



知识指要与能力培养丛书

2007

高中会考导引

GAOZHONG HUIKAO DAOYIN

数学

浙江省普通高中会考办公室 编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大學出版社

●知识指要与能力培养丛书

高中会考导引

数 学

浙江省普通高中会考办公室 编

浙 江 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

高中会考导引. 数学. / 浙江省普通高中会考办公室编. —杭州: 浙江大学出版社, 2002. 8
(知识指要与能力培养丛书)
ISBN 7-308-03035-0

I. 高... II. 浙... III. 数学课—高中—会考—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第048099号

出版发行 浙江大学出版社
(杭州天目山路148号 邮政编码310028)
(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)
(网址: <http://www.zjupress.com>)

责任编辑 杨晓鸣
排 版 浙江大学出版社电脑排版中心
印 刷 浙江省良渚印刷厂
经 销 浙江省新华书店
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 10.5
字 数 310千字
版 印 次 2002年8月第1版 2006年9月第12次印刷
书 号 ISBN 7-308-03035-0/G·526
定 价 8.20元

前 言

高中会考是国家承认的省级学业成就考试,是衡量普通高中学生学业水平是否达到教学大纲基本要求和检查评价普通高中教学质量的重要手段.高中会考“依照学科教学大纲规定的教学目标和标准,全面考核学生的学习水平”,力求体现国家对普通高中教育的基本要求,促进学生基础知识和基本能力的发展,引导学生形成宽厚的文化知识结构,为学生终身学习和发展打下坚实的基础.高中会考具有监控性功能,通过高中会考督促学校端正办学指导思想,坚持普通高中的基础教育性质,认真落实课程计划、执行课程标准,克服群体性偏科现象,面向全体学生,全面推进素质教育,大面积提高教育教学质量.同时,高中会考也是检测、评价各科教学质量的重要手段,通过高中教育质量的监控和评价体系,公正合理地监控各学科教学质量,总结教学经验,研究解决教学问题,以达到提高教学质量的目的.

为了准确把握高中会考的性质和要求,更好地体现高中会考的教学导向、教学评价、质量监控和激励改进功能,更有针对性地帮助学生扎实掌握基础知识、基本技能,提高能力,从而提高教学复习的效率和教与学的质量,我们特邀请了本省从事会考理论和命题研究的学科专家、教学第一线有丰富经验的特级教师和高级教师,还有大学教授,根据教育部关于《全日制普通高级中学课程计划(试验修订稿)》、教育部《关于印发全日制普通高级中学语文等七科教学大纲的通知》、《中学思想政治课贯彻党的十六大精神的指导意见》、省教育厅关于实施《浙江省全日制普通高中实施新课程计划的高中会考方案》的通知(浙教基[2001]226号)等文件精神,结合我省普通高中教学实际情况,在制订各学科会考标准的同时,编写了《高中会考导引》丛书.

本丛书具有以下特点:

1. 紧扣高中各学科会考标准,针对考生的学科基础,具体分析本学科知识能力的考核要求;对考生答题的失误情况进行规律性的归纳、分类,并提出了防止措施和矫正策略.

2. 根据各学科大纲规定的教学目标和标准,梳理了各章节的知识结构,并在总结近年来本学科命题研究成果,吸取其他省市会考经验的基础上,结合会考的内容、特点、题型要求,精选了省内外考试试题,编写了例证性试题和试卷集萃.特别是试卷,力求体现2007年命题思路以及考试内容、试卷结构、题型等变化情况,适合学生在平时学习和最后阶段的复习中同步使用.

3. 对例证性试题的考核要求(包括考核的内容、层次和难度)的分析,不仅是专家判断,多数经实测后统计分析,故分析准确、客观,为中学的日常教学、指导会考和考生的复习迎考,也为教研人员研究会考提供了权威性的反馈信息和实用资料.

本丛书区别于一般的学习辅导材料,其取材新颖,内容翔实,切题准确,融测量理论和会考实践于一体,针对性、指导性和实用性强,适应高中教学和复习的需要.因此,本丛书的出版,受

到了并将继续受到广大师生的欢迎.

本丛书《数学》分册第一章、第二章由许芬英编写,第三章由王利明编写,第四章由冯斌编写,第五章、第六章、第九章由袁宗钦编写,第七章由郑日锋编写,第八章、第十二章(B)由沈志光编写,第十章、第十一章由楼肇庆编写,第十二章(A)由张金良编写,第十三章由蔡小雄编写,第十四章由冯定应编写;下编试卷一至试卷五,分别由冯定应、沈志光、蔡小雄、郑日锋和冯斌编写. 全书由张金良统稿,最后由王而冶审定.

浙江省普通高中会考办公室
2006年6月

目 录

前 言

上编 学习会考标准

第一章 学习会考标准	(1)
第一节 会考的考核要求	(1)
第二节 会考的命题	(2)
第三节 会考的复习要求	(4)
第二章 了解会考题型	(6)
第一节 选择题	(6)
第二节 填空题	(9)
第三节 解答题	(10)
第三章 防止常见错误	(13)
第一节 知识性错误	(13)
第二节 逻辑性错误	(17)
第三节 策略性错误	(25)

中编 会考试题精选

第四章 集合与简易逻辑	(28)
一、知识指要	(28)
二、例证性试题	(30)
三、试题精选	(31)
第五章 函 数	(34)
一、知识指要	(34)
二、例证性试题	(36)
三、试题精选	(38)
第六章 数 列	(42)
一、知识指要	(42)
二、例证性试题	(43)
三、试题精选	(45)
第七章 三角函数	(48)
一、知识指要	(48)
二、例证性试题	(52)
三、试题精选	(54)
第八章 平面向量	(58)
一、知识指要	(58)
二、例证性试题	(61)

三、试题精选	(63)
第九章 不等式	(67)
一、知识指要	(67)
二、例证性试题	(68)
三、试题精选	(70)
第十章 直线和圆的方程	(74)
一、知识指要	(74)
二、例证性试题	(76)
三、试题精选	(79)
第十一章 圆锥曲线方程	(83)
一、知识指要	(83)
二、例证性试题	(84)
三、试题精选	(87)
第十二章 直线、平面、简单几何体(A)	(92)
一、知识指要	(92)
二、例证性试题	(95)
三、试题精选	(98)
第十二章 直线、平面、简单几何体(B)	(105)
一、知识指要	(105)
二、例证性试题	(111)
三、试题精选	(113)
第十三章 排列、组合和二项式定理	(118)
一、知识指要	(118)
二、例证性试题	(119)
三、试题精选	(120)
第十四章 概 率	(123)
一、知识指要	(123)
二、例证性试题	(124)
三、试题精选	(125)

下编 试卷集萃——综合练习

试卷一	(129)
试卷二	(132)
试卷三	(135)
试卷四	(138)
试卷五	(141)
附录 参考答案	(144)

上编 学习会考标准

第一章 学习会考标准

高中会考是国家承认的省级普通高中文化课毕业水平考试,它用全省统一的标准衡量普通高中生文化课学业成就的高低.为使会考科学规范、公平合理,各地在会考时公布了考试说明,规定了会考考什么、怎么考,有的还在这个基础上制订了会考标准.

浙江省的会考标准,包括会考的要求、等第标准、考试形式、会考内容和例卷等,它不仅规定了考什么、怎么考,而且还规定了达到怎样的程度可获得会考合格,达到什么程度可获得较高等第.可见,会考标准是对会考知识能力要求和等第水平规格的界定,是评定学生学业成就的参照准则,也是会考命题和教学评价的依据.

本章主要结合浙江省的会考标准,对数学会考的考核要求、会考的命题等作一介绍,对会考复习提出建议,以帮助师生学好、用好会考标准.

第一节 会考的考核要求

数学会考的考核要求,包括数学的基础知识、基本技能、基本数学思想方法、数学学科能力和数学创新意识.会考在鉴别高中学生文化课的学习是否达到合格水平的同时,还鉴别其达到的程度.它将考生的成绩分为A,B,C,E四个等第,依次代表优秀、良好、及格和不及格,所以会考标准除了对考生知识能力提出总体要求外,还制订了各等第考生应掌握的知识能力要求.

一、会考的内容要求

数学会考的具体内容在会考标准中以表格形式列出,表中包括了各个知识条目,以及相应的及格和优秀等第的考试要求.其中,及格要求指的是取得会考合格的考生对该知识条目必须达到的最低程度要求;优秀要求则是指获得优秀等第成绩的考生应达到的程度,也是会考的最高要求;良好的要求介于及格和优秀要求之间.

数学会考共有87个知识点,298(第十二章选用A方案)或308(第十二章选用B方案)个条目,内容覆盖高中数学教学大纲的所有必修课内容.

二、会考的能力要求

数学会考,在考核知识的同时,还考核数学的学科能力.数学学科能力是指参与完成数学学习活动的主要能力.会考标准中明确提出数学学科能力及其要求,目的是为教学设立能力培养的基本目标,也为命题建立一个能力考核要求的框架.

数学会考着重考核思维能力、运算能力、空间想象能力以及实践能力和创新意识.在这几个方面的能力中,前三种能力是数学学习活动中要着重培养的.实践能力和创新意识是各种数学能力的综合运用,也是数学会考中层次要求最高的能力.它是衡量数学学业程度高低的标志.因此,数学学习中,在掌握知识的同时,一定要注意能力的训练.

三、会考的考核层次

会考的考核层次,是指会考对具体知识的掌握程度的要求,数学会考将考核层次分为了解(a)、理解(b)、掌握(c)、综合运用(d)四级.这四级层次由低到高,后一级包含前一级,前一级又是后一级的基础.

数学会考要求以“理解”和“掌握”为主.优秀要求更侧重于掌握,其了解、理解、掌握、综合运用四级的条目数分别为22条、87条、186条和3条(第十二章选用A方案)或26条、93条、186条和3条(第十二章选用B方案);及格要求侧重于理解,其了解、理解、掌握三级的条目数分别为61条、156条和81条(第十二章选用A方案)或64条、157条和87条(第十二章选用B方案),没有综合层次要求的条目.

优秀要求的3个综合层次条目如下:

1. 函数的运用.
2. 数列问题的综合运用.
3. 直线和圆锥曲线的综合运用.

四、会考的等第标准

会考等第标准是对会考各等第成绩水平的界定.它规定学生知识能力掌握到什么程度会考才能获得某个等第.反之,它也说明获得会考某一等第成绩的考生具有什么样的知识能力水平.它与高考的分数段划分有质的区别,因此,这是会考不同于高考选拔性考试的一个显著特点.

数学会考等第标准,由总体要求和具体要求两部分组成.总体要求从数学知识、能力、思想方法、解题水平四个方面陈述.具体要求则从思维能力、运算能力、空间想象能力和数学的常用方法以及最基本的数学思想四个方面予以说明.

优秀、良好、及格三个等第的标准,从掌握知识的范围、能力要求陈述的变化和行为指向要求的不同等方面加以区分.如对运算能力的要求,及格标准要求会用公式、法则等作简单的、基本的代数运算和最简单的几何计算;良好标准则要求熟练运用法则进行代数和几何计算,并会用多种方法;优秀标准则要求灵活熟练地运用法则进行代数和几何计算,并能熟练运用多种方法,合理简捷地完成相应的运算,有检验和修正运算结果的能力.可见三个等第标准对运算能力的要求是逐级提高的.在陈述上用“会”、“熟练”、“灵活熟练”三个表示不同程度的副词加以区别.在行为指向上不同层次也有不同的要求,及格用“简单的”、“基本的”、“常见的”,良好则增加“多种方法”,优秀进一步增加“合理简捷”、“检验和修正运算结果”等要求.

第二节 会考的命题

会考标准是命题的直接依据.命题严格按照标准规定的要求进行,考核范围不超出标准规定的内容、能力范围,考核程度不高于标准中相应内容的考试要求.在会考命题中,通常采用贯彻正确的命题指导思想,科学设计试卷蓝图,优化命题程序等措施落实会考标准.

一、命题的指导思想

数学会考命题的指导思想是面向全体学生,着重考核数学基础知识、基本技能、基本方法和能力,以检测是否达到毕业标准为主要目标,并使学业水平有一定程度的区分,以既有利于对考生学业成就的正确评价,又有利于对中学教学的正确导向.为实现这一指导思想,命题中力求遵循以下原则:

1. 以教学大纲、课本为命题依据,考核的内容范围要求不超出会考标准.
2. 确保试题考核内容的代表性、覆盖面,以及考核要求的层次性,并突出考查重点.
3. 注意发掘试题的教育内涵,并重视理论联系实际,编制一定数量联系实际的应用题.
4. 确保试题内容正确无误,题意清晰明确,符号、配图规范统一;试题难度由易到难,在选择、填空、解答三类题型中分别形成三个小坡度.
5. 试题以考核基础知识、基本能力和基本数学思想方法为重点,不出偏题、难题.

二、试卷的蓝图——命题细目表

为使会考试卷符合会考标准,试题适合考核要求,命题中首先必须科学设计试卷的蓝图——命题细目表.数学会考的命题细目表是会考要求、试卷结构的具体体现,它由考试内容、考试要求、试题类型、试题难度、等第标准、学科能力、教育性、试题来源等八个栏目组成.其中,考试内容、考试要求、试题类型和试题难度四个栏目严格按会考标准规定的结构设计;而等第标准、学科能力、教育性、试题来源四个栏目,是在命题中有意设计、严格把握的.命题中着重控制以下几个方面:

1. 注重试卷考核知识的覆盖面.按标准规定的比例全面测试基础知识,涉及各章节的考核内容分值之比尽量接近教学的课时数之比.

2. 严格把握及格标准要求.试卷设计中确定选自及格要求条目的试题分值约占整卷的60%~70%,并且这些试题在内容、层次、题型上有一定的结构要求,从而使试题能反映考生达到合格标准的最低要求.

3. 把握试卷的总体难度.将会考试卷的总体难度设计为0.75~0.80.若将试题按难易程度分为容易题(难度值在0.8以上)、稍难题(难度值在0.5~0.8之间)、较难题(难度值在0.5以下)三级,则三级难度的试题分值之比控制为7:2:1,以适应不同层次的考生,使绝大多数考生能考出真实水平.70%的容易题着重考核基础知识、基本技能和常用的数学思想方法,题目编制紧扣教材,源于教科书,通常是将教科书中的概念、公理、定理、公式、法则和习题等略加改编或组合而成,所用的解题方法和试题的叙述形式都是学生熟悉的.

例如,为考核补集和交集概念的掌握情况,根据教科书补集和交集的概念,编制如下试题:

已知全集 $U=\mathbf{R}$, $M=\{x|x<0\}$, $N=\{x|-1\leq x\leq 1\}$,则 $(\complement_U M)\cap N=$

- (A) $\{x|0<x\leq 1\}$ (B) $\{x|0\leq x\leq 1\}$
 (C) $\{x|-1\leq x<0\}$ (D) $\{x|x\geq -1\}$

答案 (B)

为考核不等式的性质,根据教科书中有关定理、习题,编制如下试题:

若 $b<0<a(a,b\in\mathbf{R})$,则下列不等式中正确的是

- (A) $b^2<a^2$ (B) $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$ (C) $-b<-a$ (D) $a-b>a+b$

答案 (D)

会考试卷中10%左右的较难题,主要以综合运用层次的知识条目为主线,编制一些综合程度较高的试题,或结合实际问题情境的应用题,或需要通过分析猜测得出结论并加以证明的探索性试题等,着重考核学生的思维能力与基本的数学思想方法,综合运用学过的知识分析和解决问题的能力(见《会考标准》例证性试题中的综合运用要求题).

4. 设计学科能力考核题.对会考标准中规定的四个方面的学科能力,命题中均作了全面设计,使试卷突出能力考核的重点.如空间想象能力的考核,有意设计一些需要根据已知条件,经

过想象、绘制、观察几何图形及其元素间位置与数量关系进行解答的试题(见《会考标准》例证性试题中的学科能力要求题)。

三、会考的命题程序

为使会考命题的指导思想、原则、试卷的蓝本在命题中得以实现,命题严格按照规定的程序(见图 1-1)进行,并将命题原则、试卷蓝图贯穿始终。

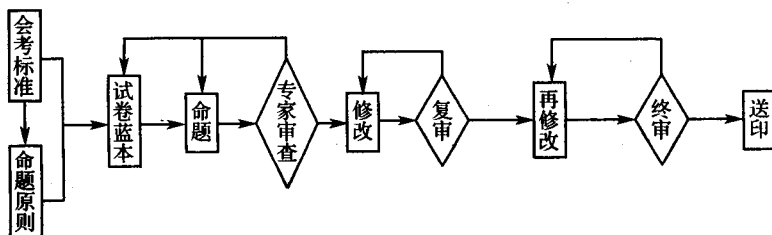


图 1-1 会考命题程序

第三节 会考的复习要求

会考复习应充分利用会考标准,采用明确要求、打好基础、查漏补缺等方法提高会考目标的达成度,提高知识能力水平,考出好成绩。

一、明确要求

在会考复习中,首先应认真学习会考标准,明确会考对知识能力的具体要求,减少复习的盲目性,做到有的放矢。然后紧扣教科书,进行系统的、有针对性的复习,并抓住重点进行能力训练。在这个过程中,不同程度的学生应根据自己的实际情况,制定一个争取达到的会考等第成绩目标,明确努力方向。此外,还应从会考标准中了解会考的考试形式、试卷结构等。通过例卷练习,熟悉会考试卷的具体形式,达到心理适应,并据此制定应考策略。

二、打好基础

1. 全面复习,落实双基。会考是一项终结性考试,其试题的特点是重基础、覆盖面大。因此复习应紧扣教科书,最大限度地利用教科书,进行全面、系统的复习。对教科书中的概念、定理、公式等要弄懂、弄通,弄清定理、公式的适用范围、前提条件;对重要的常用的定理、公式会变形、会推导;对教科书的习题要举一反三、触类旁通。此外,还应有目的地选择课外习题,但要适量,切不可离开教科书搞题海战术或猜题、押题。

2. 解题规范,训练思维。规范地书写试题解答过程,是学好数学的基本功,它有助于提高书面表达能力、逻辑思维能力和解答试题的能力。因此,在复习中要做到书写格式规范化,使解答思路清晰,条理清楚,过程简明。

3. 掌握方法,运用思想。在复习中应系统整理所学知识,重视分析解题过程,善于总结解题方法。对解题中常用的配方法、待定系数法、分析法、综合法、反证法和数学归纳法等数学方法要经常训练,熟练掌握,并应养成运用代换、分类、数形结合等思想方法分析问题和解决问题的习惯,特别应善于运用数形结合的思想,学会根据题意画图、联想,思考分析问题等方法。

4. 掌握技巧,提高速度。会考有大量的选择题和填空题,这两类题型解答只需答案,不要过程。因此,许多试题除用传统的直接法解答外,还可间接作答(详见第二章)。复习中对选择题、

填空题的解题方法可作专项训练,掌握解答技巧、应试策略,提高解题速度.

三、查漏补缺

在复习过程中,不同程度的学生,应根据自己的学习特点,用会考目标进行诊断,检查知识缺漏,并及时补习,反复训练.

对已掌握及格要求的学生,应向更高的要求奋进.特别对学习成绩较好的学生,应抓住重点——会考的三个综合运用层次条目进行能力训练,同时有选择地解答一些探究性、开放性,以及综合程度较高的问题,着重培养分析、探究和解决问题的能力.

总之,会考复习应根据会考标准、教科书要求,扎扎实实地打好基础,并结合自己的学习实际进行有针对性的训练,不盲目追求高、难、深.只有这样,才能使自己的知识能力水平在原有的基础上得到提高.

第二章 了解会考题型

合适的试题题型和合理的题型结构,是实现考试目的的重要手段之一. 考试题型主要根据考试的性质和学科特点而定.

目前,中学数学的试题题型主要有选择题、填空题和解答题(包括计算题、作图题、证明题和分析探究题等)三类. 这三类题型其测试功能各有所长,结合使用能发挥各自的优点,弥补各自的不足. 因此,在我国的大规模数学考试中常常是三者结合使用. 浙江省的数学会考,选择题、填空题和解答题的分值之比约为 45 : 20 : 35.

本章主要对选择题、填空题、解答题三类题型的功能特点和常用解法作一介绍,以帮助师生了解数学会考的题型.

第一节 选择题

数学会考使用的均是四选一型的单项选择题,即每题提供四个以字母 A, B, C, D 为代号的备选答案,其中有且只有一个是符合题意的,答题时,只需选出这个答案即可.

一、选择题的功能、特点

选择题适宜考核学生对基本概念的理解和简单应用的能力,还可以考核较高层次的分析、综合、判断能力.

选择题题小、分值低,可容纳较大题量,所以采用选择题可扩大考核知识的覆盖面,有助于全面考核学生的基础知识和基本技能.

选择题答案的唯一性和答题时用字母 A, B, C, D 表示,使评分不受评分者的主观因素影响,并且能用计算机和光电符号阅读器组成的阅卷机评分,有利于提高评分的信度和阅卷效率,同时也减轻大规模考试的考务工作量.

但是,选择题的解答要求只是选择答案,所以其考核功能具有局限性,如不能反映解题的思维过程,不能用于测试书面表达能力,另外还有猜测得分的弊端.

二、选择题的常用解法

选择题的解答方法较多,但较常用的一些方法可归纳为直接法和间接法两种.

(一)直接法

直接法就是从题干中所给出的条件出发,根据定义、定理、法则等进行直接计算、证明、判断得出结论,然后与备选答案对照,选出其中正确的答案. 一般说来,凡已知条件和解题要求在题干中叙述清楚的试题,均可用直接法作答.

【例 1】 已知 $a=(1,2)$, $b=(-2,3)$,若 $ka+b$ 与 $a-kb$ 垂直,则实数 $k=$

- (A) $-1 \pm \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2} \pm 1$ (C) $\sqrt{2} \pm \sqrt{3}$ (D) $3 \pm \sqrt{2}$

分析 由 $ka+b$ 与 $a-kb$ 垂直,得 $(ka+b) \cdot (a-kb)=0$.

因为 $ka+b=k(1,2)+(-2,3)=(k-2,2k+3)$, $a-kb=(1+2k,2-3k)$,所以 $(k-2,2k+3) \cdot (1+2k,2-3k)=0$,化简得 $k^2+2k-1=0$,解得 $k=-1 \pm \sqrt{2}$,应选(A).

【例2】 某城市的电话号码是8位数,其中首位是8,则各位数字都不相同的电话号码个数有

- (A) A_{10}^8 (B) A_{10}^7 (C) A_8^8 (D) A_7^8

分析 电话号码是由0到9这十个数字组成的,每一个8位数电话号码可以看成是从10个数字中任取8个的一个排列.现要求首位是8,且各位数字都不相同,则后7位可以从8以外的9个数字中任选7个.答案为(D).

(二)间接法

间接法是相对直接法而言,不是从题设条件经严密推理、论证得出正确答案的方法.它通常是根据解题指导语中规定的正确答案个数,采用适当的方法找出正确答案或排除错误选项的方法.

间接法根据其采用方法的不同又可分为排除法、特殊值法、检验法、图象法等.

1. 排除法 排除法是根据答题指导语中规定的正确答案个数,进行逻辑判断,排除错误选项,找出正确答案的方法.

【例3】 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点作直线与此抛物线相交于 P, Q 两点,则线段 PQ 的中点的轨迹方程是

- (A) $y^2=2x-1$ (B) $y^2=2x-2$ (C) $y^2=-2x+1$ (D) $y^2=-2x+2$

分析 所求轨迹必过焦点 $(1, 0)$, 选项(A), (C)被排除;轨迹的开口向右, (D)被排除. 正确答案为(B).

【例4】 据报道,某市工商局会同商检局对35种进口商品进行抽样检查,鉴定结果有25种是假货.现从这35种商品中任取3种,至少有2种是假货的取法种数是

- (A) $C_{25}^3 + C_{25}^2 \cdot C_{10}^1$ (B) $A_{25}^3 + A_{25}^2 \cdot A_{10}^1$ (C) $C_{25}^2 \cdot C_{10}^1$ (D) $A_{25}^2 \cdot A_{10}^1$

分析 从35种商品中任取3种,没有顺序要求,故本题是组合问题,可排除(B), (D);任取的3种商品中至少有2种是假货,包括2种是假货和3种都是假货的两种情况,又可排除(C),所以正确答案为(A).

2. 特殊值法 特殊值法是用满足题设条件的特殊数值代替有关字母进行演算和推理,据此判定选择支正误的方法.对于题干中的条件有一定的任意性,而结论确定的一些选择题可用此法解答.

【例5】 已知 $-1 < a < 0, 0 < b < 1$, 则

- (A) $ab^2 > a$ (B) $ab^2 < ab$ (C) $a^2b < ab$ (D) $a^2b > b$

分析 取 $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ 分别代入四个选择支的不等式两边,只有(A)成立,故选(A).

【例6】 已知 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, 则下列式子成立的是

- (A) $\sin\alpha = \sin\beta$ (B) $\sin\alpha = \cos\beta$ (C) $\sin\alpha = -\sin\beta$ (D) $\sin\alpha = -\cos\beta$

分析 由已知,只要符合 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, 式子恒成立,可令 $\alpha = \frac{\pi}{3}, \beta = \frac{\pi}{6}$, 则 $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin\beta = \frac{1}{2}, \cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 故选(B).

3. 检验法 检验法就是通过分析,确定适当的手段进行验证,如将各选择支逐一代入题干中的事项进行验证等,以此判定选择支正误.

【例7】 原点关于直线 $8x + 6y = 25$ 的对称点的坐标为

- (A) $(2, \frac{3}{2})$ (B) $(\frac{25}{8}, \frac{25}{6})$ (C) (3, 4) (D) (4, 3)

分析 若点 $M(a, b)$ 与原点 $(0, 0)$ 关于直线 $8x + 6y = 25$ 对称, 则 OM 的中点 $(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b)$ 在 $8x + 6y = 25$ 上, 且 $k_{OM} = \frac{3}{4}$. 经验证知, $(4, 3)$ 是正确的, 故选 (D).

【例 8】 不等式 $|x-3| + |x-4| \leq 3$ 的解集是

- (A) $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$ (B) $\{x | 3 \leq x \leq 4\}$ (C) $\{x | 4 \leq x \leq 5\}$ (D) $\{x | 2 \leq x \leq 5\}$

分析 将 $x=2$ 代入知, 它是不等式的解, 故 (B), (C) 排除; 将 $x=5$ 代入, 它也是不等式的解, 故 (D) 正确.

4. 图象法 图象法就是借助函数图象、方程曲线、几何图形的直观形象, 采用数形结合思想确定正确答案的方法.

【例 9】 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的对称轴方程为 $x=3$, 则

- (A) $f(-1) < f(1) < f(4)$
 (B) $f(4) < f(1) < f(-1)$
 (C) $f(1) < f(-1) < f(4)$
 (D) $f(4) < f(-1) < f(1)$

分析 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 为开口向上的抛物线, 对称轴 $x=3$, 画示意图 (如图 2-1), 由图形可见

$f(4) < f(1) < f(-1)$, 故 (B) 正确.

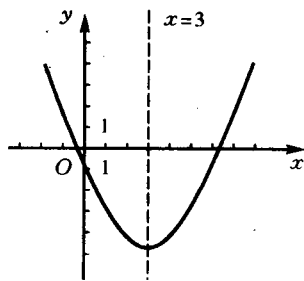


图 2-1

【例 10】 动点 P 在椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{b} = 1 (0 < b < 1)$ 上运动, 则连结点 $(-1, 0)$ 和 P 点的线段长度的最大值是

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) $\sqrt{1+b}$

分析 画椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{b} = 1 (0 < b < 1)$ 的草图 (如图 2-2), 从图上可直观看出, 椭圆上的点到点 $(-1, 0)$ 距离的最大值为 2, 故 (B) 正确.

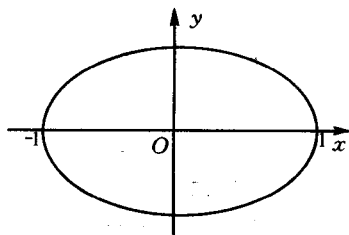


图 2-2

但是, 间接法有一定的局限性, 如特殊值法, 有时不能由一两个特殊值便下结论. 如:

【例 11】 函数 $f(x) = x^2 + \tan x$, 则 $f(x)$ 是

- (A) 是奇函数, 但不是偶函数 (B) 是偶函数, 但不是奇函数
 (C) 既是奇函数, 也是偶函数 (D) 既不是奇函数, 也不是偶函数

分析 如果取 $x=2\pi$, 则 $f(2\pi) = f(-2\pi) = 4\pi^2$, 由此下结论说 $f(x)$ 是偶函数就依据不足了. 由于 $f(-x) = x^2 - \tan x$, 所以 $f(-x) \neq -f(x)$, $f(-x) \neq f(x)$, 故 (D) 正确. 由本例可见, 间接法也不能滥用.

在很多情况下, 几种间接法结合使用, 能加快解题速度. 如检验法中的例 8, 还结合使用了特殊值法和排除法, 先选取 (A), (D) 两个选择支中均包含的最小数 2, 如果它是原不等式的解, 可排除 (B), (C); 如果它不是原不等式的解, 则 (A), (D) 被排除, 所以 2 具有特殊性. 接下来只需再取一个特殊的值检验即可得出正确答案.

由上述分析可知, 选择题的解题方法要根据题目灵活选择. 各种方法既有其优点也有局限

性,如有的试题只能用直接法,不能用间接法;也有的用直接法相当困难,只能用间接法.但有
不少试题两种方法均可使用,此时,两者结合使用往往可提高解题速度.

第二节 填空题

填空题答题时只要直接写出答案,不需写解答过程.

一、填空题的功能、特点

填空题与选择题相比,所不同的是题后没有备选答案,考生需要独立作答.因此,它更适宜
于对数学知识的记忆能力、运算能力和判断推理能力的考核.

填空题弥补了选择题可猜测的不足,但仍有不能测试解题思维过程和书面表达能力的缺
陷.

二、填空题的常用解法

填空题的解题方法与选择题相比,除不能用排除法外基本相同.常用的解法也有直接法和
间接法两种.

(一)直接法

直接法是解填空题的主要方法,它是从题设的已知条件出发,用学过的知识进行计算、证
明、推理得出结果,填写答案的方法.

【例12】 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_9=3$, a_1, a_5, a_9 成等比数列,则 $a_1=$ _____.

分析 由题意,得方程组
$$\begin{cases} 2a_1+8d=3, \\ (a_1+3d)(a_1+6d)=(a_1+4d)^2. \end{cases}$$

解方程组得
$$\begin{cases} d_1=0, \\ a_1=\frac{3}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} d_2=\frac{3}{4}, \\ a_1=-\frac{3}{2}. \end{cases} \quad \text{故正确答案为 } \frac{3}{2} \text{ 或 } -\frac{3}{2}.$$

【例13】 有6张明信片,任意投放到甲、乙、丙3个信箱里,则甲信箱恰好投放进3张明信
片的概率是_____.

分析 每张明信片有3种投放法,由分步计数原理可知不同的投放法有 3^6 种.甲信箱恰好
投进3张明信片的情况可分两步考虑:6张明信片任取3张投入甲信箱有 C_6^3 种方法;另3张明
信片投入另2个信箱有 2^3 种方法,所以甲信箱恰好投进3张明信片共有 $C_6^3 \cdot 2^3$ 种投放法,故甲
信箱恰好投放进3张明信片的概率是 $\frac{C_6^3 \cdot 2^3}{3^6} = \frac{160}{729}$.

(二)间接法

解填空题的间接法常用的有图象法、特殊值法等.

1. 图象法 图象法是根据题目条件,画出适当的图象,应用数形结合思想求得结果的方
法.

【例14】 平面 $\alpha \parallel$ 平面 β ,它们之间的距离为8,点 $A, D \in \alpha$,点 $B \in \beta$,点 C 是点 D 在 β 上的
射影,且 $AD=20, AB=10$,则 BC 的最大值是_____.

分析 根据题意画图(如图2-3),由图直观可见,若设点 A 在 β 上的射影为 O ,则点 B 在以 O
为圆心,6为半径的圆上,当点 B 在 CO 的延长线上时, BC 最大,最大值为 $BO+OC=26$.

【例15】 不等式 $x^2-2mx-1>0$,对一切 $1 \leq x \leq 3$ 都成立,则 m 的取值范围是_____.

分析 因为 $\Delta=4m^2+4>0$,所以方程 $x^2-2mx-1=0$ 有两个不相等的实数根.

由题意,不等式 $x^2 - 2mx - 1 > 0$ 的解集包含集合 $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 所以方程 $x^2 - 2mx - 1 = 0$ 的两根 x_1, x_2 要么都大于 3, 要么都小于 1.

因为 $x_1 \cdot x_2 = -1 < 0$, 所以 x_1, x_2 只可能都小于 1.

画函数 $y = x^2 - 2mx - 1$ 满足两根均小于 1 的示意图(如图 2-4), 由图可知, 只要 $x=1$ 时 $y > 0$ 即可. 由 $1^2 - 2m - 1 > 0$, 解得 $m < 0$.

所以 m 的取值范围是 $m < 0$.

2. 特殊值法 特殊值法是取满足题意的特殊值或取其特殊情境时求得答案的方法.

【例 16】 已知 $(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_7x^7$, 那么 $a_1 + a_2 + \dots + a_7 =$ _____.

分析 从等式的左、右两边观察可知等式对一切 x 值均成立, 令 $x = 0$, 可得 $a_0 = 1$; 令 $x = 1$, 得 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_7 = -1$, 故 $a_1 + a_2 + \dots + a_7 = -2$.

【例 17】 如果 $a > 0, b > 0$ 且 $a \neq b$, 那么 $\sqrt{ab}, \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2)}, \frac{1}{2}(a + b)$ 的大小顺序是 _____.

分析 取 $a = 1, b = 2$, 那么 $\sqrt{ab} = \sqrt{2}, \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2)} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{1}{2}(a + b) = \frac{3}{2}$, 故有 $\sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2)} > \frac{1}{2}(a + b) > \sqrt{ab}$.

有些试题用直接法解难度较大或较繁琐, 而用间接法或两者结合使用常常可以化繁为简, 使结论显而易见. 填空题由于只看结果评分, 所以解题时要特别仔细, 否则只要一步失误, 就会前功尽弃.

第三节 解答题

解答题是指需要写出解答过程的题. 由于解答题的评分采用分步计分的方法, 易受评分者的主观因素影响, 所以也叫主观性试题.

一、解答题的功能、特点

一般说来, 解答题题大、分值高, 一道题可容纳的知识点多, 可以考核学生综合运用数学知识解决问题的能力, 还能考查其推理论证或计算的思维过程、书面表达能力等. 这是选择题和填空题所不具备的. 解答题的主要缺陷是评分易受主观因素影响, 并且所花时间多.

解答题的形式很多, 但从考核的知识、能力角度看, 大致可归纳为计算题、作图题、证明题和分析探究题等.

二、解答题的解题方法

解答题的解题过程, 一般可分为以下四个基本环节: ①审明题意; ②探求解法; ③整理叙述; ④检验. 其中除整理叙述外的三个环节对解选择题、填空题也同样适用.

审明题意: 审题是解题的第一个环节, 要审清问题的条件和结论, 即弄清题设中已知什么,

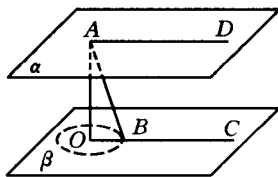


图 2-3

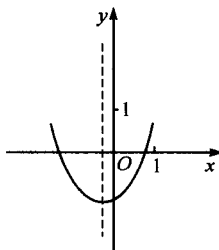


图 2-4