向为 y 轴的正向。 P 表示瞬时极。由图 1.1 可以看出，瞬时极 P 的位置可以

用其相对于平极 P_0 的直角坐标 (x_p, y_p) 表示。

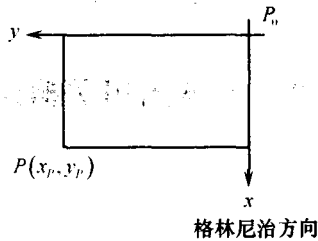


图 1.1 极移

由于极移的两种主要周期分别为 12 个月和 14 个月。1960 年 IUGG 决定以历元 1903.0 的平均极(1900 年至 1905 年地球自转轴瞬时位置的平均位置)作为地球的平极位置,称为国际习用原点 (CIO, Conventional International Origin), 或称为协议地极 (CTP, Conventional Terrestrial Pole)。与 CIO 相对应的地球赤道面称为协议赤道面。1968 年, 国际时间局 (BIH, Bureau International de l'Heure) 决定用通过 CIO 和格林尼治天文台的子午线作为起始子午线, 其经度零点由国际上 48 个天文台来标定。

1988 年 1 月开始由国际地球自转服务 (IERS, International Earth Rotation Service) 取代 BIH 公告 D, 发布每隔 5 天一组的 x 、 y 值(单位是弧秒)。IERS 公报 B 所提供的 x 、 y 值是天球历书极 (CEP, Celestial Ephemeris Pole) 相对于 IERS 参考极 (IRP, IERS Reference Pole) 的坐标, CEP 与瞬时极的差别为 CEP 不包括地球的准周日变化项, 其振幅小于 $0.01''$ 。

轨道计算中所需地极的位置就是由 IERS 公报 B 给出的极移值内插得到。当前时间跨度为 1957 年 9 月 18 日到当前最近几个月以内。在相关轨道计算中, 当有新的可用

信息时，数据表就被扩展。若所需时间不在数据表的时间跨度内，则用与之最接近的时间点。

1.2 天球的相关概念

1.2.1 天球

在万里无云的晴朗日子里，当人们举目了望无际的天空时，总觉得苍茫天穹是一个坚实无比的半球，日、月、星辰都位于这个巨大圆球的内壁上。而且，不管人们走到哪里，总觉得自己始终处于这个半球的中心。

这个看上去笼罩着地球且以观测者为中心的圆球便称为天球，天球的半径为任意长度。天球的球心也可取为地心或日心，本书中天球的概念一般指地心天球。

天文学中，常常借助天球这个工具，把天体投影到天球的球面上，并利用球面坐标来表示和研究天体的位置。确立了天球概念以后，便能把天体看作是分布在天球表面上的点。

1.2.2 球面三角初步

1. 球面三角形

把球面上3个点（例如 A 、 B 、 C ）用3个大圆弧连接起来，所围成的图形叫球面三角形，这3个点叫做球面三角形的顶点。

如图 1.2 中，3个大圆弧 \widehat{AB} 、 \widehat{BC} 和 \widehat{AC} 叫做球面三角形 ABC 的边，分别以小写字母 c 、 a 、 b 表示，3个大圆弧所构成的球面角，叫做球面三角形的角，分别以 A 、 B 、 C

表示，并且规定： A 角和 a 边相对， B 角和 b 边相对， C 角和 c 边相对。3个边和3个角合称球面三角形的6个元素。

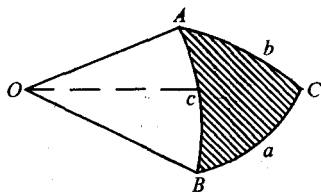


图 1.2 球面三角形

2. 球面坐标和直角坐标

在记录天体位置的坐标系中，一点的位置和它的坐标之间必须具有唯一的可逆关系，即一点只能用一组坐标值来唯一表征，而一组坐标值也只定义一点的位置。球面坐标系和直角坐标系都具备这一特性。

取单位球作为天球，如图 1.3 所示。以天球上一个大圆 $BCDE$ 作为球面坐标系的基圈，基圈所在的平面称为基本平面。基圈有两个极 A 和 A' ，按一定的原则选取其中一个作为球面坐标系的极，过极 A 的半个大圆 ACA' 作为球面坐标系的主圈，主圈与基圈的交点 C 称为球面坐标系的主点。通过极 A 和天体 σ 的半个大圆称为副圈，副圈与基圈交于 D 。由基圈和主点可建立球面坐标系。则天体 σ 在天球上的位置可由两段大圆弧 $\widehat{D\sigma}$ 和 \widehat{CD} 确定， $\widehat{D\sigma}$ 称为纬角，记为 ν ； \widehat{CD} 称为经角（等于球面角 $CA\sigma$ ），记为 μ 。纬角 ν 有时也可用它的余角——大圆弧 $\widehat{A\sigma}$ 代替， $\widehat{A\sigma}$ 称为极距，记为 η ，则有 $\eta = 90^\circ - \nu$ 。纬角 ν 或极距 η 称为球面坐标系的第一坐标，而经角 μ 称为第二坐标。这样的球面坐标系是一种正交坐标系，对于不同的基圈和主点，以及第