



大学本科应用型“十一五”规划教材  
教育部课程教材研究所推荐使用

# 线性代数

(理工)

XIANXING DAISHU

李承环 主编



人民教育出版社



清华大学出版社“十二五”规划教材  
教育部普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 线性代数

（第11版）

清华大学出版社

（北京）

清华大学出版社

大学本科应用型“十一五”规划教材  
教育部课程教材研究所推荐使用

# 线性代数

(理工)

XIANXING DAISHU

李承环 主编

李龙才 主审



人民教育出版社

· 北京 ·

**图书在版编目 (CIP) 数据**

线性代数 (理工) / 李承环主编. —北京:

人民教育出版社, 2006

大学本科应用型“十一五”规划教材

ISBN 7-107-19912-9

I. 线...

II. 李...

III. 线性代数—高等学校—教材

IV. 0151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 108325 号

人民教育出版社出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京人卫印刷厂印装 全国新华书店经销

2006 年 9 月第 1 版 2006 年 9 月第 1 次印刷

开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张: 13.75

字数: 210 千字 印数: 0 001~3 000 册

定价: 16.10 元

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

# 大学本科应用型“十一五”规划教材

(已出书目)

会计学基础

国际贸易

高等数学(理工)

线性代数(理工)

线性代数(经管)

管理学

会计学基础实验教程

国际贸易实务

概率论与数理统计(理工)

概率论与数理统计(经管)

微积分(经管)

应用文写作教程

# 大学本科应用型“十一五”规划教材

教育部课程教材研究所推荐使用

人民教育出版社出版发行



## 大学本科应用型“十一五”规划教材编写委员会

顾 问 (按姓氏拼音排序)

李进才 李志军 刘凤泰 田敬诚 曾繁仁 张晋峰 周建设

主任委员 王德胜

委 员 (按姓氏拼音排序)

曹廷华 常守金 陈友飞 程舒伟 董希文 杜晓十 方 炎  
顾学宏 何全旭 李崇祥 李洪岩 李 华 刘大为 刘立德  
吕爱芝 金秋萍 任建波 邵丹妮 徐 霆 杨 霞 杨 毅  
叶国灿 雍进辉 曾庆良 张春先 赵荣宪

秘 书 长 雍进辉

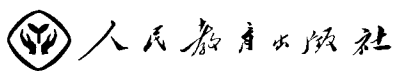
副秘书长 陈 涓

## 本书编写人员

主 编 李承环

撰 稿 (按姓氏拼音排序)

李承环 李国刚 马醒花 杨存桀 张明亮



## 大学本科应用型“十一五”规划教材

出 版 人 韩绍祥  
总 编 辑 魏国栋  
总编辑助理 魏运华

策 划 吕 达  
刘立德  
丛 书 责 编 刘立德  
陈 涓  
本 书 责 编 冯卫斌  
本 书 主 审 李龙才



# 大学本科应用型“十一五”规划教材

## 出版说明

进入新世纪以来,为了更好地培养从事社会主义现代化建设的高层次应用型人才,充分适应广大人民群众对高等教育需求不断增长的新形势,全国各地许多普通高等学校不仅创设了一大批新兴的应用型专业,同时还与社会力量合作,相继创办了以培养大学本科层次应用型人才为主要目标的独立学院.这是我国深化高等教育改革、推进高等教育大众化和保证高等教育持续、健康、均衡发展的一个重大举措.

作为“教育部高等学校教学质量与教学改革工程”的重要组成部分,建立适合普通高等学校自身办学性质、专业设置及人才培养目标的应用型专业课程教材体系,成为当前高等教育改革和发展的一项重要任务.为了加强对高等学校本科应用型教材编写工作的组织和管理,教育部课程教材研究所联合相关高等院校的领导、专家学者和教师组成了“大学本科应用型‘十一五’规划教材编写委员会”.人民教育出版社党委书记、副社长、教育部直属高校司原司长李志军,教育部高等教育评估中心主任、高等教育司原副司长刘凤泰,中国高等教育学会副会长兼秘书长、原国家教委思想政治工作司副司长张晋峰,国务院学位委员会中文学科组召集人、山东大学原校长曾繁仁,教育部高校教学评估专家委员会副主任、江汉大学校长李进才,首都师范大学副校长周建设,教育部社会科学司出版管理处调研员田敬诚担任编写委员会顾问.中华美学学会副会长、首都师范大学美学研究所所长暨科德学院常务副院长王德胜担任编写委员会主任委员.编写委员会还聘请了具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人分别担任各科教材的主编,并聘请知名专家审核编写大纲和书稿.

本套教材的编写以“教育要面向现代化,面向世界,面向未来”为指针,以党和国家的教育方针以及高等学校应用型人才培养目标为依据,以思想性、科学性、时代性为原则,以应用性、复合性、拓展性为特色,致力于培养高层次应用型人才的创新精神和实践能力,全面体现“大学本科层次”和“应用、实用、适用”的教学要求,力求建立合理的教材结构,以适应我国高等教育从规模数量型向质量效益型转变的形势和社会主义市场经济对应用型人才培养的迫切要求.另外,教材正文版面设计上留有旁白,以提示要目,强化重点,画龙点睛;学生也可笔记上课内容,钩玄提要,以利复习和举一反三.

作为从我国高等教育实际情况出发而编写出版的全国性通用教材,本套教材主要供培养本科层次人才的普通高等学校应用型专业和独立学院各专业教学使用,还可供普通高等

学校其他相关专业的师生和社会人员进修或自学使用。

本套教材由人民教育出版社于“十一五”第一年开始陆续推出。

本套教材的编写出版,得到了教育部高等教育司、教育部直属高校司、教育部社会科学司、教育部高校教学评估专家委员会、教育部高等教育评估中心、教育部课程教材研究所、中国高等教育学会以及相关高等院校有关领导和同志们的大力支持,谨在此一并致谢。

编写出版大学本科应用型专业教材,是我们贯彻国家教育部高等教育课程教材改革精神、全面落实教育部新一轮《教育振兴行动计划》的初步尝试。本套教材的编写出版如有不当之处,敬请广大师生不吝指正,以使本套教材日臻完善。

人民教育出版社

2006年7月

## 本书编者前言

本书是大学本科应用型教材,根据原国家教委 1995 年批准的《高等工业学校线性代数课程教学基本要求》及高等院校教材建设与改革研究会的精神,并结合编者数十年教学的经验编写而成。

全书内容包括:行列式、矩阵、向量组与  $n$  维向量空间、线性方程组、相似矩阵与二次型。本书可供高等学校理工类各专业使用,也可供自学者阅读和教学参考。

编写本书遵循的原则在于,有利于应用型人才的培养,注意提高读者逻辑推理、分析问题和解决问题的能力。

1. 内容的选择与安排既注重线性代数理论的系统性和严谨性,更注重应用性。

2. 内容的叙述条理清晰,注意分析,具有启发性,便于自学,注意培养读者逻辑推理和逻辑判断的能力。

3. 便于读者掌握学习的重点,重视综合运用所学知识解决问题能力的培养。每章前指明学习要点,每章后的“思考与练习”中都明确教学的基本要求,并配备综合题解和综合练习题,还备有自测题。综合题解是以典型例题为载体,一方面介绍如何综合利用所学知识解决问题的方法;另一方面,在解题过程中讲述解决问题的数学思想和数学方法,以培养读者利用所学知识分析问题和解决问题的能力。为了学生深入学习,书后还附有“阅读指南”。

4. 每页留白处,点明学习要点或选讲内容;也可用来记笔记,记录重点内容和典型例题等。

本教材的教学时数 40 课时,每章的综合例题可根据教学情况选讲。留白处有的内容是参考资料,带 \* 的内容可选讲或不讲。

本书由李承环主编。参编者还有杨存桀、张明亮、马醒花、李国刚。

河北师范大学刘宗泽教授对本书提出许多宝贵意见，人民教育出版社数学室李龙才副编审对本书进行了认真细致的审改，教育部课程教材研究所、人民教育出版社、石家庄铁道学院四方学院、首都师范大学、河南大学、河北理工大学、河北科技大学等单位为本书的编写给予了大力指导和帮助，谨此一并致谢！

编者水平有限，本书不妥之处，请读者指正。

李承环  
2006年6月

**第一章 行列式/1**

学习要点/1

**第一节 全排列的逆序数/2**

习题 1-1/3

**第二节 二阶与三阶行列式/3**

习题 1-2/7

**第三节  $n$  阶行列式的定义与性质/7**

习题 1-3/16

**第四节 行列式按行(列)展开/17**

习题 1-4/24

**第五节 克莱姆法则/25**

习题 1-5/29

思考与练习/30

自测题一/34

**第二章 矩阵/37**

学习要点/37

**第一节 矩阵的概念/38**

习题 2-1/41

**第二节 矩阵的运算/42**

习题 2-2/53

**第三节 逆矩阵/55**

习题 2-3/60

**第四节 分块矩阵/61**

习题 2-4/70

**第五节 矩阵的初等变换/71**

习题 2-5/79

**第六节 矩阵的秩/80**

习题 2-6/83

思考与练习/84

自测题二/89

**第三章 向量组与  $n$  维向量空间/92**

学习要点/92

**第一节 消元法/93**

习题 3-1/98

**第二节 向量组的线性相关性/99**

习题 3-2/109

**第三节 向量组的秩/110**

习题 3-3/116

**第四节  $n$  维向量空间/117**

习题 3-4/121

思考与练习/122

自测题三/127

**第四章 线性方程组/129**

学习要点/129

**第一节 线性方程组解的结构/130**

习题 4-1/134

**第二节 线性方程组的解法/135**

习题 4-2/139

思考与练习/140

自测题四/145

**第五章 相似矩阵与二次型/146**

学习要点/146

**第一节 方阵的特征值与特征向量/147**

习题 5-1/153

**第二节 相似矩阵/154**

习题 5-2/159

**第三节 向量的内积与正交/160**

习题 5-3/164

**第四节 化实对称阵为对角阵/164**

习题 5-4/167

**第五节 二次型及其标准形/168**

习题 5-5/175

**第六节 正定二次型/176**

习题 5-6/180

思考与练习/181

自测题五/186

**习题答案与提示/188****阅读指南/204**



# 第一章 行列式

## 学习要点

- 行列式的性质及计算方法
- 克莱姆法则



在生产实践和科学研究中,线性方程组有着重要的应用,行列式是研究某些线性方程组的一个重要工具.本章介绍行列式的定义、性质、计算以及用行列式解线性方程组——克莱姆法则.

## 第一节 全排列的逆序数

为了给出  $n$  阶行列式的概念,首先介绍排列和逆序的概念.

**定义 1** 由  $n$  个自然数  $1, 2, \dots, n$  按一定的次序排成一列,称为一个  $n$  级排列 (简称排列).

例如,由 3 个自然数  $1, 2, 3$  所组成的所有不同的 3 级排列共有  $3! = 6$  个. 它们是

$$\underline{123, 132, 213, 231, 312, 321.}$$

对于一个  $n$  级排列,如果这  $n$  个自然数是按从小到大的顺序排列的,则称为标准排列. 在一个排列中如果一个数前面有一个比它大的数,就称它有一个逆序;如果有两个比它大的数,就称它有两个逆序;如果有  $k$  个比它大的数,就称它有  $k$  个逆序. 一个排列中的所有数字的逆序之和称为这个排列的逆序数. 当一个排列是标准排列时,它的逆序数为零,除此以外,一个排列的逆序数总是大于零的.

逆序数的计算方法:分别计算出排列中每个数字前面比它大的数码个数之和,即算出排列中每个元素的逆序数,每个元素的逆序数之总和即为所求排列的逆序数.

例如,5 级排列  $32541, 25341, 35412$  的逆序数分别是

$$0+1+0+1+4=6,$$

$$0+0+1+1+4=6,$$

$$0+0+1+3+3=7.$$

排列  $n(n-1)\cdots 321$  的逆序数为

$$0+1+2+\cdots+(n-2)+(n-1)=\frac{n(n-1)}{2}.$$

**定义 2** 逆序数为奇数的排列称为奇排列,逆序数为偶数的排列称为偶排列.