

成人考试复习

标准化题型分析

数学



北京市东城区成人教育研究室 编

原子能出版社

29.2357
BJD
C-3

有2本.

成人考试复习
标准化题型分析
数 学

北京市东城区成人教育研究室 编

原子能出版社

内 容 简 介

本书专门介绍成人考试中常用的标准化试题的题型。标准化试题有益于考查应试者的知识和能力水平，故逐步在我国各种考试中被采用。

本书依据教学要求和考试大纲，将全部重点知识编入各种题型。阅读此书，可以知道什么是标准化题型，怎样解标准化题型。

本书知识内容包括代数、三角、立体几何、解析几何的重点内容，每部分知识后面附有标准化试题的参考练习和答案，有利于读者复习阅读。

本书供参加考试的各类成人阅读参考。

成人考试复习 标准化题型分析 数 学

北京市东城区成人教育研究室 编

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

北京昌平兴华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本787×1092 1/32 ·印张6.625·字数 144千字

1987年11月北京第一版·1987年11月北京第一次印刷

印数1—45,000

统一书号：7175·894 定价：1.45元

ISBN 7-5022-0040-1/G · 1

前 言

成人学习是很艰苦的。在职学习的最大困难是工学矛盾。学习中往往出现“只听课不练习”“想练习又无可遵循”的现象。特别是成人高中学习矛盾更为突出。一是教材不统一，沿用普通高中的教学内容，不能满足成人学习的要求；二是教学方法较为陈旧，沿用普通教育的模式，不适应成人学习的心理特点；三是考试无规范，沿用传统的封闭式考试方法，不能满足成人学习的求知欲望；四是练习没要求，没有与成人学习配套的练习用书，给成人学员课余复习和练习带来很多困难。

为了解决成人学习复习和练习中的困难，为有志者创造更好的自学条件，我们组织热爱成人教育工作，具有丰富的教学经验，并了解成人学习心理及学习特点的几位教师，在综合各种教材优点，广泛征求成人学员意见，通过教学实践，去粗取精，编写了《成人考试复习标准化题型分析》这套丛书。本丛书包括政治、语文、数学、物理、化学、地理、历史，共七册，供学员在巩固和深化所学知识时使用。

标准化题型练习是教学质量评价的有效手段，它具有可靠性、有效性、实用性三个特征。通过标准化练习，可以培养学员逻辑思维能力，启发学员独立思考和综合判断能力，养成归纳、总结、系统学习文化知识的良好习惯。

本丛书的每册第一部分是题型综述，它概括地收集和整理了国内外常用的系统考查知识的题型，读者可以从中了解

到各种题型考查知识的方法；第二部分是习题选解，通过选题分析，题型练习和解题指导，使读者由浅入深，由易到难系统地掌握知识，不断提高分析问题和解决问题的能力，逐步掌握科学的解题方法。相信本书定会成为读者成才之路上的良师益友。

本丛书在于大利与崔孟明同志指导下，由井源、李勃梁同志主编，本册由李勃梁、张燕农、张卡宁、玉良、杨旭同志执笔。

任何事物都不会完美无缺，只有在实践中完善。本丛书如有错误，欢迎广大读者批评指正。

编 者

一九八七年六月

目 录

题 型 综 述

[一解选择题]	1
[多解选择题]	8
[配伍选择题]	10
[比较选择题]	11
[组合选择题]	13
[因果选择题]	15
[填空选择题]	16
[是非题]	17
[填空题]	18

习 题 选 解

代 数

[选题分析]	20
[题型练习]	51
[练习答案]	65

三 角

[选题分析]	75
[题型练习]	90
[练习答案]	104

立体几何

[选题分析]	125
--------	-----

【题型练习】	149
--------------	-----

【练习答案】	161
--------------	-----

解析几何

【选题分析】	165
--------------	-----

【题型练习】	181
--------------	-----

【练习答案】	190
--------------	-----

题 型 综 述

【一解选择题】

这种题型的基本结构是在每个问题的下面给出几个不同的答案（称为选项或选择支），其中有且仅有一个答案是正确的。要求应试者判断，选择出其中唯一正确的那个选择支。“一解选择题”有时也称为“单项选择题”或“最佳选择题”。

解答这种选择题常用的基本方法有：直接法、筛选法、代入法、图象法和逆推法等。

一、直接法

直接从题设的条件出发，经过正确的运算和推理得出正确的结论，从而判断出正确的选择支，这种方法称为直接法。

例1. 若 $\lg x^2 = \lg(\sqrt{2}-1) - \lg(\sqrt{2}+1)$ ，则 $x + \frac{1}{x}$ 的值是（ ）。

(A) $2\sqrt{2}$; (B) $2 - \sqrt{2}$; (C) $\pm 2\sqrt{2}$; (D) $\pm(2 - \sqrt{2})$ 。

解：采用直接法，从条件出发直接推出结论。

由 $\lg x^2 = \lg(\sqrt{2}-1) - \lg(\sqrt{2}+1)$

$$\Rightarrow \lg x^2 = \lg \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \lg (\sqrt{2}-1)^2$$

$$\Rightarrow x = \pm (\sqrt{2}-1)$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}-1 + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{或 } x + \frac{1}{x} &= -(\sqrt{2}-1) + \frac{1}{-(\sqrt{2}-1)} \\ &= -2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\therefore$ 应选择(C).

例2. 若 $|x| \leq 1$, 则动点 $P(x, \sqrt{1-x^2})$ 的轨迹是 ().

(A)直线; (B)圆; (C)椭圆; (D)半圆弧.

解: 用直接法来解, 由题设 $y = \sqrt{1-x^2}$,

即 $x^2 + y^2 = 1$ ($y > 0$)

$\therefore$ 该动点轨迹为半圆弧

$\therefore$ 应选择(D).

二、筛选法

利用“一解选择题”这种题型结构上的特点, 几个备选答案中“有且仅有一个答案是正确的”, 可先一一排除错误的答案或结论, 那么余下的一个必定是正确的. 这种判断的方法称为筛选法, 也称为排它法或归谬法.

例3. 已知 $z \in C$ (复数集合), 下列哪个判断是正确的 ().

(A) $|z|^2 = 1 \iff z^2 = 1$;

(B) $|z^2| = 1 \iff z^2 = 1$;

$$(C) z = \frac{1}{z} \iff |z| = 1;$$

$$(D) |z| \leq 1 \iff -1 \leq z \leq 1.$$

解：利用筛选法来解，考虑 $z=i$ 时，有 $|z|^2=|z^2|=1$ ，但 $z^2=-1$ ，即由 $|z|^2=1$ 和 $|z^2|=1$ 均不能推出 $z^2=1$ ，故应排除(A)、(B)。

又复数不能进行大小的比较，故(D)也排除。

$\therefore$ 应选择(C)。

例4. 已知函数 $y=ax+b$ 和 $y=ax^2+bx+c$ ，那么它们的图象是()。

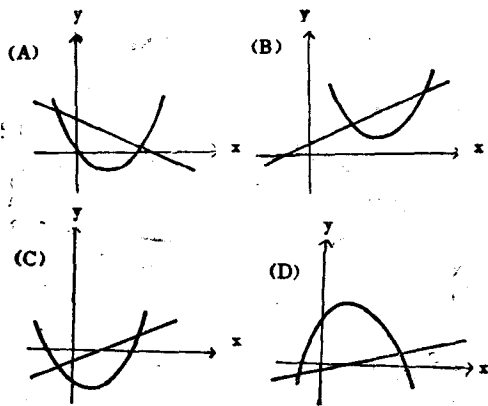


图 1

解：在(A)中，直线斜率 $a < 0$ ，而抛物线开口向上，即 $a > 0$ ，故应排除(A)；

在(D)中，直线斜率 $a > 0$ ，而抛物线开口向下，即 $a < 0$ ，故应排除(D)；

在(B)中，直线斜率 $a > 0$ ，且直线的截距 $b > 0$ ，所以

$-\frac{b}{2a} < 0$, 而抛物线顶点横坐标 $x = -\frac{b}{2a} > 0$. 由此,

也应排除(B).

$\therefore$ 应选择(C).

三、代入法

对于有些题, 可以将供选择的答案代入所给的条件中去验证, 从而找出正确的答案; 或取适合题设条件的某些特殊值代入, 进行验算, 得出正确判断. 这种方法称为代入法, 也可将其细分为验证法或特殊值法, 但无论怎么分, 其实质都是采用代入的方法来进行判断.

例5. 设 $a, b, a+b$ 是下列函数定义域中的任意实数, 则满足条件 $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$ 的函数是 ().

(A) $f(x) = \log_2 x$; (B) $f(x) = 3^x$;

(C) $f(x) = 3x$; (D) $f(x) = x^2$.

解: 此题可用代入法来验证哪个结论正确.

对于(A), $\log_2(a+b) \neq \log_2 a \cdot \log_2 b$, 故应排除.

对于(B), $3^{a+b} = 3^a \cdot 3^b$, 即满足条件

$$f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$$

又4个备选答案中只有一个是正确的, 所以应选择(B). 此时不必再去验证(C)和(D).

例6. 对任何 $180^\circ < \alpha < 360^\circ$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ 的值等于 ().

(A) $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$; (B) $\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$;

(C) $-\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$; (D) $-\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$.

解：这时可取一个满足条件的角度代入备选答案中，进行验算，从中找出正确的答案。

$$\text{取 } \alpha = 240^\circ, \text{ 则 } \frac{\alpha}{2} = 120^\circ, \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} < 0,$$

而(A)、(B)的值均大于或等于零，故可排除。

将 $\alpha = 240^\circ$ 代入(C)，

$$-\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = -\sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2}}{2}} = -\frac{1}{2} = \cos 120^\circ,$$

即(C)是正确的，且只有一个正确答案，故应选择(C)。

四、图象法

根据题目所给的条件先作出图象，再由有关的定理、性质经过分析，找出正确的答案。这种借助图象帮助判断的方法称为图象法。

例7. 曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ 与 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 恰好有不同的三个解，那么 a 的值为()。

- (A) $a \neq 0$; (B) $a = 0$,
(C) a 为任何值; (D) $a = 1$.

解：此时可利用图象帮助分析。

若 $a \neq 0$ ，则 $x^2 - y^2 = a^2$ 表示以 x 轴为实轴的双曲线，如图2所示，显然，此时双曲线与圆最多有两个交点，故应排除(A)、(C)、(D)，所以应选择(B)。

实际上，当 $a = 0$ 时，方程 $x^2 - y^2 = a^2$ 变为 $y = \pm x$ ，即两条过原点的相交直线，如图3所示，它与圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 有三个不同的交点： $(0, 0)$ ， $(1, 1)$ ， $(1, -1)$ ，所以选择(B)是对的。

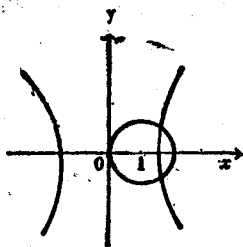


图 2

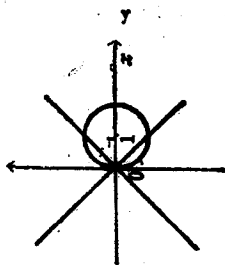


图 3

例8. 直线与平面平行的充要条件是这条直线与这个平面的 ().

- (A) 一条直线不相交;
- (B) 两条直线不相交;
- (C) 无数条直线不相交;
- (D) 任意一条直线不相交.

解: 这时可借助直观的图象进行筛选. 先作出一条直线与某平面的一条直线不相交 (图 4)、二条直线不相交 (图 5)、无数条直线不相交 (图 6) 的直观图, 即可作出判断.

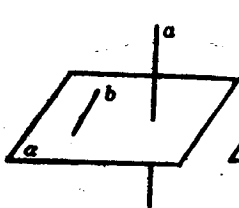


图 4

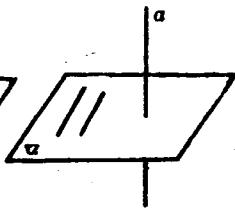


图 5

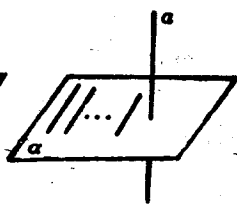


图 6

由图中可以看到, 虽然直线 a 与平面 α 上的这些直线不相交, 但它并不平行于该平面. 所以应排除 (A)、(B)、(C),

故应选择(D).

五、逆推法

有时,从所给的条件入手去推导结论很困难,这时可以考虑从所给的结论入手进行逆推,即设结论成立,看是否能满足条件,以作出判断.这种方法称为逆推法,但它只适用于条件和结论互为充要条件的特殊命题.

例9. 已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{60}{169}$, 且 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin \alpha$ 的值是 ().

(A) $\frac{12}{13}$; (B) $\frac{5}{13}$; (C) $\frac{7}{13}$; (D) $\frac{17}{13}$.

解: 可用逆推法, 即设 $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, 又 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$,

$$\therefore \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{5}{13}$$

将其代入 $\sin \alpha \cos \alpha$, 得

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} = \frac{60}{169}.$$

故应选择(A).

以上仅列举了几种常用的方法,不少选择题既可用直接法解,也可用筛选法、代入法解,还可综合运用几种方法来解.根据这种选择题的结构特点,在解答时还应该充分利用供选择答案的暗示作用,注意排除各种答案可能造成的干扰,遵循先易后难,先简后繁的原则,灵活运用各种方法,作出迅速的判断,提高解题速度.

以上介绍的几种解题方法,也是后面其它类型的选择题的基本思考方法,故应熟练掌握.

【多解选择题】

这种选择题的基本结构与“一解选择题”的结构大致相同，也是在每个问题的下面给出几个不同的答案（即选项），不同的是在这些选项中，其中正确的答案可能不止一项，要求应试者选择出所有正确的选项。

解答“多解选择题”的基本方法与解“一解选择题”相类似。但由于它具有“多解”这一特点，使题目解答的难度相对增大。如用“直接法”或“代入法”选择出了一个正确答案后还不算完，还要再经分析、判断、考虑是否还有其它正确的选项，直至将全部正确的选项选出为止。这时，一般可采用正、反两面相结合的方法，一方面从正面直接推导、验算出正确的答案，一方面可从反面去排除错误的答案，即“选佳”与“筛选”相结合。

例10. 下列函数中是偶函数的有()。

(A) $y = ax^2 + b$ ($a, b \in R$) ;

(B) $y = \sin x \cdot \cos x - 1$;

(C) $y = (\cos x \cdot \operatorname{tg} x)^4 + 20 \cos x + 5$;

(D) $y = -\frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$;

(E) $y = \frac{x}{a^x - 1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

解：此题可根据偶函数的定义，逐个进行判断，从而找出全部符合题意的答案。

对于(A)，若 $a \neq 0$ ，则 $f(-x) = a(-x)^2 + b = ax^2 + b = f(x)$ ；若 $a = 0$ ，则 $f(-x) = b = f(x)$ ， $\therefore$ 该函数是偶函数。

对于(B), $f(-x) = \sin(-x)\cos(-x) - 1$

$$= -\sin x \cdot \cos x - 1 \neq f(x);$$

对于(C), $f(-x) = [\cos(-x)\operatorname{tg}(-x)]^4 + 20\cos(-x)$

$$+ 5$$

$$= (\cos x \operatorname{tg} x + 20\cos x)^4 + 5 = f(x);$$

对于(D), $f(-x) = \frac{1}{2}(e^{-x} + e^x) = f(x);$

对于(E), $f(-x) = \frac{-x}{a^{-x} - 1} = \frac{xa^x}{a^x - 1} \neq f(x).$

综上所述, 应选择(A)、(C)、(D).

例11. 不等式 $\sqrt{1-x^2} < x+1$ 的解集是 ().

(A) $\{x | 0 < x \leq 1\};$

(B) $\{x | -1 \leq x \leq 1\};$

(C) $\{x | x < -1\} \cup \{x | x > 0\};$

(D) $\{x | x > 0\} \cap \{x | -1 \leq x \leq 1\}.$

解: 此题可以先按题目的条件进行筛选, 再分析出其它正确的结论.

由题目条件应有 $1-x^2 \geq 0$, 即 $-1 \leq x \leq 1$, 据此(C)可排除.

在剩余的三个选项中观察, (A)与(D)实质上是相同的集合, 它们不包含0, 这时可采用特殊值法, 取 $x=0$ 代入不等式, 得 $1 < 1$, 矛盾, 故(B)可排除, 那么最后正确的答案应是(A)、(D).

$\therefore$ 应选择(A)、(D).

此题也可用直接法来解, 即直接去解不等式, 从中找出正确答案.

对于“多解选择题”，如果要求备选答案中至少有两个以上的正确答案，那么采用筛选法解题时，在排除了其它错误答案后，剩余的两个则必定是正确的。

【配伍选择题】

这种题型的基本结构是几个问题共用一组备选答案，每个问题只允许选择备选答案中的一个最符合题意的答案，而每项备选答案则可被不同的问题重复选用多次，也可一次都不被选用。

此题型对每一个问题来说实际上就是“一解选择题”，只不过这些问题都共用这一组答案罢了。因此，这种题型的解题方法与“一解选择题”的解题方法一样，可用“直接法”、“筛选法”、“代入法”等。

例12. 给出以下备选答案：

- (A) 直线； (B) 椭圆； (C) 双曲线；
(D) 抛物线； (E) 以上四个都不是。

试问下面各方程所确定的图形属于上述哪一种？

(1) $xy=0$; ()

(2) $x^2+y^2=0$; ()

(3) $y^2-x^2=0$; ()

(4) $y^2-4y-3x+1=0$; ()

(5) $x^2\cos\theta+y^2\sin\theta=1$, (θ 为钝角) ; ()

(6) $\rho=\frac{16}{5-3\cos\theta}$; ()

解：(1) 由 $xy=0\Rightarrow x=0$ 或 $y=0$ ，即为两个坐标轴，故应选择(A)。

(2) 由 $x^2+y^2=0\Rightarrow x=y=0$ ，即坐标原点，故应选择