高等数学

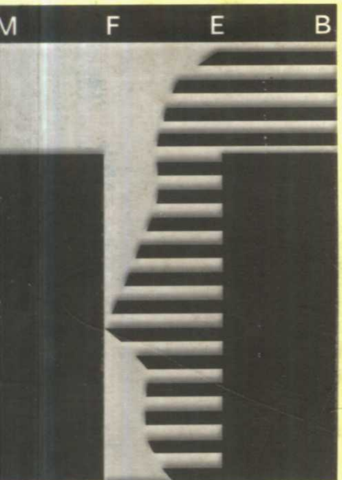
（工本/下）

高等教育自学考试同步辅导/同步训练

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

主编/郭洪芝　陈美英

（公共课程）



TARGET 目标自考系列

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

高等教育自学考试同步辅导/同步训练

高等数学

（工本/下册）

主　编　郭洪芝　陈美英
副主编　胡明琼　杨长俊

东方出版社

责任编辑:任　方
封面设计:田　健
责任校对:李耀东
组　　稿:李三三

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.下
郭洪芝,陈美英,胡明琼　等编
北京:东方出版社,2000.12
ISBN 7-5060-1377-0
Ⅰ.高…
Ⅱ.①郭…②陈…③胡…
Ⅲ.①高等数学
Ⅳ.013
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 64463 号

东方出版社出版发行
100706　北京朝阳门内大街 166 号
山东新华印刷厂印刷

开本:880×1230 毫米　1/32　印张:10.125　字数:280 千字
版次:2000 年 12 月第一版　2001 年 4 月第二次印刷
印数:15001-20000 册
定价:13.50 元

说　明

本书是全国高等教育自学考试《高等数学(工本)》的配套辅导用书。

编写依据:

1. 全国高等教育自学考试指导委员会颁布的《高等数学(工本)自学考试大纲》;

2. 指定教材《高等数学(工本)》(下册)(陆庆乐主编,西安交通大学出版社出版)。

本书特点:

本书以自学考试大纲规定的考核知识点及能力层次为线索,按指定教材分章辅导,每章均列有基本要求、重点和难点、例题与例题分析,同时将自学考试中每一章节可能出现的所有考核知识点按考试题型编写练习题和自测题,并配有参考答案,最后附两套模拟试题及1998年、1999年全国高等教育自学考试统一命题考试试卷及参考答案。

本书在突出重点、难点,准确解答疑点的同时,兼顾学科的系统性,对于考生深入学习指定教材的内容,深刻领会考试大纲、教材的精髓,掌握重点、难点,正确解答各种题型,具有切实的指导意义。

本书由郭洪芝、陈美英主编,编者均在高校长期从事本学科的研究工作与教学工作,并具有丰富的自学考试辅导经验。

一分耕耘,一分收获。祝有志于自学的朋友能在考试中取得优异成绩。

编　者

2000年7月

目　　录

第七章　向量代数与空间解析几何

基本要求

1. 向量代数

(1)正确理解向量及其有关的一些基本概念(如:向量的模、单位向量、零向量、加法、减法、数乘、标积、向量积、在有向直线上的投影、方向余弦与方向数等).

(2)牢固掌握向量的代数运算(加法、减法、数乘、标积、向量积)的规律.

(3)能熟练地利用向量的坐标做向量的各种运算.

2. 空间解析几何

(1)正确理解曲面与方程的概念,并能由方程识别出母线平行于坐标轴的柱面、以坐标轴为旋转轴的旋转面,能求准线在坐标平面内、母线平行于坐标轴的柱面方程和母线在坐标平面内、旋转轴为坐标轴的旋转面方程.

(2)要弄清楚空间曲线可以作为两曲面的交线这一基本概念.

(3)要弄清楚空间曲线关于坐标面的投影柱面与投影曲线,并会求它们的方程.

(4)熟悉平面与直线的各种方程.会求平面的法向量与直线的方向向量以及利用它们来判断平行与垂直的关系,并能熟练地根据已知条件求平面与直线的方程.

(5)能由标准方程识别出球面、椭球面、单叶双曲面、双叶双曲面、椭圆抛物面,并能作出它们的草图.

重点与难点

重点:向量及其有关的一些基本概念,向量的坐标、标积、向量

积、平面的点法式方程、直线的对称式方程、球面方程、母线平行于坐标轴的柱面方程.

难点:向量在有向直线上的投影,母线平行于坐标轴的柱面方程的概念,投影曲线概念.

例题与例题分析

一、填空题

1. $|\vec{a}|=13$,$|\vec{b}|=19$,$|\vec{a}+\vec{b}|=24$ 则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$ ______.

解 22

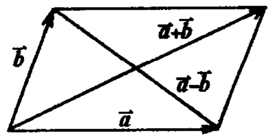


图 7—1

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos[\pi-(\vec{a}\hat{,}\vec{b})]$$

$$=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b})$$

$$2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b})=|\vec{a}+\vec{b}|^2-|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$$

$$\begin{aligned}|\vec{a}-\vec{b}|^2&=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b})\\&=2(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2)-|\vec{a}+\vec{b}|^2\\&=2(13^2+19^2)-24^2=484,\end{aligned}$$

故 $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{484}=22$.

2. 设 $|\vec{a}|=1$,$|\vec{b}|=5$,$\vec{a}\cdot\vec{b}=4$,则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ ______.

解 3

$$\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b})=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{4}{1\cdot 5}=\frac{4}{5}$$

$$\sin(\vec{a}\hat{,}\vec{b})=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\pm\frac{3}{5},$$

故 $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}||\sin(\vec{a}\hat{,}\vec{b})|=1\cdot 5\cdot\frac{3}{5}=3$.

3. 已知 $\vec{a}=\{1,1,-4\}$,$\vec{b}=\{2,-2,1\}$,则 $\vec{a}\cdot(2\vec{b})=$ ______,$\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影 $b_a=$ ______.

解 -8,$-\frac{2}{3}\sqrt{2}$

$\vec{a} \cdot (2\vec{b}) = 1 \times 4 + 1 \times (-4) + (-4) \times 2 = -8.$

$$b_a = \frac{\vec{a} \cdot 2\vec{b}}{2|\vec{a}|} = \frac{-8}{2\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2}} = -\frac{2}{3}\sqrt{2}.$$

4. 已知向量$\vec{a}$与各坐标轴的夹角分别为α,β,γ,若$\alpha = \frac{\pi}{4}$,$\beta = \frac{2\pi}{3}$,则$\gamma =$ ______.

解 $\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$.

由$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ 得$\cos^2\gamma = \frac{1}{4}$,

$\cos\gamma = \pm\frac{1}{2}$ 故$\gamma = \frac{\pi}{3}$或$\gamma = \frac{2\pi}{3}$.

5. 已知向量$\vec{a} = \{3,2,-2\}$与向量$\vec{b} = \{1,\frac{5}{2},m\}$垂直,则$m =$ ______.

解 4

要使$\vec{a}$与$\vec{b}$垂直,则$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$,

即 $3 \times 1 + 2 \times \frac{5}{2} + (-2) \times m = 0, 2m = 8, m = 4.$

6. 已知$\vec{a} = \{3,1,2\}$,$\vec{b} = \{1,2,-3\}$,则 $\vec{a} \times (2\vec{b}) =$ ______.

解 $\{-14,22,10\}$

$$\vec{a} \times (2\vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b}) = 2\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$a_y \cdot b_z - a_z b_y$

$$= 2\left[\vec{i}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}\right]$$

$$= 2[-7\vec{i} + 11\vec{j} + 5\vec{k}] = -14\vec{i} + 22\vec{j} + 10\vec{k}.$$

7. 设 $P_1(1,-3,3)$,$P_2(4,2,-1)$ 则向量$\overrightarrow{P_1P_2}$的方向余弦为$\cos\alpha =$ ______ $\cos\beta =$ ______ $\cos\gamma =$ ______.

解 $\frac{3}{5\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{-4}{5\sqrt{2}}$

$\overrightarrow{P_1P_2} = \{3,5,-4\}$.

$|\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{3^2 + 5^2 + (-4)^2} = 5\sqrt{2}.$

$$\cos\alpha = \frac{3}{5\sqrt{2}},\quad \cos\beta = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}},\quad \cos\gamma = \frac{-4}{5\sqrt{2}}.$$

8. 向量$\vec{a} = \{0,3,4\}$与$\vec{b} = \{2,2,-1\}$的夹角$(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}) =$ ______.

解 $\arccos\frac{2}{15}$.

$$|\vec{a}| = \sqrt{0+9+16} = 5, |\vec{b}| = \sqrt{4+4+1} = 3,$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0\cdot 2 + 3\cdot 2 + 4\cdot(-1) = 2,$$

$$\cos(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{2}{5\cdot 3} = \frac{2}{15},$$

故 $(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}) = \arccos\frac{2}{15}$.

9. 曲线$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$绕 y 轴旋转一周所形成的旋转曲面的方程为______.

解 $x^2 + z^2 + 2y^2 = 4$

由求旋转曲面方程的法则知只需在曲线方程中将 x 换成 $\pm\sqrt{x^2+z^2}$ 即得所求旋转曲面的方程，故所求旋转曲面的方程为 $x^2 + z^2 + 2y^2 = 4$.

10. 曲线$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ z = 1 \end{cases}$ 在 xoy 平面上的投影曲线的方程是______.

解 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ z = 0 \end{cases}$

消去 z 得投影柱面方程为 $x^2 + y^2 = 3$，故所给曲线在 xoy 平面上的投影曲线的方程为

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ z = 0 \end{cases}.$$

11. 方程 $z = 2y^2$ 的图形是______.

解 母线平行于 x 轴的(抛物)柱面.

因为在方程 $z = 2y^2$ 中不含变量 x，故此方程表示的图形是母线平行于 x 轴的柱面.

12. 过点$(-1,-2,3)$且与直线$\frac{x}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-5}{-1}$垂直的平面方程是______.

解 $4x+2y-z+11=0$

因所求平面的法向量$\vec{n}$就是已给直线的方向向量即$\vec{n}=\{4,2,-2\}$,故由平面的点法式方程得所求平面方程为

$$4(x+1)+2(y+2)-(z-3)=0,\text{即}$$

$$4x+2y-z+11=0.$$

13. 通过y轴及点$(2,-1,4)$的平面方程为______.

解 $2x-z=0$

因所求平面过y轴,故设此平面方程为

$$Ax+Cz=0.$$

又因此平面过点$(2,-1,4)$,故有关系

$$2A+4C=0,\quad A=-2C,\quad C\neq 0.$$

故所求平面方程为$-2Cx+Cz=0$,

即 $\quad 2x-z=0.$

14. 点$(1,2,3)$到平面$2x-2y+z-3=0$的距离d______.

解 $d=\frac{2}{3}$

由点到平面的距离公式,得

$$d=\frac{|2\cdot 1-2\cdot 2+1\cdot 3-3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{2}{3}.$$

15. 过点$(-1,4,0)$且与平面$3x-2y+z-5=0$垂直的直线方程为______.

解 $\frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z}{1}$

由于所求的直线与已知平面垂直,故此平面的法向量就是所求直线的方向向量,从而得所求直线的方程为 $\frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z}{1}$.

16. 过点$(1,1,1)$且与直线$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-2}$平行的直线方程为______.

解 $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$

因所求直线与已知直线平行,故已给直线的方向向量就是所求

直线的方向向量，因此所求直线的方程为

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}.$$

17. 直线 L_1：$\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{-3}$ 与直线 L_2：$\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{6}$ 的位置关系是______.

解 平行

因直线 L_1 与 L_2 的方向向量分别的 $\vec{a_1}=\{1,-2,-3\}$，$\vec{a_2}=\{-2,4,6\}$，且 $\vec{a_2}=-2\vec{a_1}$，故 $L_1 \parallel L_2$.

18. 直线 L_1 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-3}{1}$ 与直线 L_2：$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{3}$ 的夹角 $\varphi=$______.

$\dfrac{|\vec{a}\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$

解 $\arccos\dfrac{1}{14}$

$$\cos\varphi=\frac{|2\cdot 1+(-3)\cdot 2+1\cdot 3|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1^2}\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\frac{1}{14},$$

故 $\quad \varphi=\arccos\dfrac{1}{14}.$

19. 直线 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{6}$

与平面 $2x+y-2z-3=0$ 的夹角 $\varphi=$______.

解 $\arcsin\dfrac{5}{21}$

$$\sin\varphi=\frac{|2\cdot 2+3\cdot 1+6\cdot(-2)|}{\sqrt{2^2+3^2+6^2}\cdot\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=\frac{5}{21},$$

故 $\quad \varphi=\arcsin\dfrac{5}{21}.$

20. 平面 $2x-3y+6z-5=0$ 与平面 $x+2y+2z+7=0$ 之间的夹角 $\varphi=$______.

解 $\arccos\dfrac{8}{21}$

$$\cos\varphi=\frac{|2\cdot 1+(-3)\cdot 2+6\cdot 2|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{8}{21},$$

故 $\quad \varphi=\arccos\dfrac{8}{21}.$

二、单项选择题

1. $|\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{a}-\vec{b}|$ 成立的条件是(　　)

(A)$(\widehat{\vec{a},\vec{b}})<\dfrac{\pi}{2}$　　　　(B)$(\widehat{\vec{a},\vec{b}})>\dfrac{\pi}{2}$

(C)$(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\dfrac{\pi}{2}$　　　　(D)$(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$ 任意

解　选(A)

由两个向量加法与减法的运算法则知，$|\vec{a}+\vec{b}|$ 和 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 分别是以$\vec{a}$，$\vec{b}$ 为邻边的平行四边形两对角线之长，故由几何图形显然得此结论.

2. 下列说法正确的是(　　)

(A)$2\vec{i}>\vec{j}$　　　　(B)$|\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{a}-\vec{b}|$

(C)$\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ 不是单位向量　(D)$-\vec{i}$ 不是单位向量

解　选(C)

因为向量之间不能比较大小，故(A) 不正确；当$(\widehat{\vec{a},\vec{b}})\geqslant\dfrac{\pi}{2}$ 时 $|\vec{a}+\vec{b}|\leqslant|\vec{a}-\vec{b}|$，故(B) 不正确；因为 $|-\vec{i}|=1$，所以 $-\vec{i}$ 是单位向量，因此(D) 也不正确；$|\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}|=\sqrt{12+12+12}=\sqrt{3}\neq1$，故$\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ 不是单位向量，所以(C) 是正确的.

3. 下列等式成立的是(　　)

(A)$|\vec{a}|\vec{a}=\vec{a}^2$　　　　(B)$\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{b})=\vec{b}^2\cdot\vec{a}$

(C)$(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2$　　　　(D)$\vec{a}\cdot(\vec{a}\cdot\vec{b})=\vec{a}^2\cdot\vec{b}$

解　选(B)

因(B) 的左、右两端均为向量，其方向都与向量$\vec{a}$ 同向，大小都等于$\vec{b}^2|\vec{a}|$，故等式成立.

在(A) 中，等式的左端 $|\vec{a}|\vec{a}$ 是与$\vec{a}$ 同向的向量，右端 $\vec{a}^2$ 是一个数量，故等式不成立.

(C) 中$(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2\cos^2(\vec{a},\vec{b})\leqslant|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2=\vec{a}^2\vec{b}^2$，故一般等式不成立(仅当$\vec{a}$，$\vec{b}$ 共线时，等式成立).

(D) 中等式左、右两端均为向量，但左端方向平行于$\vec{a}$，右端方向

平行于$\vec{b}$,故一般不成立,(仅当$\vec{a}$与$\vec{b}$共线时,等式成立).

4. 已知向量$\vec{a}$、$\vec{b}$且$\vec{a}$与$\vec{b}$不平行,则与$\vec{a}+\vec{b}$同向的单位向量为(　　)

(A) $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$　　(B) $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}\Big/|\vec{a}+\vec{b}|$

(C) $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{|\vec{a}+\vec{b}|}$　　(D) $\dfrac{|\vec{a}|+|\vec{b}|}{|\vec{a}+\vec{b}|}$

解　选(C)

由单位向量的定义即得此结论.

5. 已知$|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{\pi}{6}$,则$|\vec{a}+\vec{b}|=$(　　)

(A)$1+\sqrt{3}$　　(B) $\dfrac{13}{4}$　　(C)2　　(D) $\dfrac{19}{4}$

解　选(D)

$$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos[\pi-(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})]$$
$$=1+3+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{19}{4}.$$

6. 已知$\vec{a}$,$\vec{b}$都是非零向量,且满足$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$,则必有(　　)

(A) $\vec{a}+\vec{b}=0$　　(B) $\vec{a}-\vec{b}=0$

(C) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$　　(D) $\vec{a}\times\vec{b}=0$

解　选(C)

由向量的运算法则知,$|\vec{a}+\vec{b}|$和$|\vec{a}-\vec{b}|$分别是以向量$\vec{a}$和$\vec{b}$为邻边的平行四边形的两条对角线的长度.由已知$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$和几何图形可知,该平行四边形是一个矩形,故$\vec{a}\perp\vec{b}$,从而$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$,故选(C).

7. 若$|\vec{a}|=5$,$|\vec{b}|=9$,$|\vec{a}+\vec{b}|=12$,则$|\vec{a}-\vec{b}|=$(　　)

(A)5　　(B)7　　(C)4　　(D) $\sqrt{68}$

解　选(D)

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos[\pi-(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})]$$
$$=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a},\hat{\ }\vec{b}),$$

$$2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b}) = |\vec{a}+\vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$$
$$= 12^2 - 5^2 - 9^2 = 38,$$

故 $$|\vec{a}-\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b})$$
$$= 25 + 81 - 38 = 68,$$
$$|\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{68}.$$

8. 已知 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2$ 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$，则 $(\vec{a}\times\vec{b})^2 =$ (　　)

(A)36　(B)27　(C)$3\sqrt{3}$　(D)$6\sqrt{3}$

解　选(B)

$$(\vec{a}\times\vec{b})^2 = |\vec{a}\times\vec{b}|^2 = [|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\hat{,}\vec{b})]^2$$
$$= (3\cdot 2\cdot\sin\frac{2\pi}{3})^2 = (3\sqrt{3})^2 = 27.$$

9. 已知 $\vec{a} = \{-1,2,3\}, \vec{b} = \{1,-1,2\}$ 则 $\vec{a}\cdot(2\vec{b}) =$ (　　)

(A)$\{-2,-4,12\}$　(B)$\{0,1,1\}$

(C)6　(D)18

解　选(C)

因 $(2\vec{b}) = \{2,-2,4\}$，

故 $\vec{a}\cdot(2\vec{b}) = (-1)\cdot 2 + 2\cdot(-2) + 3\cdot 4 = 6.$

10. 已知 $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$，则 $\vec{a}\times\vec{b}$ (　　)

(A)$-2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$　(B)$-2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$

(C)$2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$　(D)7

解　选(A)

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}.$$

11. 已知向量 $\vec{a} = \{2,-2,1\}, \vec{b} = \{8,1,4\}$，则向量 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影 $a_b =$ (　　)

(A)18　(B)6　(C)2　(D)3

解　选(C)

$$a_b = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{2\cdot 8 + (-2)\cdot 1 + 1\cdot 4}{\sqrt{8^2+1^2+4^2}} = \frac{18}{9} = 2.$$

12. 设三向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足关系:$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$则 $\vec{a}\times\vec{b}=$ ( )

(A) $\vec{c}\times\vec{b}$　　(B) $\vec{b}^2+\vec{b}\times\vec{c}$

(C) 0　　(D) $\vec{b}\times\vec{c}$

解 选(D)

由已知 $\vec{a}=-(\vec{b}+\vec{c})$,

故
$$\begin{aligned}\vec{a}\times\vec{b}&=[-(\vec{b}+\vec{c})]\times\vec{b}=\vec{b}\times(\vec{b}+\vec{c})\\&=\vec{b}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}=0+\vec{b}\times\vec{c}\\&=\vec{b}\times\vec{c}.\end{aligned}$$

13. 已知向量$\vec{a}$与各坐标轴夹角为α,β,γ若$\alpha=\frac{\pi}{4},\beta=\frac{2\pi}{3}$,则$\gamma=$( )

(A) $\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$　(B) $\frac{\pi}{3}$　(C) $\frac{2\pi}{3}$　(D) $\frac{\pi}{2}$

解 选(A)

因 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$,

故
$$\cos^2\gamma=1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4},$$
$$\cos\gamma=\pm\frac{1}{2},\gamma=\frac{\pi}{3}\text{ 或 }\gamma=\frac{2}{3}\pi.$$

14. 已知有向直线L与向量$\vec{a}=\{2,2,-1\}$平行,则下列各组数中不能作为L的方向数的是( )

(A) $\{-2,-2,1\}$　(B) $\{1,1,-2\}$

(C) $\{\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\}$　(D) $\{-\frac{2\pi}{3},-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{3}\}$

解 选(B)

因L与向量$\vec{a}$平行,故$\vec{a}$的坐标就是L的一组方向数,从而与$\vec{a}$的坐标成比例的一组数也是L的一组方向数.由于(B)中向量$\{1,1,-2\}$的坐标与$\vec{a}$的坐标不成比例,故应选(B).

14. 设有向量$\overrightarrow{M_1M_2}$且$|\overrightarrow{M_1M_2}|=4$,它与三个坐标轴的夹角为$\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$,若$M_1$的坐标为$(0,2,-2)$则$M_2$的坐标为( )

(A) $(2\sqrt{2},2,-2)$　(B) $(2\sqrt{2},4,-4)$

(C) $(2\sqrt{2},4,4)$　　　　(D) $(2,2,-2)$

解　选(B)

设 M_2 的坐标为 (x,y,z)，则有

$x-0=4\cos\dfrac{\pi}{4}$，$y-2=4\cos\dfrac{\pi}{3}$，$z+2=4\cos\dfrac{2\pi}{3}$. 解得

$x=2\sqrt{2}, y=4, z=-4$，

故 M_2 的坐标为 $(2\sqrt{2},4,-4)$.

15. 已知 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=4$，若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ (　　)

(A) 8　　(B) 4　　(C) $4\sqrt{3}$　　(D) $2\sqrt{3}$

解　选(C)

因 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b})$，

$\cos(\vec{a}\hat{,}\vec{b})=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{4}{2\cdot 4}=\dfrac{1}{2}$，$(\vec{a}\hat{,}\vec{b})=\dfrac{\pi}{3}$，

于是　$|\vec{a}\times\vec{b}|=||\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\hat{,}\vec{b})|$

$$=2\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}.$$

16. 曲线 $\begin{cases}z=x^2+y^2\\2x+z=3\end{cases}$ 在 xoy 平面投影曲线的方程为(　　)

(A) $x^2+2x+y^2=3$　　　　(B) $\begin{cases}(x+1)^2+y^2=4\\z=0\end{cases}$

(C) $\begin{cases}(x+1)^2+y^2=4\\x=0\end{cases}$　　　　(D) $\begin{cases}x^2+2x+y^2=3\\z=3-2x\end{cases}$

解　选(B)

从所给曲线的方程中消去 z，得

$3-2x=x^2+y^2$，即　$(x+1)^2+y^2=4$.

即为所给曲线在 xoy 平面上投影柱面的方程，所以曲线在 xoy 平面上的投影曲线的方程为

$$\begin{cases}(x+1)^2+y^2=4\\z=0\end{cases}.$$

17. 曲线 $\begin{cases}z=x^2+2y^2\\z=2-x^2\end{cases}$ 在 yoz 面投影曲线的方程为(　　)