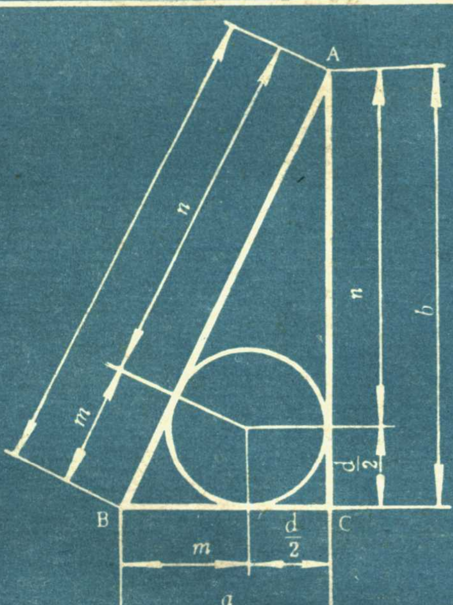
直角三角形内切圆函数表



国防工業出版社

直角三角形内切圆函数表

徐忠熙　编

国防工业出版社

内容简介

本函数表包括直角三角形内切圆函数表的建立，直角三角形各边与内切圆直径的函数关系和各函数值以及本表的使用举例。对广大从事刀具、量具、夹具、模具和样板制造、测量的技术人员和工人较为实用。

直角三角形内切圆函数表

徐忠熙 编

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第 074 号

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

山西新华印刷厂印刷

*

787×1092 1/32　印张 3 3/8　70 千字

1979年 4 月第一版　1979年 4 月第一次印刷　印数：000,001—190,400 册

统一书号：15034·1776　　定价：0.34元

前　言

测量零件的交点尺寸，不仅在刀具、量具、夹具、模具和样板制造、测量中大量存在，而且在机械维修、非标准设备制造以及其它机械加工中，也经常遇到。对这类交点尺寸，一般是采用圆柱、圆球配合通用量具进行测量。该方法的特点是操作简单，测量精度比较高，生产工人自己都能进行，且无需专用仪器。

在用圆柱、圆球测量时，往往需要进行一些几何和三角关系的运算。这些运算比较复杂，直接影响计量速度，同时，稍有不慎，将会产生差错。因此，设法简化运算过程，对提高计量速度和保证计量的正确性，都有一定意义。

遵照伟大的领袖和导师毛主席关于“人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进”的教导，根据多年的实践经验，总结了《直角三角形内切圆函数表》，在测量时运用此表，只需进行较简单的计算，便可得出欲测结果，快而准确。

这个方法曾内部刊出过两次，大家认为较有实用价值，值得普遍推广。应广大读者的要求，正式出版，公开发行。虽又经校对，但由于水平有限，缺点和错误仍恐难免，诚恳地请同志们提出宝贵意见。

该表在计算和编写中，始终得到厂领导及有关同志们的大力支持和帮助。初稿承三〇一研究所两次刊载介绍，在此表示感谢。

编者 1978 年元旦

目　　录

一、说明 ………………………………………………… 1
　1. 直角三角形内切圆函数表的建立 ……………………… 1
　2. 直角三角形内切圆函数表的查法 ……………………… 5
　3. 函数表的应用举例 ……………………………… 6
二、函数表 ………………………………………………… 13

一、说　　明

1．直角三角形内切圆函数表的建立

很早以前，我国数学家商高就提出了著名的"商高定理"，即勾股弦定理。其要点是："勾三、股四、弦五、黄方二"，就是说，在一直角三角形 ABC 中（图 1-1），$\angle A$ 的对边 $a=3$，邻边 $b=4$，斜边 $c=5$ 时，则内切圆的直径 $d=2$，这就说明了直角三角形的各边与内切圆的直径间存在着一定的关系。

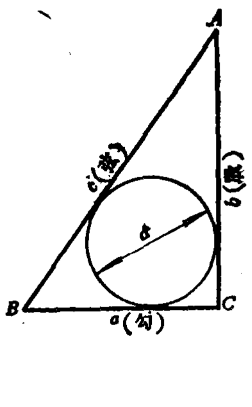


图　1-1

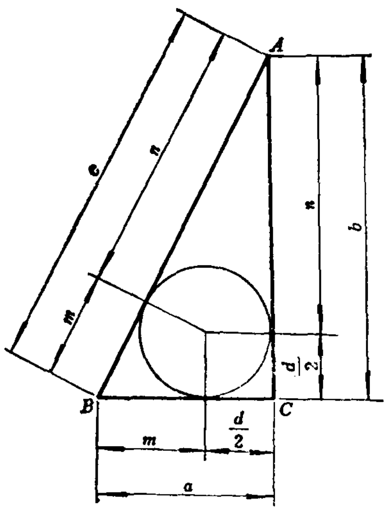


图　1-2

在直角三角形中（见图 1-2）：

令
$$a=m+\frac{d}{2}$$
$$b=n+\frac{d}{2}$$
$$c=m+n$$

则
$$a+b-c=\left(m+\frac{d}{2}\right)+\left(n+\frac{d}{2}\right)-(m+n)=d \tag{1.1}$$

所以直角三角形的内切圆直径等于两直角边之和减去斜边。这是我们建立直角三角形内切圆函数的依据。

在直角三角形中：

$$b=a\cdot\operatorname{ctg}A \tag{1.2}$$
$$c=a\cdot\csc A \tag{1.3}$$
$$a=b\cdot\operatorname{tg}A \tag{1.4}$$
$$c=b\cdot\sec A \tag{1.5}$$
$$a=c\cdot\sin A \tag{1.6}$$
$$b=c\cdot\cos A \tag{1.7}$$

如果将(1.2)和(1.3)两式代入(1.1)式，则

$$\begin{aligned}d&=a+a\cdot\operatorname{ctg}A-a\cdot\csc A\\&=a(1+\operatorname{ctg}A-\csc A)\end{aligned} \tag{1.8}$$

将（1.4）和（1.5）两式代入（1.1）式，则

$$\begin{aligned}d&=b\cdot\operatorname{tg}A+b-b\cdot\sec A\\&=b(\operatorname{tg}A+1-\sec A)\end{aligned} \tag{1.9}$$

将（1.6）和（1.7）两式代入（1.1）式，则

$$\begin{aligned}d&=c\cdot\sin A+c\cdot\cos A-c\\&=c(\sin A+\cos A-1)\end{aligned} \tag{1.10}$$

以上各式是以角A和一边表示的内切圆直径。

令 $\mathrm{aqd}\,A=\frac{d}{a}$ $\mathrm{bqd}\,A=\frac{d}{b}$ $\mathrm{cqd}\,A=\frac{d}{c}$

则
$$\mathrm{aqd}\,A=1+\mathrm{ctg}\,A-\csc A \tag{1.11}$$
$$\mathrm{bqd}\,A=1+\mathrm{tg}\,A-\sec A \tag{1.12}$$
$$\mathrm{cqd}\,A=\sin A+\cos A-1 \tag{1.13}$$

我们把 aqd A叫做$\angle A$的知对求圆函数；

把 bqd A叫做$\angle A$的知邻求圆函数；

把 cqd A叫做$\angle A$的知斜求圆函数。

如果令 $\mathrm{dqa}\,A=\frac{a}{d}$ $\mathrm{dqb}\,A=\frac{b}{d}$ $\mathrm{dqc}\,A=\frac{d}{c}$

并且把 dqa A叫做$\angle A$的知圆求对函数；

把 dqb A叫做$\angle A$的知圆求邻函数；

把 dqc A叫做$\angle A$的知圆求斜函数。

比较以上六个函数的关系式可知：

$$\mathrm{aqd}\,A=\frac{1}{\mathrm{dqa}\,A} \tag{1.14}$$
$$\mathrm{bqd}\,A=\frac{1}{\mathrm{dqb}\,A} \tag{1.15}$$
$$\mathrm{cqd}\,A=\frac{1}{\mathrm{dqc}\,A} \tag{1.16}$$

以上各式是以$\angle A$为已知量建立的。

在直角三角形中，$\angle A$与$\angle B$互为余角，即$\angle B=90^\circ-\angle A$。这时，$\angle B$的对边为$b$，而邻边为$a$，斜边仍为$c$。

如果以$\angle B$为已知量建立内切圆各函数关系，则

$\angle B$的知对求圆函数为 $\mathrm{aqd}\,B=\frac{d}{b}$

$\angle B$的知邻求圆函数为 $\mathrm{bqd}\,B=\dfrac{d}{a}$

$\angle B$的知斜求圆函数为 $\mathrm{cqd}\,B=\dfrac{d}{c}$

反之$\angle B$的知圆求对函数为 $\mathrm{dqa}\,B=\dfrac{b}{d}$

$\angle B$的知圆求邻函数为 $\mathrm{dqb}\,B=\dfrac{a}{d}$

$\angle B$的知圆求斜函数为 $\mathrm{dqc}\,B=\dfrac{c}{d}$

比较以$\angle A$为已知量和以$\angle B$为已知量的内切圆函数，则有：

$\mathrm{aqd}\,A=\mathrm{bqd}\,B$，$\angle A$的知对求圆与$\angle B$的知邻求圆函数值相等。

$\mathrm{dqa}\,A=\mathrm{dqb}\,B$，$\angle A$的知圆求对与$\angle B$的知圆求邻函数值相等。

$\mathrm{bqd}\,A=\mathrm{aqd}\,B$，$\angle A$的知邻求圆与$\angle B$的知对求圆函数值相等。

$\mathrm{dqb}\,A=\mathrm{dqa}\,B$，$\angle A$的知圆求邻与$\angle B$的知圆求对函数值相等。

$\mathrm{cqd}\,A=\mathrm{cqd}\,B$，$\angle A$与$\angle B$的知斜求圆函数值相等。

$\mathrm{dqc}\,A=\mathrm{dqc}\,B$，$\angle A$与$\angle B$的知圆求斜函数值相等。

直角三角形内切圆函数表就是根据公式（1.11）～（1.16）及$\angle A$与$\angle B$互为余角这一关系建立的。

建立了直角三角形内切圆函数表，就可以根据本函数表之值和已知三角形的边长（或内切圆直径），很方便地计算出内切圆的直径（或三角形的边长）。

2．直角三角形内切圆函数表的查法

使用本表前，最好将函数的名称及相应的符号记熟。

本表的形式类似三角函数表，它的查法也基本上与查三角函数表相同。

在每一个表的左上角，分别标有0°、1°、2°……44°，表的左端一行，从上到下标有0′、1′、2′……60′，这表明该表的数值是属于这些度、分的函数值。同样，在每一个表的右下角，分别标有89°、88°……45°，表的右端一行，由下到上也标有0′、1′、2′……60′，其意义相同。

为了便于熟悉、使用本表，在每一个表的上面和下面的第一行，分别印有函数的名称和相应的符号，与这个符号同一竖行的数字就是这个函数的函数值。

现在我们试查0°35′的知对求圆函数值aqd0°35′。首先翻到“0°”，再找出最左边一行的“35′”，然后从最上面一行的aqd$A$往下看，并从该表左边一行“35′”这个数字往右看，在它们相交处的“0.99491”就是所要查的aqd0°35′，即aqd0°35′＝0.99491。

其它函数的查法也是这样，就不一一列举了。

请试查下列各函数值：

aqd2°15′＝0.98036

dqa2°20′＝1.02079

bqd2°25′＝0.04131

dqb2°30′＝23.4147

cqd2°45′＝0.04683

dqd2°54′＝20.2789

在生产中，需加工的角度是图纸给出的，加工时用正弦规垫以块规来控制角度的大小。一般说来，角度误差精确到"分"就可以了。在某些场合，如果需要求出"秒"的函数值，可以用"内插法"获得。

例如：求出 aqd5°23′45″的函数值。

5°23′45″是介于 5°23′和 5°24′之间的角度。

查表得　　aqd5°23′ = 0.95299

　　　　　aqd5°24′ = 0.95284

相差 1′的函数值之差为：

$$0.95299 - 0.95284 = 0.00015$$

那么，相差 1″的函数值之差，则应除以 60″，即

$$\frac{0.00015}{60''}$$

可见，相差 45″的函数值，则应再乘以 45″，即

$$\frac{0.00015}{60''} \times 45'' = 0.00011$$

或者，相差 15″的函数值，应乘以 15″，即

$$\frac{0.00015}{60''} \times 15'' = 0.00004$$

因此有　　aqd5°23′45″ = 0.95299 − 0.00011

　　　　　　　　　　　= 0.95288

或者　　aqd5°23′45″ = 0.95284 + 0.00004

　　　　　　　　　　　= 0.95288

3．函数表的应用举例

例 1：如图 3-1 a 所示，需要在板上加工一直角三角形，$\alpha = 30° \pm 5'$，保证邻边 $b = 28 \pm 0.02$。若采用插床加工，求

出需预先加工与三边都相切的内切圆直径多大?

1. 先按一般的代数与三角解法计算（参看 图 3-1 b）。

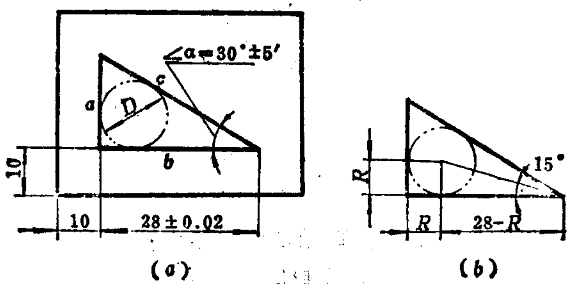


图 3-1

$$\operatorname{tg}15^\circ=\frac{R}{28-R}$$

$$R=28\times\operatorname{tg}15^\circ-R\times\operatorname{tg}15^\circ$$

$$R(1+\operatorname{tg}15^\circ)=28\times\operatorname{tg}15^\circ$$

$$\therefore\qquad R=\frac{28\times\operatorname{tg}15^\circ}{1+\operatorname{tg}15^\circ}=\frac{28\times0.26795}{1+0.26795}\approx5.917$$

故需预先加工圆的名义直径（不便求圆的极限尺寸）：

$$D=2R=2\times5.917=11.834$$

2. 用本函数表计算：

查 30° 表中的知邻求圆函数值，得

$$\mathrm{bqd}30^\circ=0.42265$$

$$\therefore\qquad D=b\cdot\mathrm{bqd}30^\circ=28\pm0.02\times0.42265$$
$$=11.834\pm0.008$$

可见，利用本函数表不仅可以很方便地求出欲求尺寸，而且还可以求出极限尺寸。

例 2：如图 3-2 a 所示，需要加工 90° 的内槽铁，保证

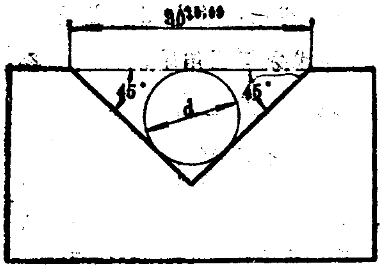


图 3-2（a）

$30^{+0.03}$，求测量用的圆柱直径 d 应是多大？

查表 45°的知斜 求圆函数值

$$\mathrm{cqd}45^\circ = 0.41421$$

$$\therefore \quad d = c \cdot \mathrm{cqd}45^\circ = 30^{+0.03} \times 0.41421$$

$$= 12.426^{+0.012}$$

说明：在实际生产中，对不同的测量尺寸分别加工一个专用圆柱是很不合算的，一般是采用标准圆柱，配合不同尺寸的块规来进行测量。

图 3-2 b 就是利用直径 $d_1 = 10$ 的标准圆柱配合块规来测量尺寸 $30^{+0.03}$，这里需求的是块规尺寸 x 为多少？

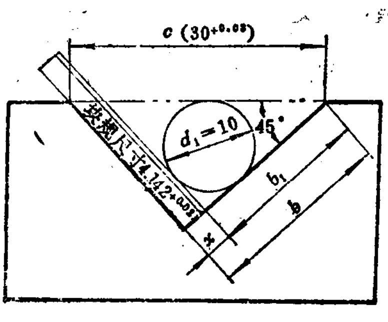


图 3-2（b）

已知 $\alpha=45^\circ$，内切圆直径 $d_1=10$，

$$\because \quad b=c\cdot\sin45^\circ=30^{+0.03}\times0.70711$$
$$=21.213^{+0.021}$$

查表，45°的知圆求邻函数值

$$\mathrm{dqb}45^\circ=1.70711$$

$$\therefore \quad b_1=d_1\cdot\mathrm{dqb}45^\circ=10\times1.70711$$
$$=17.0711$$

故所垫块规尺寸

$$x=b-b_1=21.213^{+0.021}-17.0711$$
$$=4.142^{+0.021}$$

另外，这个例子也可用图 3-2 c 的方法测量。

任选现有圆柱，设 $d_2=19.515$，仍求所垫块规尺寸 x_1 为多少？

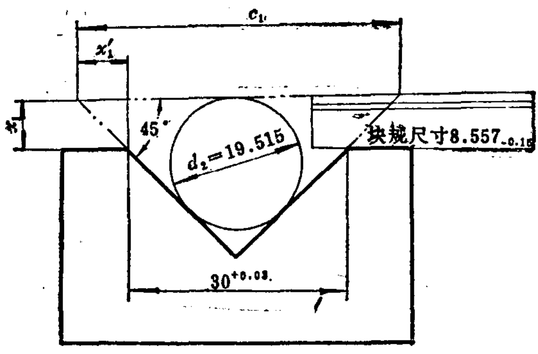


图 3-2（c）

查表，45°的知圆求斜函数值

$$\mathrm{dqc}45^\circ=2.41421,$$

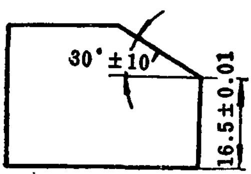
$$\therefore \quad c_1 = d_2 \cdot \mathrm{dqc}45^{\circ} = 19.515 \times 2.41421$$
$$= 47.113$$

又∵ $\qquad x_1' = x_1$

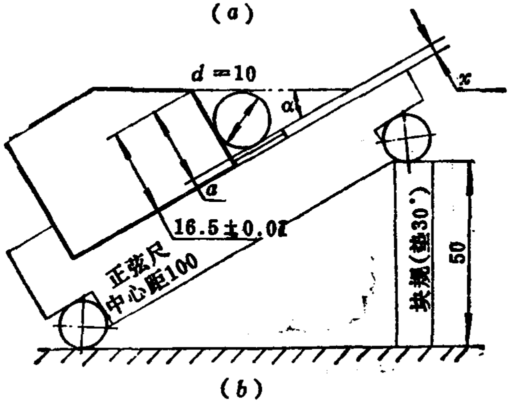
故所垫块规尺寸

$$x_1 = \frac{c_1 - 30^{+0.03}}{2} = \frac{47.113 - 30^{+0.03}}{2}$$
$$= 8.557_{-0.015}$$

例 3：加工图 3-3 *a* 之样板，$\alpha = 30^{\circ} \pm 10'$，交点尺寸为 16.5±0.01，可用中心距为 100 的正弦规，垫尺寸等于 50 的块规，使之形成 30°角（图 3-3 *b*）。若用 ϕ10 的标准圆柱测量，求需垫的块规尺寸 *x* 应是多少？



(*a*)



(*b*)

图 3-3

先求对边 a。

查表，30°的知圆求对函数值

$$dqa30° = 1.36603$$

$$\therefore \quad a = d \cdot dqa30° = 10 \times 1.36603 = 13.6603$$

故所垫块规尺寸

$$x = 16.5 \pm 0.01 - 13.660 = 2.840 \pm 0.01$$

例 4：图 3-4 a 所示为一高度样板，用 $d = 10$ 的标准圆柱，分别测量通端 $14.249_{-0.018}$ 与止端 $13.991^{+0.018}$，求所垫块规尺寸 x_T 与 x_Z 各为多少（如图 3-4 b 所示）？

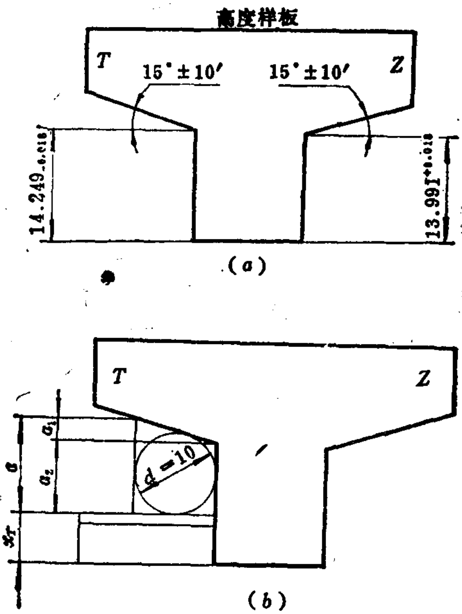


图 3-4

12

已知：$\alpha = 15^{\circ\,\pm 10'}$　$d = 10$

$T = 14.249_{-0.018}$　$Z = 13.991^{+0.018}$

∵　$a = d \cdot \mathrm{dqa}\,\alpha = 10 \times \mathrm{dqa}15^{\circ} = 11.5161$

$a_1 = d \cdot \mathrm{tg}\,\alpha = 10 \times \mathrm{tg}15^{\circ} = 2.6795$

$a_2 = a - a_1 = 11.5161 - 2.6795 = 8.837$

∴　$x_T = T - a_2 = 14.249_{-0.018} - 8.837 = 5.412_{-0.018}$

同理　$x_Z = Z - a_2 = 13.991^{+0.018} - 8.837 = 5.154^{+0.018}$