初中毕业班考试复习指南

数学

彭光清 陈 荔

福建教育出版社

目　　录

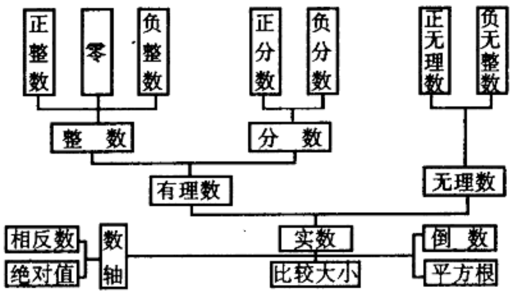
代数

几何

代数

第一讲　实数的有关概念

知识网络



中考热点

本节重点考查实数的分类以及相反数、倒数、绝对值、数轴、平方根等概念，其题型以填空题、选择题为主，多属基础题，而有关开放型、创新型的题目也不断出现在中考题中.

范例评析

例 1　在 -7，$\cot45°$，$\sin60°$，$\frac{\pi}{3}$，$-\sqrt{9}$，$(-\sqrt{7})^{-2}$，$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^0-\sqrt{2}$，0.08108 中，无理数的个数为　　（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

解：$\because \cot45°=1$，$\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\sqrt{9}=-3$，$(-\sqrt{7})^{-2}=\frac{1}{7}$，$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^0=1$，$\therefore$ 无理数有 $\sin60°$，$\frac{\pi}{3}$，$-\sqrt{2}$，故应选 C.

[评析] 对于实数的分数问题，应先将给出的数进行化简，然后紧扣概念进行分类.

例 2　已知 a、b 互为相反数，且都不等于零，求代数式 $(a^2-b^2)+(\frac{b}{a}+2)+2$ 的值.

解：原式 $=(a+b)(a-b)+(\frac{a}{b}+2)+2$

$$=0\cdot(a-b)+(-1+2)+2=3$$

[评析] 相反数有以下特征：相加为零；不为零时，相除得 -1.

例 3　实数 a、b、c 在数轴上的对应点位置如图 1－1 所示，化简 $\sqrt{(a-c)^2}+|a-b|+|b+c|-\sqrt{c^2}$

解：　$\because a>c$，$\therefore a-c>0$

$$\therefore \sqrt{(a-c)^2}=|a-c|=a-c$$

又$\because a<b$，$\therefore a-b<0$，$\therefore |a-b|=b-a$

又$\because c<0$，$b>0$，且$|c|>|b|$，$\therefore c+b<0$

$\therefore |b+c|=-b-c$

又$\because c<0$，$\therefore \sqrt{c^2}=-c$

$\therefore$原式$=a-c+b-a-c-b+c=-c$

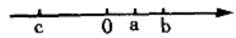


图 1－1

［评析］应充分利用数轴的直观性把实数的相反数．绝对值以及大小比较等问题通过数轴作数形统一的转化，使轴象的代数问题变得具体而形象，有利于问题的解决．

强化训练一

一、填空题

1．-1.5的相反数是_______，倒数是_______，绝对值是_______．

2．0.36的平方根是_______，$\sqrt{9}$的算术平方根是_______，-50的平方根是_______，-64的立方根是_______．

3．化简$|3-\pi|+|4-\pi|=$_______．

4．绝对值不大于3的所有整数是__________，他们的和是_______，他们的积是_______．

5．_______的相反数等于它本身，倒数等于本身的数是_______，_______的绝对值等于它的相反数，平方根等于本身的数是_______，立方根等于本身的数是_______．

6．若a、b互为相反数，c、d互为倒数，则$\frac{-2a-2b}{cd}$的值为_______．

7．若实数a、b、c满足$|3a-1|+b^2+\sqrt{c-3}=0$，则$a^b+c=$_______．

8．用“$>$”或“$<$”或“$=$”连接下列各式

$-\pi$ _______ -3.14　　　　0.1^{-1} _______ 3^2

$2\sqrt{3}$ _______ $3\sqrt{2}$　　　　$-\frac{2}{3}$ _______ $-\frac{3}{4}$

9．若$x^2+1=170$，则$x=$_______，若$(x+1)^3=-125$，则$x=$_______．

10．如果$\sqrt{a^2}+|b|=b-a$，那么a，b在数轴上的大概位置是____________．

二、选择题

1．已知$|x|=2$，则下列四个式子中一定正确的是（　　）

A．$x=2$　　B．$x=-2$　　C．$x^2=4$　　D．$x^3=8$

2．下列叙述正确的是（　　）

A．正数的平方根不可能是负数　　B．无限小数是无理数

C．实数和数轴上的点一一对立　　D．带根号的数是无理数

3．若a为有理数，则下列判断中正确的是（　　）

A．$-a$为负数　　B．$|a|$是非负数　　C．$\sqrt{a}$是非负数　　D．a的倒数是$\frac{1}{a}$

4．如果$a=1+\sqrt{2}$，$b=\frac{1}{1-\sqrt{2}}$，那么a与b（　　）

A．互为倒数　　B．互为相反数　　C．互为有理化因式　　D．相等

5．已知$\frac{1}{a}-|a|=1$，则$\frac{1}{a}+|a|$的值为（　　）

A．± 5　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\pm\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$或1

三、解答题

1．若$|a|=3$，$b^2=4$，求$a-b$的值．

2. 若 $y=x^2-3x+a$，且 $\sqrt{y-4}+|2-x|=0$，求 a 的值.

3. 已知 $a>0$，$b<0$，$c>0$，且 $|a|<|b|<|c|$，化简 $|a+b|-\sqrt{(a-c)^2}+\sqrt{b^2+c^2+2bc}$.

4. 比较 a 与 $\frac{1}{a}$ 的大小，(1) 当 $0<a<1$ 时，(2) 当 $a>1$ 时.

四、能力题

1. 将下列实数从尽可能多的角度进行分类：3.1415，-7，0，$\sqrt{5}$，$-\pi$，$-0.\dot{7}$，$\sqrt{144}$，$2+\sqrt{3}$，$-\frac{2}{3}$，-0.020020002，$\frac{22}{7}$

2. 比较 $x^2+\frac{1}{x^2}$ 与 2 的大小（$x\neq0$）.

3. 观察以下等式：

$1\times2=\frac{1}{3}\times1\times2\times3$

$1\times2+2\times3=\frac{1}{3}\times2\times3\times4$

$1\times2+2\times3+3\times4=\frac{1}{3}\times3\times4\times5$

$1\times2+2\times3+3\times4+4\times5=\frac{1}{3}\times4\times5\times6$

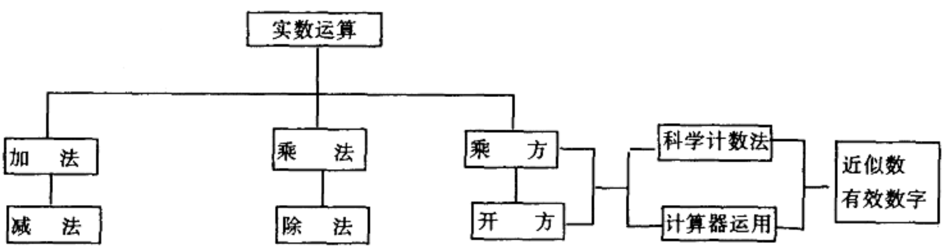
……

根据以上规律，请你猜测：

$1\times2+2\times3+3\times4+4\times5+\cdots+n(n+1)=$________（$n$ 为正整数）

第二讲　实数的运算

知识网络



中考热点

实数运算是“双基”考查的重点，主要侧重于运算能力，学生必须以不变应万变，透过现象把握本质，才能将问题转化为熟知的或运用已有知识能处理的情形，那种仅凭机械记忆或套用现成模式的思路是无法奏效的，本节考查题型有填空题、选择题、解答题.

范例评析

例 1　我国现有人口总数为 1295000000，用科学计数法表示这个数是__________（保留

2个有效数字）

解：$1295000000 = 1.295 \times 10^9 \approx 1.3 \times 10^9$

［评析］（1）对于比较大的数用科学记数法表示即对于正数 m（$m \geqslant 1$），$m = a \times 10^n$ 其中 $1 \leqslant |a| \leqslant 10$．（2）有效数字与单位无关，精确度与单位有关．

例2 计算(1) $-\{5\frac{3}{4} - 2^2 \div [(\frac{1}{2})^2 + 3 \times (-\frac{3}{4})] \times \frac{1}{8}\}$

(2) $-0.25^2 \div (-\frac{1}{2})^4 + (1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{3} - 3.75) \times 24$

解：（1）原式 $= -[5\frac{3}{4} - 4 \div (\frac{1}{4} - \frac{9}{4}) \times \frac{1}{8}]$

$= -(5\frac{3}{4} + 4 \div 2 \times \frac{1}{8})$

$= -(5\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) = -6$

（2）原式 $= -(\frac{1}{4})^2 \div \frac{1}{2^4} + (\frac{11}{8} + \frac{7}{3} - \frac{15}{4}) \times 24$

$= -\frac{1}{4^2} \times 2^4 + 11 \times 3 + 7 \times 8 - 15 \times 6$

$= -1 + 33 + 56 - 90 = -2$

［评析］（1）运算时要特别注意括号的作用．（2）有时运用运算律进行运算比较简便．（3）运算中要特别注意运算顺序．（4）算式中既有小数又有分数，通常先化小数为分数，然后计算比较简便．

强化训练二

一、填空题

1．一只苍蝇的腹内细菌多达2800万个，用科学记数法表示为________万个．

2．近似数0.033万精确到______位，有______个有效数字，用科学计数法表示，记作________万．

3．$\sqrt{3} - 2$的相反数________，倒数________，绝对值________，平方为________．

4．若 $abc < 0$，则 a、b、c 中负因数的个数是________．

5．计算（1）$(-9) + |-7| =$________　（2）$-(-3) - (-5) =$________

(3) $(-2)^3 + (-3)^2 =$________　(4) $\sqrt{2} \times \sqrt{18} =$________

(5) $(-2)^2 - (-\frac{1}{2})^{-1} =$________　(6) $(\sqrt{2} - 3)^0 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} =$________

6．已知$\sqrt{(a-1)^2}$与$|b+1|$互为相反数，则 $a^{2001} + b^{2002}$的值为________．

7．夏季高山上的温度从山脚起每升高 100^m 降低0.7℃，已知山脚的温度为26℃，山顶的温度为14.1℃，那么此山的高度是____________．

8．观察下列算式

$2^1 = 2$　$2^2 = 4$　$2^3 = 8$　$2^4 = 16$　$2^5 = 32$　$2^6 = 64$　$2^7 = 128$　$2^8 = 256$……

通过观察，用你发现的规律写出 8^9 的末位数字是________．

9．若$\sqrt{5} = a$，$\sqrt{50} = b$，则$\sqrt{0.5} =$________．

10．数轴上的点 A、B、C、D 分别表示数 a、b、c、d，已知 A 在 B 的右侧，C 在 B 的左侧，D 在 B、C 之间，请用“>”号将 a、b、c、d 连起来____________．

二、选择题

1. 某种细菌在培养过程中，细菌每半小时分裂一次（由一个分裂为两个），经过两小时这种细菌由1个可分裂繁殖成（　　）

A. 8个　　B. 16个　　C. 4个　　D. 32个

2. 下列计算正确的是（　　）

A. $[2+(-2)]^0=1$　　B. $10^{-4}\times10^4=1$　　C. $(10^4)^2=10^{16}$　　D. $(3\times10^3)=9\times10^3$

3. 如果 $(x^2-y^2)^0=1$，那么 x 与 y 的关系是（　　）

A. $x>y$　　B. $y>x$　　C. $x\neq y$　　D. $|x|\neq|y|$

4. 已知 $\frac{a}{b}=-1$，则下列式子 (1) $a^2+b^2=1$　(2) $a^3+b^3=0$　(3) $(a+b)^{98}=0$　(4) $\frac{a^2}{b^2}=-1$ 中不正确的是（　　）

A. (1)(2)　　B. (1)(4)　　C. (1)(2)(4)　　D. (2)(3)(4)

5. 下列计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{9}+\sqrt{16}=5$　　B. $\sqrt{0.05}-\sqrt{0.01}=0.2$　　C. $\sqrt{0.36}\times\sqrt{\frac{4}{121}}=\frac{6}{55}$　　D. $4\sqrt{\frac{1}{4}}=1$

6. 一家三口（父亲、母亲、女儿）准备参加旅行团外出旅行，甲旅行社告知"父母买全票，女儿按半价优惠"，乙旅行社告知："家庭旅游按团体计价（即每人按全价的八折收费）". 若这两家旅行社每人的原票价相同，那么（　　）

A. 甲比乙更优惠　　B. 乙比甲更优惠

C. 甲与乙相同　　D. 与原票价有关

三、解答题

1. 计算 $|1-\sqrt{5}|+5\times(\sqrt{5})^{-1}+(-2001)^0-\sqrt{125}$

2. 计算 $(\frac{1}{2})^{-2}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}+2\sin30°\cdot\cos30°+|\sqrt[3]{-8}+\sqrt{3}|$

3. $(\sqrt{3}-3\sqrt{12}-\sqrt{6})\times2\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

4. $(\sqrt{18}-4\sqrt{\frac{1}{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}})\div\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. $71\frac{15}{16}\times(-8)$　（应用运算律简便运算）

6. $\dfrac{-[-(-1)^{2n}]}{(-1)^{2n}\times5\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}\div(-1)^{2n+1}}$　（n 为整数）

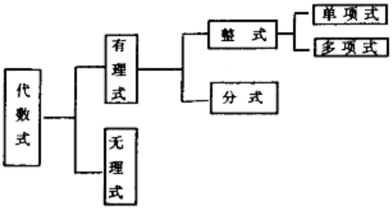
四、能力题

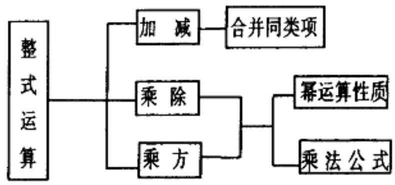
1. 若 a、b、c 为实数，且 $ax^2+bx+c=0$，并有 $|a-2|+\sqrt{a+b-4}+(c+3)^2=0$，求 x^2+x+1

2. 试求 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{32}+1)+1$ 的个位数.

第三讲　整式的运算

知识网络





中考热点

本节考查代数式的有关概念，整式的加、减、乘、除、乘方、去括号、添括号法则以及幂运算性质、乘法公式，其试题常以填空题、选择题为主，并有少量的解答题以及“观察、归纳、猜想”的试题也将不断出现在今后中考题中.

范例评析

例1 用代数式表示（1）a 与 -3 的差，（2）比3除 a 的商大2的数，（3）原来每天用水 m 吨，节水后每天少用1吨，则 n 吨的水可以多用的天数，（4）a 与 b 和的平方减去 a 与 b 的平方和.

解：（1）$a+3$　（2）$\frac{a}{3}+2$　（3）$(\frac{n}{m-1}-\frac{n}{m})$ 天　（4）$(a+b)^2-(a^2+b^2)$

［评析］（1）要区别“除”与“除以”；（2）要区别“差平方”与“平方差”；（3）有单位时多项式要加括号；（4）不能用除号表示.

例2 化简 $3x^3-\{5x^2-[2x-(3x^2-3x+x^3)]-5x\}$

解：原式 $=3x^3-\{5x^2-[2x-3x^2+3x-x^3)]-5x\}$

$=3x^3-\{5x^2-5x+3x^2+x^3-5x\}$

$=3x^3-8x^2-x^3+10x$

$=2x^3-8x^2+10x$

［评析］(1) 不论去、添括号都要保证不改变原式的值.（2）去括号一般由内向外，是先去小括号，再去中括号，最后去大括号，可以一边去括号一边合并.（3）括号前面是“-”号时，去括号时括号内各式均要变号，不能只改变第一项的符号.

强化训练三

一、填空题

1. 代数式 $-\frac{2x^2y}{3}$ 的系数是________，它是________次单项式.

2. 多项式 $5a-3a^3-\frac{a^2+1}{2}$ 是____次____项式，它的最高次项是________，二次项系数是________，常数项是________.

3. 若 $-3a^mb^{n-2}$ 与 $2a^2b$ 是同类项，则 $m+n=$________.

4. 把多项式 $3xy^3+x^3y+6-4x^2y^2$，按 x 的升幂排列是________________.

5. $(a+b-c)(-a+b+c)=[b+(\quad)][b-(\quad)]$

6. 计算：(1) $-x^2\cdot(-x^3)=$____________　(2) $(-3a^2b)^2=$____________

(3) $8x^2y^5\div2xy^2=$____________　(4) $(-x+7)(-x-7)=$____________

(5) $(-a-b)^2=$______ (6) $(a+1)(a-2)=$______

7. 计算

(1) $(2\times10^5)\cdot(-3\times10^2)\div(5\times10^4)=$______

(2) $a^3\cdot a^3-a^3-(a^3)^3+a^3(1-a^2)=$______

(3) $100\frac{1}{15}\times99\frac{14}{15}=$______

(4) $-2a^3b\cdot(3ab^2c^3)\cdot(3ab^2)^{-1}=$______

8. 若 n 为自然数，$x^{2n}=3$，则 $3(x^{2n})^3-2(x^2)^{2n}$的值为______.

9. 当 a______时，$(2a+1)^0=1$，当 a______时，式子 $(a+3)^{-2}=\frac{1}{(a+3)^2}$成立.

10. 等式$|a+b|=a+b$ 给出条件______就成立.

二、选择题

1. 下列计算正确的是 ( )

A. $2a^2+3a^3=2a^5$ B. $2a^{-2}=\frac{1}{2a^2}$ C. $(5a^3)^2=25a^6$ D. $(-a^2)^2\div a=a^4$

2. 若 a 为实数，下列代数式中，一定是负数的是 ( )

A. $-a^2$ B. $-(a+1)^2$ C. $-\sqrt{a^2}$ D. $-(|-a|+1)$

3. 某品牌的彩电降价 30% 以后，每台售价为 a 元，则该品牌彩电每台原价应为 ( )

A. $0.7a$ 元 B. $0.3a$ 元 C. $\frac{a}{0.3}$元 D. $\frac{a}{0.7}$元

4. 已知 $x^2-2mx+1$ 是完全平方式，则 m 的值为 ( )

A. 1 B. -1 C. ±1 D. 0

5. 下面是一名同学所做的 6 道练习题：(1) $(-3)^0=1$ (2) $(x+y)^2=x^2+y^2$ (3) $(-a^5)\div(-a)^3=a^2$ (4) $a^3+a^3=a^6$ (5) $(0.3xy^2)^3=0.27x^3y^6$ (6) $\sqrt{(-2)^2}=2$，他做对的题的个数是 ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

三、解答题

1. 计算

(1) $3m-5n-4(2m-n)+2[3m-8-5(m-n)]$

(2) $3xy^2-[3xy^2-(4xy^2-2x^2y)]+2x^2y-xy^2$

(3) $(a+b)^2+a(2b-a)-2ab^2\div2a$

(4) $(2x-y+a)(2x+y-a)$

(5) $[(a+\frac{1}{2}b)^2+(a-\frac{1}{2}b)^2](2a^2-\frac{b^2}{2})$

2. 已知 $a(a-1)-(a^2-b)=-2$,求$\frac{a^2+b^2}{2}-ab$ 的值.

3. 先化简，再求值. $(x-y)(x+y)-(x+y)^2+2y(y-x)$,其中 $x=1$，$y=3$.

4. 已知 $A=a^2+b^2-c^2$，$B=-4a^2+2b^2+3c^2$，求 $B-2A$ 的值.

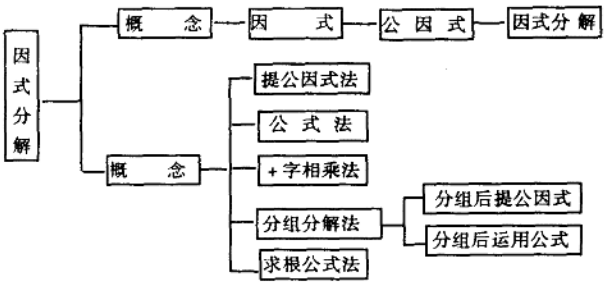
四、能力题

1. ΔABC 的三边 a、b、c，适合 $a^4+b^4+c^4=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$，试判定三角形的形状.

2. 若用 $(-x)$ 代替 x，多项式 x^2-2^4+3 的值是否会改变？x^3-2x^5+3 的值是否会改变？你能否发现或猜想出什么结论？

第四讲　因式分解

知识网络



中考热点

本节因式分解是数学中最重要的恒等变形，熟练掌握和灵活运用因式分解的各种方法是解答数学问题的重要知识基础和技能技巧，中考常常结合分式和方程，以客观性命题及解答题的命题形式进行考测.

范例评析

例1　因式分解下列各式

(1) x^3-4x　　　　(2) $2a^3b+8a^2b^2+8ab^3$

(3) a^2-2a-b^2+2b　　　　(4) $am+bm+a+b$

解：(1) 原式 $=x(x^2-4)=x(x+2)(x-2)$

(2) 原式 $=2ab(a^2+4ab+4b^2)=2ab(a+2b)^2$

(3) 原式 $=(a^2-b^2)+(-2a+2b)=(a+b)(a-b)-2(a-b)=(a-b)(a+b-2)$

(4) 原式 $=(am+bm)+(a+b)=m(a+b)+(a+b)=(a+b)(m+1)$

[评析] 因式分解的一般思路是“一提、二套，三分组”. 一提是指首先考虑能否提取公因式，二套是其次考虑能否套用公式（包括十字相乘），最后考虑分组分解.

例2　分解因式 $(x^2+x+2)(x^2+x-3)+4$

解：解法一　原式 $=(x^2+x)^2-(x^2+x)-6+4$

$=(x^2+x)^2-(x^2+x)-2$

$=(x^2+x-2)(x^2+x+1)$

$=(x+2)(x-1)(x^2+x+1)$

解法二　原式 $=(x^2+x+2)^2-5(x^2+x+2)+4$

$=(x^2+x+2-4)(x^2+x+2-1)$

$=(x+2)(x-1)(x^2+x+1)$

解法三　原式 $=(x^2+x-3)^2+5(x^2+x-3)+4$

$=(x^2+x-3+1)(x^2+x-3+4)$

$=(x+2)(x-1)(x^2+x+1)$

[评析] 本题利用换元思想把 (x^2+x) 或 (x^2+x+2) 或 (x^2+x-3) 看成一个整体，从而使运算简便，换元法是中学代数中常用的重要的数学方法.

例 3 (1) 分解因式 $ab(c^2+d^2)+cd(a^2+b^2)$

(2) 化简 $(a-b)(a+b)^3-(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

解：(1) 原式 $=abc^2+abd^2+a^2cd+b^2cd$

$=(abc^2+a^2cd)+(abd^2+b^2cd)$

$=ac(bc+ad)+bd(ad+bc)$

$=(ad+bc)(ac+bd)$

(2) 原式 $=(a^2-b^2)(a+b)^2-(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

$=(a^2-b^2)(a^2+2ab+b^2-a^2-b^2)$

$=2ab(a^2-b^2)=2a^3b-2ab^3$

[评析]因式分解与乘法运算的过程正好相反，结果形式也不同，但中间过程可以穿插使用，如(1)题只有先进行乘法运算才能重新分组，而(2)题中用了因式分解，使计算简便.

强化训练四

一、填空题

1. 多项式 $12a^3b^3-8ab^2-16a^2b^4$ 各项的公因式是________，因式分解的结果是________.

2. 分解因式的结果为 $2x^2y^2(xy^2-3x-1)$ 的多项式是________.

3. 把下列各式因式分解

(1) $1-64x^2=$________　　(2) $9t^2+2t+\frac{1}{9}=$________

(3) $4a^2(1-m)+\frac{b^2}{9}(m-1)=$________　　(4) $16x^2-(x^2+4)^2=$________

4. 因式分解

(1) $x^2-xy+xz-yz=$________

(2) $x^2-4y^2-4x+4=$________

(3) $2(a+2)(a-3)-a^2+4=$________

5. 因式分解

(1) $x^2-7x+12=$________　　(2) $2x^2+15xy+7y^2=$________

(3) $(x+y)^2-(x+y)-2=$________

6. 当 m________时，$a^2-12a-m$ 是完全平方式；若 $k=$________时，$4x^2-kx+9$ 是完全平方式.

7. 要使二次三项式 x^2+mx-6 能在整数范围内分解因式，则 m 可取的整数为________.

8. 在实数范围内因式分解

(1) $x^2-2=$________　　(2) $2x^2-5x+1=$________

二、选择题

1. 下列多项式中能用公式法进行因式分解的是　　(　　)

A. x^2+4　　B. x^2+2x+4　　C. $x^2-x+\frac{1}{4}$　　D. x^2-4y

2. 下列因式分解正确的是　　(　　)

A. $x^2-2x-3=x(x-2)-3$　　B. $a^{4n}+a^{3n}+a^{2n}=a^n(a^4+a^3+a^2)$

C. $(a-b)(x-y)^2-(a+b)(y-x)^2=-2b(x-y)^2$　　D. $ab(a-b+c)=a^2b-ab^2+abc$

3. 已知多项式 x^2+5x+m 有一个因式 $x-3$，则这个多项式可分解为　　(　　)

A. $(x-3)(x+2)$　　B. $(x-3)(x-2)$　　C. $(x+2)(x+2)$　　D. $(x-3)(x+8)$

4. 一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 的两个实数根为 -3、4，那么二次三项式 x^2+px+q 可分解为（　　）

A. $(x+3)(x+4)$　　B. $(x-3)(x+4)$　　C. $(x-3)(x-4)$　　D. $(x+3)(x-4)$

5. 为了把多项式 a^3-2a^2+a-2 用分组分解法分解因式，不同的分组方法有　（　　）

A. 一种　　B. 两种　　C. 三种　　D. 四种

6. 已知 x、y 是实数，且 $(x^2+y^2)(x^2-1+y^2)-12=0$，那么 x^2+y^2 的值是　（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 3 或 -4　　D. -3 或 4

三、解答题

1. 因式分解

(1) $(a-b)+2x(b-a)-x^2(b-a)$

(2) $\frac{1}{2}x^2-2x-6$

(3) $-\frac{2}{3}x^{n+1}+4x^n-6x^{n-1}$

(4) $4a^2b^2-(a^2+b^2-1)^2$

(5) $x^4y+2x^3y^2-x^2y-2xy^2$

(6) $(x+y)^2-4(x+y-1)$

(7) $(x^2+3x-2)(x^2+3x+4)-16$

(8) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

2. 在实数范围内因式分解

(1) x^5y-9xy^5

(2) $3x^2-2x-2$

四、能力题

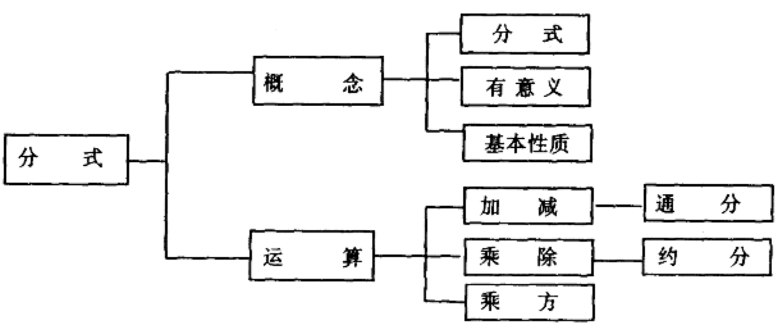
1. 设 a、b、c 是三角形的三边，求证：$a^2-b^2-c^2-2bc<0$

2. 请你写出一个多项式，使他在实数范围内因式分解，要求所用的方法是“分组分解法”.

3. 已知 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+k$ 是一个整式的完全平方，求常数 k，并求出这个完全平方式.

第五讲　分　　式

知识网络



中考热点

本节的重难点是分式的有关概念、性质及运算，中考常从正确理解有理式、分式、最简分式、最简公分母等概念入手，并要求学生熟练掌握、灵活运用分式化简及求值的方法与技巧，试题常以填空、选择和解答题的面目出现.

范例评析

例1 当 x 取何值时，下列分式有意义？当 x 取何值时，分式的值是零？

(1) $\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$　　　(2) $\dfrac{|x|-2}{x^2+1}$

解：(1) $x-2\neq0$，即 $x\neq2$ 时，分式$\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$有意义.

又∵分子 $x^2-5x+6=0$　得 $x_1=3$．$x_2=2$

又当 $x=2$ 时，分母 $=0$，当 $x=3$ 时，分母 $\neq0$.

∴ $x=3$，时分式的值是零

(2) x 取任何实数时，分式都有意义.

$x=\pm2$ 时，分式的值为零.

［评析］(1) 讨论分式有无意义时，要对原分式进行讨论不能讨论化简后的分式.

(2) 只有当分子等于零而分母不为零时，分式的值才是零.

例2 计算(1) $\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{6}{x^2-9}-\dfrac{x-1}{6-2x}$　　(2) $\dfrac{2x-6}{4-4x+x^2}\div(x+3)\cdot\dfrac{x^2+x-6}{3-x}$

解：(1) 原式 $=\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{6}{(x+3)(x-3)}+\dfrac{x-1}{2(x-3)}$

$$=\frac{2(x-3)-6\times2+(x-1)(x+3)}{2(x+3)(x-3)}$$

$$=\frac{x^2+4x-21}{2(x+3)(x-3)}=\frac{(x-3)(x+7)}{2(x+3)(x-3)}=\frac{x+7}{2x+6}$$

(2) 原式 $=\dfrac{2(x-3)}{(2-x)^2}\cdot\dfrac{1}{x+3}\cdot\dfrac{(x+3)(x-2)}{-(x-3)}=\dfrac{2}{2-x}$

［评析］(1) 分式加减运算，一般是先通分，再加减，而通分的关键是要找最简公分母，而最简公分母的确定则要先将分母进行因式分解．(2) 分式的乘除运算实为约分，约分的关键是找出分式中分子、分母的公因式，所以约分之前必须将各分式的分子、分母进行分解.

强化训练五

一、填空题

1．当 a ________时，分式$\dfrac{2a-1}{3a+2}$有意义，当 a ________时，分式$\dfrac{a^2-4}{2a^2-5a+2}$的值为零，当 a ________时，分式$\dfrac{a+1}{2a-3}$没有意义.

2．分式$\dfrac{1}{x^2-1}$，$\dfrac{1}{x^2-2x+1}$，$\dfrac{1}{x^2-3x+2}$的最简公分母是________________.

3．在下列括号内填上使等式成立的分子或分母

(1) $\frac{x}{2y}=\frac{2xy}{(\quad)}$　　(2) $\frac{b+c}{a}=\frac{ab^2+abc}{(\quad)}$

(3) $\frac{a-b}{a^2+2ab+b^2}=\frac{(\quad)}{(a+b)^3}$　　(4) $\frac{x^3-4x}{2x^2-5x+2}=\frac{(\quad)}{2x-1}$

4．不改变分式的值，使下列分式的分子分母的最高次项的系数是正数．

(1) $\frac{-m^2+1}{5-m}=$ ________　　(2) $\frac{1-x^2}{-x+x^2-1}=$ ________

(3) $\frac{x-1}{2x-3y^2}=$ ________

5．不改变分式的值，把下列分式的分子、分母中各项的系数都化为整数．

(1) $\frac{0.1x+y}{2x-0.03y}=$ ________　　(2) $\frac{1+\frac{1}{3}a}{2-\frac{3}{2}a}=$ ________

6．计算：(1) $\frac{y}{2x^3}\cdot\frac{6x^2}{5y}=$ ________　　(2) $\frac{16yz^2}{3x}\div(-8xz)=$ ________

(3) $(1+\frac{1}{x-1})\div\frac{x}{x^2-1}=$ ________　　(4) $\frac{12}{x^2-9}+\frac{2}{3-x}=$ ________

7．若$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$，当 $R_1=20$，$R_2=15$ 时，R 的值为________．

8．已知$\frac{x+2y}{2y}=\frac{5}{2}$，则$\frac{x+y}{y}$的值为________．

二、选择题

1．已知分式$\frac{1}{1-2a}$的值是正数，则 a 的取值范围是　　(　　)

A．$A>0$　　B．$a=-1$　　C．$a<\frac{1}{2}$　　D．$a\neq-\frac{1}{2}$

2．已知 $ab\neq0$，$a+b\neq0$，则 $(a^{-1}+b^{-1})^{-1}=$　　(　　)

A．$a+b$　　B．$\frac{1}{ab}$　　C．$\frac{ab}{b+a}$　　D．$\frac{a+b}{ab}$

3．若公式$\frac{1}{x^2-2x+m}$不论 x 取何值总有意义，则 m 的取值范围是　　(　　)

A．$m\geqslant1$　　B．$m>1$　　C．$m\leqslant1$　　D．$m<1$

4．一件工程三人各自单独做,所需时间为 a 天、b 天、c 天,则三人合作完成这项工程需要(　　)天．

A．$\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}$　　B．$\frac{1}{a+b+c}$　　C．$\frac{a+b+c}{3}$　　D．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

5．下列运算正确的是　　(　　)

A．$\frac{a}{a-b}=-\frac{a}{a+b}$　　B．$\frac{1}{2m}-\frac{1}{m}=\frac{1}{m}$　　C．$x\div\frac{x}{y}\cdot\frac{1}{x}=xy$　　D．$\frac{a+\frac{1}{2}}{a-\frac{1}{2}}=\frac{2a+1}{2a-1}$

6．已知 $x^2-5x-1998=0$，则代数式$\frac{(x-2)^3-(x-1)^2+1}{x-2}$的值是　　(　　)

A．1999　　B．2000　　C．2001　　D．2002

三、解答题

1．计算

(1) $(\frac{-3m}{10xy})^2\div\frac{3y}{5m^3x^2}\cdot(-5x^2y)$

(2) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-1}\cdot\frac{x^2+x}{x-3}$

(3) $(a-\frac{a}{a+1})\div\frac{a^2-2a}{a^2-4}\cdot\frac{a+1}{a^2+3a+2}$

(4) $(\frac{3+a^n}{3-a^n}+\frac{a^n-3}{a^n+3}-\frac{12a^{2n}}{a^{2n}-9})\div\frac{a^n+1}{a^{2n}-9}$

2. 先化简，再求值 $(\frac{a^2-ab}{a^2b+b^3}-\frac{2a^2}{b^3-ab^2+a^2b-a^3})(1-\frac{b-1}{a}-\frac{b}{a^2})$，其中 $a=-2$，$b=\frac{1}{2}$

四、能力题

1. 已知 $a^2+2a-1=0$，求 $\frac{1}{a+1}-\frac{a+3}{a^2-1}\cdot\frac{a^2-2a+1}{a^2+4a+3}$的值.

2. 已知 $x=(a-b)^2$，求证 $\frac{x-1}{x+a-b}-\frac{1-x}{x-a+b}=2$

3. 请你阅读下列计算过程，再回答所提出的问题.

$\frac{x-3}{x^2-1}-\frac{3}{1-x}=\frac{x-3}{(x+1)(x-1)}-\frac{3}{x-1}$ (A)

$=\frac{x-3}{(x+1)(x-1)}-\frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$ (B)

$=x-3-3(x+1)$ (C)

$=x-3-3x+3$ (D)

$=-2x$

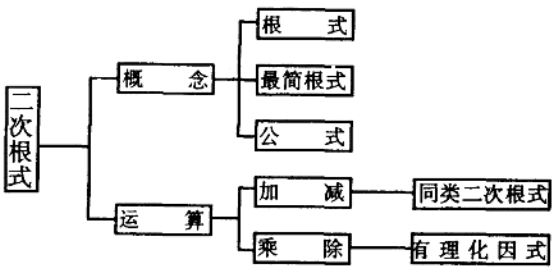
(1) 上述过程中，从哪一步开始出现错误____________.

(2) 从 B 到 C 是否正确________，若不正确，错误的原因是________________.

(3) 请正确解答.

第六讲　二次根式

知识网络



中考热点

本节的重难点是二次根式的主要性质和运算，正确、灵活地运用上面的运算定律、性质和公式对二次根式进行恒等变形，使二次根式的运算简便，其题型以填空题、选择题、解答题为主，要求学生在解题中掌握题型的内在联系和规律，探索灵活、简捷的解法，提高分析问题的能力和运算能力.

范例评析

例1 当 x 取何值时，下列各式有意义

(1) $\sqrt{-2x^2}$　　(2) $\sqrt[3]{3x-2}$　　(3) $\dfrac{\sqrt{2-x}}{x+1}$

解：(1) 由 $-2x^2\geqslant 0$. 即 $x^2\leqslant 0$. 得 $x=0$，$\therefore$ 当 $x=0$ 时，$\sqrt{-2x \backslash +2}$有意义.

(2) x 取任何实数时，$\sqrt[3]{3x-2}$都有意义

(3) 由 $\begin{cases}2-x\geqslant 0\\ x+1\neq 0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x\leqslant 2\\ x\neq -1\end{cases}$，$\therefore$ 当 $x\leqslant 2$ 且 $x\neq -1$ 时，原式有意义.

[评析] 要使代数式有意义，必须使分式的分母不为零，偶次根式的被开方数大于等于零.

例2 计算

(1) $\dfrac{2}{b}\sqrt{ab^2}\cdot(-\dfrac{3}{2}\sqrt{a^3b})\div\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{b}{a}}$　　(2) $\dfrac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\dfrac{x+y-2\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

解：(1) 原式 $=\dfrac{2}{b}\cdot(-\dfrac{3}{2})\cdot 3\sqrt{ab^2\cdot a^3b\cdot\dfrac{a}{b}}$

$$=-\frac{9}{b}\sqrt{a^5b^2}=-9a^2\sqrt{a}$$

(2) 原式 $=\dfrac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\sqrt{x}-\sqrt{y}-(\sqrt{x}-\sqrt{y})=0$

[评析] (1) 根式乘除不一定要先将根式化为最简根式，只须根号外与根号内分别相乘除，最后再化简.

(2) 二次根式的乘除运算要注意利用乘法公式简化运算.

例3 阅读下面的文字后，回答问题.

小明和小芳解答题目："先化简下式，再求值.

$a+\sqrt{a^2-2a+1}$，其中 $a=9$" 时，得出了不同的答案.

小明的解答是：原式 $=a+\sqrt{(1-a)^2}=a+(1-a)=1$

小芳的解答是：原式 $=a+\sqrt{(1-a)^2}=a+(a-1)=2a-1$

$=2\times 9-1=17$

(1) ________的解答是错误的.

(2) 错误的解答在于未能正确运用二次根式的性质________

解：(1) 小明　　(2) $\sqrt{a^2}=|a|$

[评析] 本例考查学生对二次根式概念、性质的理解，要求学生灵活运用所学知识，分析解决问题，是中考命题新方向.

强化训练六

一、填空题

1. $\sqrt{16}$的平方根________，$1-\sqrt{2}$的倒数________.