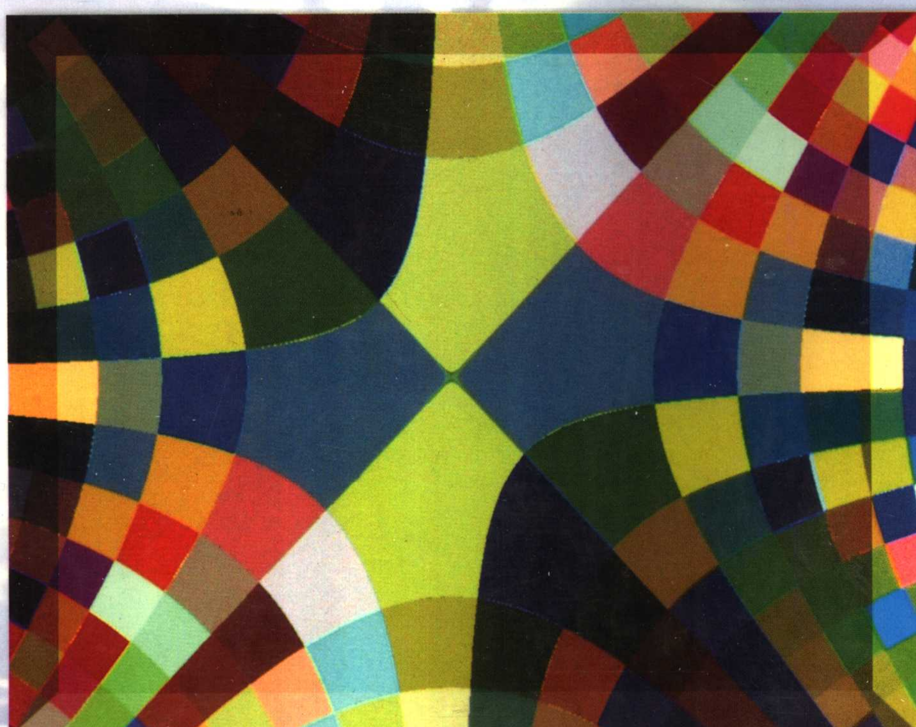
全国各类成人高等学校招生统一考试
高中起点升大专、本科考前辅导班教材

数学

丛书主编 郭光耀
本书主编 马成瑞
刘美仑



科学普及出版社

全国各类成人高等学校招生统一考试
高中起点升大专、本科考前辅导班教材

数　　学

丛书主编　郭光耀
本书主编　马成瑞　刘美仑

科学普及出版社
·北　京·

图书在版编目（CIP）数据

数学/马成瑞，刘美仑主编．一北京：科学普及出版社，1998．9
(全国各类成人高等学校招生统一考试高中起点升大专、本科考前辅导班教材/郭光耀主编)
ISBN 7-110-04359-2

Ⅰ．数…　Ⅱ．①马…　②刘…　Ⅲ．数学-高等教育：成人教育-入学考试-教材
Ⅳ．G723.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 25757 号

科学普及出版社出版
北京海淀区白石桥路 32 号　邮政编码：100081
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
北京国防印刷厂印刷

*

开本：787 毫米×1 092 毫米　1/16　印张：15.625　字数：350 千字
1998 年 9 月第 1 版　1998 年 9 月第 1 次印刷
印数：1-10000 册　　定价：25.00 元

内 容 提 要

本教材是根据国家教育委员会 1998 年制订的新的《数学复习考试大纲》编写的。内容包括:数、式、方程和方程组;集合;不等式和不等式组;指数和对数;函数;数列;排列、组合与二项式定理;复数;三角函数及其有关概念等共十八章内容。

本教材力求条理清楚,重点突出,概念明确,深入浅出。本教材文科类和理科类考生兼用。

丛书主编 郭光耀
丛书编委 （按姓氏笔画排序）
马成瑞 王　征 王小平 牛　辉 刘美仑
刘亚玲 孙荻芬 李子恒 何虎生 张立言
张　静 周伯君 岳金波 徐　刚 徐兆泰
郭义达 郭光耀 魏发辰
本书主编 马成瑞 刘美仑
本书编者 马成瑞 刘美仑 关民乐 朱国华 魏晓莉
韩乐琴 王江慈

策划编辑 肖　叶
责任编辑 胡　萍
责任校对 林　华 赵丽英
封面设计 曲　文
正文设计 曲　文

前　言

全国各类成人高等学校招生统一考试以来，由于没有专门的考前辅导班教材，使广大考生在复习过程中遇到较大的困难。为了解决这个问题，我们根据国家教育委员会1998年制订的新的《数学复习考试大纲》编写了教材《数学》，以及《数学复习指导》，以帮助考生复习和考试。本教材分文科类和理科类考生兼用。

本教材包括：数、式、方程和方程组；集合；不等式和不等式组；指数和对数；函数；数列；排列、组合与二项式定理；复数；三角函数及其有关概念等共十八章内容。

本教材编写的基本指导思想是便于考生自学，因此在阐述每个问题时，力求条理清楚，重点突出，概念明确，深入浅出；每一基本内容后面的例题也选得较多，同时将解题过程尽量写得易于接受。

请辅导教师和考生注意：按国家标准规定“tg”应改为“tan”，“ctg”应改为“cot”，因目前中学教材中仍在使用“tg”、“ctg”，所以本书没按国家标准规定改写。

由于编写时间较短，书中不当之处还请读者批评指正。

编　者

1998年7月

目　　录

第一章　数、式、方程和方程组

[考试要求]

理工农医类

(1)理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念，会进行有关运算．

(2)理解有关整式、分式、二次根式的概念，掌握它们的一些性质和运算法则．

(3)掌握一元一次方程、一元二次方程的解法，能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题．

(4)会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组；会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组(主要指以下几种类型：用加减消元法可消去某个未知数、可消去二次项的，以及至少有一个方程可分解成一次方程的)．

说明：本章内容文史财经类要求相同．

第一节　数

[内容概述]

一、实数的有关概念

1．实数

(1)实数概念：有理数和无理数统称实数．整数和分数统称有理数．

(2)实数的两种分类方法：

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\left\{\left.\begin{array}{l}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数(自然数)}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{array}\right\}\text{有限小数或无限循环小数}\right.\\ \text{无理数}\left.\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}
$$

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{止分数}\end{cases}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ \text{零}\\ \text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}
$$

2．数轴

(1)规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴．

(2)实数与数轴上的点是一一对应的．

(3)在数轴上表示的两个数,右边的数总比左边的数大．

3．相反数

(1)实数 a 的相反数是 $-a$,在数轴上的原点两旁,离开原点距离相等的两个点所表示的两个数互为相反数．

(2)a、b 互为相反数$\Leftrightarrow a+b=0$.

4．绝对值

(1)一个正数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零,即

$$|a|=\begin{cases} a & (a>0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

(2)$|a|\geqslant 0$,即$|a|$是个非负实数．

(3)在数轴上,$|a|$表示实数 a 所对应的点到原点的距离．

5．倒数

(1)1 除以一个数的商叫做这个数的倒数,零没有倒数．即非零实数 a 的倒数是$\frac{1}{a}$.

(2)a 和 b 互为倒数$\Leftrightarrow a\cdot b=1$.

(3)a 和 b 互为负倒数$\Leftrightarrow a\cdot b=-1$.

6．算术平方根

(1)若一个数的平方等于 a,这个数就叫做 a 的平方根．

一个正数有两个平方根,这两个平方根互为相反数;零的平方根是零;负数没有平方根．

(2)正数 a 的正的平方根,叫做 a 的算术平方根,零的算术平方根是零．

二、实数的运算

1．运算法则

(1)加法法则:同号两数相加,取相同的符号,并把绝对值相加;绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值．互为相反数的两个数相加得零;一个数同零相加,仍得这个数．

(2)减法法则:减去一个数等于加上这个数的相反数．

(3)乘法法则:两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘,任何数同零相乘都得零．

(4)除法法则:除以一个数等于乘上这个数的倒数．

(5)乘方:求 n 个相同因数的乘积的运算叫做乘方,即 $a\cdot a\cdots a=a^n$,利用乘法法则运算即可．

2．运算定律

(1)加法交换律:$a+b=b+a$;

(2)加法结合律:$(a+b)+c=a+(b+c)$;

(3)乘法交换律:$a\cdot b=b\cdot a$;

(4)乘法结合律:$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$;

(5)乘法对加法的分配律:$a\cdot(b+c)=ab+ac$.

3．运算顺序

通常把六种基本的代数运算分成三级，加与减是第一级运算，乘与除是第二级运算，乘方与开方是第三级运算，运算顺序为：

先算高级运算，再算低一级运算；同级运算在一起，按从左到右的顺序运算；如果有括号，先算小括号内的，再算中括号内的，最后算大括号内的．

[例题剖析]

例 1

(1)如果 x 为实数，且 $|x|=2$，求 x．

(2)如果 $|x-2|=5$，求实数 x．

分析：(1)由绝对值的定义知，正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，所以绝对值相等的两个实数互为相反数．

(2)把 $x-2$ 看成一个整体，用字母 a 代表代数式 $x-2$，此题变为 $|a|=5$，求出 a 值后再求 x．

解：(1)因为 $|x|=2$，所以 $x=\pm 2$．

(2)因为 $|x-2|=5$，所以 $x-2=\pm 5$，

所以 $x=7$ 或 $x=-3$．

例 2 如果 a 是实数，那么 a 的绝对值的相反数是什么数?

分析：因为 a 是实数，所以 要把 a 分成正数，负数和零三种情况进行讨论．

如果 $a>0$，那么 $|a|=a$，其相反数为 $-a<0$；

如果 $a<0$，那么 $|a|=-a$，其相反数为 $a<0$；

如果 $a=0$，$|a|=0$，其相反数为 0．

所以，一个实数的绝对值的相反数不会是正数．

说明：正实数和零合称为非负实数；负实数和零合称为非正实数；正整数和零合称为非负整数．

解：实数 a 的绝对值的相反数一定是非正实数．

例 3 下列各式中正确的个数是(　　)．

(1) $|-0.1|<|-0.01|$；　(2) $|-\frac{1}{3}|<\frac{1}{4}$；　(3) $\frac{2}{3}<|-\frac{3}{4}|$；　(4) $|\frac{1}{8}|>-\frac{1}{7}$．

(A)1 个　(B)2 个　(C)3 个　(D)4 个

分析：实数大小比较的根据是在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大．具体地说，正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数；两个正数，绝对值大的较大；两个负数，绝对值大的反而小．在这四个比较大小的题中，加入了绝对值，要先求出题中的绝对值，再进行比较．

解：因为 $|-0.1|=0.1>|0.01|=0.01$，

$|-\frac{1}{3}|=\frac{1}{3}>\frac{1}{4}$，

$|-\frac{3}{4}|=\frac{3}{4}>\frac{2}{3}$，

$|\frac{1}{8}|=\frac{1}{8}>-\frac{1}{7}$，

所以 (1)、(2)不正确，(3)、(4)正确，所以 应选(B)．

例 4　a、b、c 均为实数，在数轴上的对应点的位置如图 1-1 所示，且 $|a|=c$.

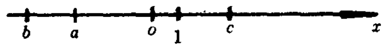


图 1-1

(1)用“<”号把 a,b,c 的大小关系表示出来；

(2)求 $a+c$ 的值；

(3)判断 $a+b,b+c,c-b,a-c$ 的符号；

(4)化简：$|a+b|+|c-b|+|a-c|$.

分析：因为数轴上的点与实数一一对应，所以可利用数轴上表示实数的点的位置关系研究实数的有关概念和运算．

解：(1) $b<a<c$.

(2)因为　表示 a、c 的两点在数轴上关于原点对称，所以　a 与 c 互为相反数，

所以　$a+c=0$.

(3)根据有理数加法的符号规律，可知

$a+b<0,b+c<0,c-b>0,a-c<0$.

(4)
$$\begin{aligned}&|a+b|+|c-b|+|a-c|\\&=-(a+b)+(c-b)-(a-c)\\&=-a-b+c-b-a+c\\&=-2a-2b+2c.\end{aligned}$$

说明：通过数轴把数和形(点)有机地结合起来，这样不仅可以把抽象的数学问题转化为直观的图形问题，同时也为我们研究问题开辟了一条新的途径——数形结合．

例 5　已知 a、b 为实数，且 $|a+2|+(2b-1)^2=0$，求 $a^{1998}\cdot b^{1999}$的值．

分析：不论 a 为什么实数，$|a+2|$ 总是一个非负数；不论 b 为什么实数，$(2b-1)^2$ 也总是一个非负数．根据非负数的性质，若 n 个非负数的和等于零，则每个非负数必定为零，本题可解．

解：因为　$|a+2|+(2b-1)^2=0$,

所以 $\begin{cases}a+2=0,\\2b-1=0.\end{cases}$　所以 $\begin{cases}a=-2,\\b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

当 $a=-2,b=\dfrac{1}{2}$时，

$$\begin{aligned}a^{1998}\cdot b^{1999}&=a^{1998}\cdot b^{1998}\cdot b=(ab)^{1998}\cdot b\\&=\left[(-2)\times\frac{1}{2}\right]^{1998}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

说明：常用的非负数有：①实数的绝对值是非负数，即 $|a|\geqslant 0$；②实数的偶数次幂为非负数，即 $a^{2n}\geqslant 0$(n 为正整数)；③非负数的算术平方根为非负数，即$\sqrt{a}\geqslant 0(a\geqslant 0)$．常用的非负数性质有：①$n$ 个非负数的和仍是非负数；②若 n 个非负数的和等于零，则每个非负数必定为零；③n 个非负数的积仍是非负数．

例 6　下列命题中正确的是(　　).

(A) $-\sqrt{25}$没有平方根；

(B)25 的平方根是 5；

(C) -25 的平方根是 -5；

(D) $\sqrt{25}$的算术平方根是 5.

分析:根据平方根的概念我们知道负数没有平方根;正数的平方根有两个,它们互为相反数;所以本题结果很容易得出.

解:因为　25 的平方根是 ± 5, $\sqrt{25}=5$ 的算术平方根是$\sqrt{5}$,负数没有平方根,

所以　正确的是 $-\sqrt{25}$没有平方根,选(A).

例 7　计算:

(1) $3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3-(-2)\div(-2)^2+(-\frac{1}{2})\times(-3)\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3$;

(2) $\left[1\frac{1}{24}-\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)\times 24\right]\div(-5)$.

解:(1)原式 $=3\times(-\frac{1}{8})-(-2)\div 4+(-\frac{1}{2})\times(-3)\div(-\frac{1}{8})$

$$=-\frac{3}{8}+\frac{1}{2}-12$$

$$=-11\frac{7}{8}.$$

(2)原式 $=\left[1\frac{1}{24}-(9+4-18)\right]\div(-5)$

$$=\left(1\frac{1}{24}+5\right)\div(-5)$$

$$=\left(\frac{25}{24}+5\right)\times(-\frac{1}{5})$$

$$=-\frac{5}{24}-1$$

$$=-1\frac{5}{24}.$$

说明:有理数的混合运算中,必须注意运算顺序和每一个运算法则的正确使用,同时还要注意运算定律的使用,这样可以使运算过程简单,不易出错.

第二节　式

[内容概述]

一、代数式的有关概念

1. 代数式

(1)把数和表示数的字母用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)连接起来的式子叫做代数式,单独的一个数或一个字母也叫代数式.

(2)代数式的分类:

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

说明:有理式与无理式的区别在于根号内是否含有字母;整式与分式的区别在于除式中是否含有字母.

2. 整式

除式中不含有字母的有理式叫整式．

整式中只含有加、减、乘、乘方运算(若含有除法运算，除式中必须不含字母)，并且整式对这几种运算封闭．

整式包括单项式和多项式．

3. 分式

除式中含有字母的有理式叫做分式．

分式的基本性质：分式的分子、分母都乘以(或除以)同一个不等于零的整式，分式的值不变．

分式的符号法则：在分子、分母、分式三个符号中，任意改变其中两个，分式值不变．

4. 二次根式

(1)二次根式的概念：式子$\sqrt{a}$($a\geqslant 0$)叫做二次根式；

(2)二次根式的性质：

①当 $a\geqslant 0$ 时，$(\sqrt{a})^2=a$；

②$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a>0), \\ 0 & (a=0), \\ -a & (a<0). \end{cases}$

说明：(1)表示方根的代数式叫做根式，即当$\sqrt[n]{a}$有意义时，式子$\sqrt[n]{a}$叫做根式．

(2)根式与无理式的区别与联系：两者都带有根号，但根式不要求根号内必须含有字母，无理式则要求根号内必须含有字母，如$\sqrt{2}$是根式但不是无理式．

二、代数式的运算

1. 整式运算

(1)整式加减法：在去括号的基础上合并同类项．

(2)幂的运算法则：

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$；$a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0)$；

$(ab)^n=a^nb^n$；$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}(b\neq 0)$；

$(a^m)^n=a^{mn}$.

(3)整式乘法及乘法公式：

①整式乘法包括单项式乘以单项式、单项式乘以多项式，多项式乘以多项式．

②乘法公式：

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$；

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$；

$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$；

$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$.

2. 因式分解

(1)把一个多项式分解成若干个整式乘积的形式叫做把这个多项式因式分解，也叫分解因式．

说明：如果没有特殊说明，是指在有理数范围内分解因式，一定要分解到不能分解为止．

(2)因式分解的常用方法：

①提取公因式法；

②公式法；

③十字相乘法；

④分组分解法．

3．分式运算

(1)分式加减法：同分母分式相加(减)，只要把分子相加(减)作为分子，分母不变，并把结果化简；异分母分式相加(减)，要先通分，再转化为同分母分式的相加(减)．

(2)分式乘除法及乘方：两个分式相乘时，分子的乘积作为积的分子，分母的乘积作为积的分母，再把结果化简、约分．两个分式相除时，把除式的分子、分母颠倒后与被除式相乘．分式乘方时，把分子、分母各自乘方．

4．二次根式运算

(1)二次根式的加减法：先化成最简根式，然后再合并同类根式．

(2)二次根式的乘法：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\,(a\geqslant0,b\geqslant0)$．

(3)二次根式的除法：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\,(a\geqslant0,b>0)$．

若除式是二次根式和的形式时，可用有理化分母的方法．

[例题剖析]

例1　(1)计算：$3(2x^2+5xy-4y^2)+2(x^2+5y^2)-4(-x^2+3xy)$；

(2)先化简，再求值：

$\frac{1}{2}ab^2-\frac{1}{3}\left(a^2b-\frac{1}{2}ab^2\right)-2\left(\frac{1}{3}ab^2-\frac{1}{2}a^2b-1\right)$，其中 $a=-\frac{1}{2}$，$b=3$．

分析：对两个整式或两个以上的整式进行加、减运算时，实际上是通过去括号，转化为合并同类项．

解：(1)原式$=6x^2+15xy-12y^2+2x^2+10y^2+4x^2-12xy$

$=(6+2+4)x^2+(15-12)xy+(-12+10)y^2$

$=12x^2+3xy-2y^2$．

(2)原式$=\frac{1}{2}ab^2-\frac{1}{3}a^2b+\frac{1}{6}ab^2-\frac{2}{3}ab^2+a^2b+2$

$=\frac{2}{3}a^2b+2$；

当 $a=-\frac{1}{2}$，$b=3$ 时，

原式$=\frac{2}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times3+2=2\frac{1}{2}$．

例2　计算：

(1)$(-2x^4y^2z^3)(-3x^2y^2z^4)$；

(2)$(x-2y+3z)(x+2y-3z)$；

(3)$(a-b)^3(a+b)^3(a^2+b^2)^3$．

解：(1)原式$=(-2)(-3)x^{4+2}y^{2+2}z^{3+4}=6x^6y^4z^7$．

(2)原式$=[x-(2y-3z)][x+(2y-3z)]$

$=x^2-(2y-3z)^2$

$=x^2-(4y^2-12yz+9z^2)$
$=x^2-4y^2+12yz-9z^2.$

(3)原式$=[(a-b)(a+b)(a^2+b^2)]^3$
$=[(a^2-b^2)(a^2+b^2)]^3$
$=(a^4-b^4)^3$
$=a^{12}-3a^8b^4+3a^4b^8-b^{12}.$

说明:整式乘法除根据运算法则计算外,还应注意分析题目结构,注意运用乘法公式,以简便运算.

例 3 分解因式:

(1)$x^2-8x+12$;

(2)$x^2+2xy+y^2-a^2+2ab-b^2$;

(3)x^4-46x^2+25;

(4)x^6-y^6.

解:(1)$x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$.

(2)$x^2+2xy+y^2-a^2+2ab-b^2=(x+y)^2-(a-b)^2=(x+y+a-b)(x+y-a+b)$.

(3) x^4-46x^2+25
$=x^4-10x^2+25-36x^2$
$=(x^2-5)^2-(6x)^2$
$=(x^2+6x-5)(x^2-6x-5)$.

(4) x^6-y^6
$=(x^3)^2-(y^3)^2$
$=(x^3+y^3)(x^3-y^3)$
$=(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$.

说明:分解因式的基本方法是提取公因式法、公式法、十字相乘法和分组分解法.本例中,(1)题用的是十字相乘法,今后用途广泛;(2)题和(4)题都是公式法,但要选择好公式,如(4)题若先用立方差公式,则运算量比较大;第(3)题是分组分解法,要适当分组,以便可用公式或可以提取公因式等.

例 4 计算:

(1)$\dfrac{2x-y}{x^2-xy-2y^2}-\dfrac{3x+y}{x^2-y^2}$;

(2)$(xy-x^2)\div\dfrac{x^2-2xy+y^2}{xy}\cdot\dfrac{x-y}{x^2}$.

解:(1)原式$=\dfrac{2x-y}{(x+y)(x-2y)}-\dfrac{3x+y}{(x+y)(x-y)}$
$=\dfrac{(2x-y)(x-y)-(3x+y)(x-2y)}{(x+y)(x-y)(x-2y)}$
$=\dfrac{(2x^2-3xy+y^2)-(3x^2-5xy-2y^2)}{(x+y)(x-y)(x-2y)}$
$=\dfrac{-x^2+2xy+3y^2}{(x+y)(x-y)(x-2y)}$
$=\dfrac{-(x+y)(x-3y)}{(x+y)(x-y)(x-2y)}$

$$=\frac{-x+3y}{(x-y)(x-2y)}.$$

(2)原式 $=x(y-x)\div\frac{(x-y)^2}{xy}\cdot\frac{x-y}{x^2}$

$$=-x(x-y)\cdot\frac{xy}{(x-y)^2}\cdot\frac{x-y}{x^2}$$

$$=-y.$$

说明:异分母分式相加减,在通分时要注意对多项式分解因式,以便找到分母的最低公倍式,分式乘除法中,也应注意对多项式进行因式分解,这样可以简化运算.

例5 计算:

(1) $2\sqrt{48}-3\sqrt{27}-4\sqrt{72}+2\sqrt{128}$;

(2) $(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(7\sqrt{2}+5\sqrt{3})-(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2+(5+2\sqrt{6})^{19}(5-2\sqrt{6})^{20}$;

(3)已知 $x=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, $y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$,求 $3x^2-5xy+3y^2$ 的值.

分析:(1)二次根式的加减运算要先把根式化成最简根式,再合并同类根式.

例如: $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$, $\sqrt{128}=\sqrt{8^2\times2}=8\sqrt{2}$.

像这样①被开方数的每一个因式的指数都小于开方次数2;②根号内不含分母的二次根式称为最简二次根式.如果 n 个二次根式化成最简根式以后,被开方数相同,那么这 n 个二次根式叫做同类根式.如 $8\sqrt{3}$ 与 $-9\sqrt{3}$ 是同类根式.

(2)合理运用乘法分配律的运算法则,可使计算简便.

(3)先化简,再求值,并注意适当变形,可使运算简便.

解:(1)原式 $=2\cdot4\sqrt{3}-3\cdot3\sqrt{3}-4\cdot6\sqrt{2}+2\cdot8\sqrt{2}$

$$=8\sqrt{3}-9\sqrt{3}-24\sqrt{2}+16\sqrt{2}$$

$$=-\sqrt{3}-8\sqrt{2}.$$

(2)原式 $=(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(7\sqrt{2}+5\sqrt{3})$

$$-(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2+[(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})]^{19}\cdot(5-2\sqrt{6})$$

$$=(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(7\sqrt{2}+5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3})+5-2\sqrt{6}$$

$$=(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(4\sqrt{2}+7\sqrt{3})+5-2\sqrt{6}$$

$$=24+21\sqrt{6}-8\sqrt{6}-42+5-2\sqrt{6}$$

$$=11\sqrt{6}-13.$$

(3) $x=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=5-2\sqrt{6}$,

$$y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$=5+2\sqrt{6},$$

所以 $x+y=10$, $xy=1$.

原式 $=3x^2+6xy+3y^2-11xy=3(x+y)^2-11xy=300-11=289$.

另解:原式 $=3x^2-6xy+3y^2+xy=3(x-y)^2+xy$

因为 $x-y=-4\sqrt{6}$, $xy=1$,

所以 原式 $=3\times(-4\sqrt{6})^2+1=289$.