

高中一年级第一学期

学习

指导

河南省基础教育教学研究室 编

数学



大象出版社

学习

指导

人民教育出版社

数

学

高中一年级第一学期

学习指导



数 学

河南省基础教育教学研究室 编

大象出版社

责任编辑：宋海波

封面设计：高 岚

版式设计：欧阳林棣

河南省“扫黄打非”工作领导小组办公室协同河南省财政厅、河南省公安厅、河南省新闻出版局、河南省版权局等五厅局联合制订的《对举报“制黄”、“贩黄”、侵权盗版和其他非法活动有功人员奖励办法》中规定“各级财政部门安排专项经费，用于奖励举报有功人员”，奖励标准为“对于举报有功人员，一般按每案所涉及出版物经营额百分之二以内的奖励金予以奖励。”

此外，大象出版社也郑重承诺：一经司法机关查处和我社认定，对举报非法盗版我社图书的印刷厂、批发商的有功人员给予图书码洋2%的奖励并替举报人保密。

举报电话：0371-69129682（河南省“扫黄打非”办公室）
800-883-6289，0371-63863536（大象出版社）

学习 指导

河南省基础教育教学研究室 编

高中一年级第一学期

数学学习指导

河南省基础教育教学研究室 编

责任编辑 宋海波

责任校对 王 森 裴红燕

大象出版社 出版

（郑州市经七路25号 邮政编码450002）

网址：www.daxiang.cn

河南龙华印务有限公司印刷

新华书店经销

开本 787×1092 1/16 8.5印张 206千字

2004年7月第4版 2006年7月第3次印刷

ISBN 7-5347-2487-2/G·2013

定 价 8.10 元

若发现印、装质量问题，影响阅读，请与承印厂联系调换。

印厂地址 郑州市金水区祭城镇花胡庄

邮政编码 450046

电话 (0371) 65686720

ISBN 7-5347-2487-2



9 787534 724879 >

教材变了，考王来了



“大象考王”，秀出名门——大象出版社是河南省唯一一家专业教育出版社，也是河南省唯一一家全国优秀出版社。

以中考、高考和阶段测试为基本立足点，“大象考王”一共推出新书100多种，在河南教育图书市场上演一场红、蓝、绿“三色风暴”！“河南考生读‘大象考王’，‘大象考王’助河南考生”的观点已经深入人心。不少教研专家和优秀教师预言：立足创新、立足河南、面向全国的“大象考王”，将成为莘莘学子新时代的“三色宝书”。

“大象考王”品牌教辅包括三大系列

红色 “大象考王”中考系列 包括“河南重点名校中考复习内部讲义”丛书（大纲本/非课改试验区用）、“全国课改名校中考复习新讲义”丛书（新课标总复习系列/课改试验区用）及“全国中考试题荟萃解析”丛书（试题精选研究系列）。

●“河南重点名校中考复习内部讲义”丛书：《中考第一第二轮复习专用测试》（分科分册）、《中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷》（分科分册）

●“全国课改名校中考复习新讲义”丛书：《新课标中考复习精讲与测试》（分科分册）、《新课标中考第三轮复习冲刺专用模拟试卷》（分科分册）

●“全国中考试题荟萃解析”丛书：《全国中考试题分类解析》、《全国中考试卷汇编与解答》、《中招考新题型》（包括数学、物理、化学）

蓝色 “大象考王”同步测试系列 包括“新课标节节高”丛书。这是专为课改实验区七至九年级各个学科并配合所有版本教材开发的《单元测评与阶段（月考）试卷》。

由北京、山东、江苏、福建、湖北、湖南、安徽、甘肃等第一批国家课改试验区教研专家以及河南省课改试验区重点中学的优秀教师严格按照新课标理念编写，河南省基础教研专家最终审定把关。

●名家执笔，内容新创。

●专家把关，专业品质。

●深入研发，精心打造。

●结合省情，方便实用。

绿色 “大象考王”高考系列 包括《河南高考新学典·高考第一轮复习提要与测评（2006版）》（系统讲练）、《河南高考新学典·高考第二轮复习专项突破（2006版）》（专题讲练）、《河南高考新学典·最新高考模拟试卷（2006版）》（专用测试）。

由大象出版社和河南省基础教研室联合推出，供高中三年级学生在一、二、三轮复习时配套使用，本套书与省情紧密结合，集科学性、权威性于一体，在河南的图书市场上占据四个惟一：

●惟一一套根据最新的高考考试大纲及考试大纲说明而编写的高考复习资料。

●惟一一套由河南省基础教研室组织编写。

●惟一一套集合省内命题专家、教育界权威和教学精英并结合高校招生思路联合编写的高考复习资料。

●惟一一套结合河南省教学实际，依据国家考试大纲，在分省命题的探索中编写的高考复习用书。

河南考生读“大象考王”，“大象考王”助河南考生



丛书构成

●**系统讲练** 《河南高考新学典·高考第一轮复习提要与测评(2006版)》,该套书包含语文、数学、英语、物理、化学、政治、历史、地理、生物等九本,是河南高考新学典中的系统讲练丛书,是河南重点高中高考第一轮复习的经验总结和升华。

●**专题讲练** 《河南高考新学典·高考第二轮复习专项突破(2006版)》,该套书包含语文、数学、英语、物理、化学、政治、历史、地理、生物等九本,是河南高考新学典中的专题讲练丛书,它集中了数十名优秀辅导教师的复习教学秘诀的整理和提炼。

●**专用测试** 《河南高考新学典·最新高考模拟试卷(2006版)》,该套书包含语文、数学、英语(包括英语听力)、文科综合、理科综合等5本,是河南高考新学典中的专用测试丛书,有强化学习效果、提高应试能力的作用。

本套书供高三学生在三轮复习时配套使用。第一轮偏重基础知识的梳理和整合,结合教学实际,参照大纲的要求,全面涵盖基础知识,为学生打牢基础。第二轮分专题对高中阶段所学知识进行系统讲解,结合当前热点,配合能力培养,由一些对高考把握比较好的专家编写,专业分工细致,借鉴全部高考数据,专业分析,专业评价,为学生提高对高考试题的把握,增强应试能力做强化的训练,会有

意想不到的效果。第三轮的模拟试卷供学生最后冲刺使用,由专家和教学前线的优秀教师共同编写,它不单是对高考命题的预测,更是针对学生的学习实际,为学生完成最后的冲刺,实现由量变的质变的蜕变而设计,有助学生更充分的把握高考。

丛书特色

本套书由大象出版社和河南省基础教育教学研究室联合推出。是科学、权威和省情相互融合的结合品。在河南的图书市场,本套书占有四个惟一:

●**科学** 这是河南图书市场惟一一套根据最新的高考考试大纲及考试大纲说明而编写的高考复习资料。进行广泛的调研,结合素质教育的要求,借鉴现有的案例,严把编写质量关。

●**权威** 这是河南图书市场上惟一一套由河南省教研室组织编写,惟一一套集合省内命题专家、教育界权威、教学精英结合高校招生思路联合编写的高考复习资料。

●**省情** 近年的高考改革实践表明,高考试卷的分省命题将成为高考命题的趋势。这是惟一一套结合我省教学实际,依据国家考试大纲,在分省命题的前进探索中编写的高考复习用书。

编写说明

为了全面贯彻落实《全日制普通高级中学教学大纲》的精神,使学生在掌握基础知识的同时,形成运用知识解决实际问题的能力,我室组织编写了“高中各科学学习指导”丛书。广大师生在使用过程中对这套丛书给予了充分的肯定和好评,也对书中的不足之处提出了宝贵的修改意见。2004年,教育部颁布了《全日制普通高级中学课程标准》,并在山东、广东、海南、宁夏四省区进行新教材实验。“课程标准”提出了许多新的教学理念和教学要求。为了适应高中课程改革发展的需要,我室组织一线教师和教学研究人员,依据现行“教学大纲”规定的知识和能力要求,参考新的“课程标准”的精神,采纳广大师生提出的合理建议,对这套丛书进行了重新编写。

本次编写以培养学生的创新精神和实践能力为宗旨,在强调指导功能的同时,突出了同步讲练。各册均紧扣教材内容编写,在栏目的设计上,除注重丛书的共性之外,还充分考虑了学科的特点,以使其更符合各学科的教学实际,更具针对性。

数学学科以章为大的编写单位,同步讲练具体到每一节。本书各章设置了以下栏目:

要点聚焦 是对本章知识的整合和浓缩,可以帮助同学们掌握预习的重点,把握学习方向。

精讲精练 这一部分是主体,分节编写。每节下设“本节精讲”和“本节精练”两个子栏目,通过讲和练的有机结合,力求加强对教材知识的理解和巩固。其中许多不同层次的习题,更满足了不同程度学生的训练需求。

难点探究 既是对本章难点的深入分析,又是与高考接轨、向高考过渡的知识拓展,为同学们把握高考重点作了必要的点拨和铺垫。

综合测试 通过练习题的训练,加强对本章知识的综合性学习。

在各章讲练之后,设计了“期中测试”和“期末测试”两套试题,以方便同学们对所学知识进行自我检测。

考虑到使用的需要,我们对部分习题提供了参考答案(另外结集出版)。

这套丛书包括思想政治、语文、英语、数学、物理、化学、中国近代现代史、地理、生物九个学科,它最突出的特点就是有讲有练、讲练结合,将知识的概括与能力的训练有机地组织在一起;习题设计新颖、典型;板块设置也因学科特点而灵活调整,从而突出了实用性,达到了内容与形式的统一。

参加本册书编写的作者是骆传枢、张玉莲、张海营、冯瑞先、孙士放同志,最后由骆传枢、张玉莲、张海营同志统稿。

对使用中发现的错谬缺漏之处,恳请广大师生批评、指正。

目 录

第一章 集合与简易逻辑	(1)
要点聚焦	(1)
精讲精练	(1)
一 集合	(1)
1.1 集合	(1)
1.2 子集、全集、补集	(4)
1.3 交集、并集	(5)
1.4 含绝对值的不等式解法	(8)
1.5 一元二次不等式解法	(10)
二 简易逻辑	(12)
1.6 逻辑联结词	(12)
1.7 四种命题	(14)
1.8 充分条件与必要条件	(16)
难点探究	(18)
综合测试	(19)
第二章 函 数	(23)
要点聚焦	(23)
精讲精练	(24)
一 函数	(24)
2.1 函数	(24)
2.2 函数的表示法	(31)
2.3 函数的单调性	(34)
2.4 反函数	(41)
二 指数与指数函数	(49)
2.5 指数	(49)
2.6 指数函数	(56)
三 对数与对数函数	(64)
2.7 对数	(64)
2.8 对数函数	(72)
2.9 函数的应用举例	(81)
难点探究	(88)
综合测试	(91)
第三章 数 列	(95)
要点聚焦	(95)

精讲精练	(96)
3.1 数列	(96)
3.2 等差数列	(99)
3.3 等差数列的前 n 项和	(102)
3.4 等比数列	(106)
3.5 等比数列的前 n 项和	(111)
研究性学习课题:数列在分期付款中的应用	(114)
难点探究	(117)
综合测试	(120)
期中测试	(124)
期末测试	(129)

第一章 集合与简易逻辑

要点聚焦

集合与简易逻辑是高中数学的基础内容之一. 主要有以下内容:

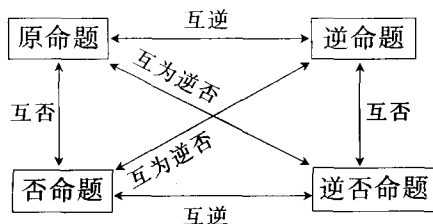
1. 集合: 集合是数学中不定义的原始概念, 只给出了描述性的说明, 这部分内容包括集合的特性, 集合的分类, 元素与集合的关系, 集合的表示方法, 集合与集合之间的关系——子集、真子集、相等、交集、并集、全集与补集等.

2. 含绝对值的不等式解法: 解含绝对值的不等式关键是把绝对值符号去掉, 即把含绝对值的不等式转化为不含绝对值的不等式, 其方法一般有公式法、平方法、分类讨论法、数形结合法等.

3. 一元二次不等式的解法: 运用转化的思想把一元二次不等式转化为一元一次不等式组, 运用数形结合或运用某些简捷的结论来解; 学会用一元二次不等式解决一些实际问题.

4. 逻辑联结词: 了解命题、复合命题的构成; 正确理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义; 正确判断复合命题的真假.

5. 四种命题: 原命题、逆命题、否命题、逆否命题; 四种命题之间的关系:



命题的等价: 原命题与逆否命题、否命题与逆命题; 会用反证法证一些简单命题.

6. 充分条件与必要条件: 理解并掌握充要条件的概念及判断方法, 能初步运用充要条件解决一些问题.

精讲精练

一 集 合

1.1 集 合

本节精讲

例1 下列所给对象不能构成集合的是

[]

A. 平面内某一圆内的所有点

B. 直角坐标系中第一、第二象限的角平分线上的所有点

C. 北京大学附中高一年级的全体男生

D. 所有高大的树

分析:由集合的概念知,一个元素在不在一个集合内必须是确定的.

解:A、B、C中“所有点”、“全体男生”都是确定的,而“高大的树”这一对象含糊不清,“高大”没有明确的客观标准,也难以判断某些对象是否属于这一范畴.

故选 D.

点评:由集合的概念,集合中的元素必须具有互异性、确定性、无序性等,本题正是由于“高大”一词无确切的标准而判定其错误的.

例2 下面四个命题:

(1)方程 $\sqrt{2x-1} + |3y+3| = 0$ 的解集是 $\left\{\frac{1}{2}, -1\right\}$;

(2)方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的解集为 $\{(-3, 2)\}$;

(3)所有正方形可用集合表示为{正方形};

(4)方程组 $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x-y+3=0 \end{cases}$ 的解集是 $\{(x, y) | x = -1 \text{ 或 } y = 2\}$.

其中正确命题的个数为

【 】

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

分析:本题涉及到集合的表示方法,首先看集合内的元素是有限的还是无限的,再看是单元素集还是多元素集,要抓住集合中的元素所具有的性质来考虑.

解:(1)中方程的解为 $x = \frac{1}{2}, y = -1$,用集合表示应为 $\left\{\left(\frac{1}{2}, -1\right)\right\}$,为单元素集. 而 $\left\{\frac{1}{2}, -1\right\}$ 中 $\frac{1}{2}, -1$ 分别是该集合中的两个元素,故(1)是错误的.

(2)中一元二次方程的解为 $x = -3$, 或 $x = 2$,其解集应为 $\{-3, 2\}$,而 $\{(-3, 2)\}$ 为有序数对,故(2)是错误的.

(3)中所有正方形组成的集合为无限集,用{正方形}来表示简洁明了,故是正确的.

(4)中方程组的解不应是 $x = -1$ 或 $y = 2$,而应是 $x = -1$ 且 $y = 2$,故也是错误的.

综上所述,正确的说法只有(3),选 A.

点评:本题既考查了集合的表示方法及集合语言与文字语言的转化能力,又考查了集合中元素的性质以及集合中元素的多少,即有限集和无限集的概念.

本节精练

一、选择题

1. 下面四组对象:

(1)难解的数学题;(2)方程 $x^2 - 3 = 0$ 在实数集内的解;(3)直角坐标平面内第一象限的一些点;(4)很多多项式.

其中能够组成集合的是

【 】

A. (2) B. (1)(3) C. (2)(4) D. (1)(2)(4)

2. 考查下面几组对象:

- (1) 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2008;
 (2) 世界上一切恐怖分子;
 (3) 人民公园里所有穿花衣服的人;
 (4) 某工厂生产的所有移动电话.

其中能构成集合的是

【 】

- A. (1)(2) B. (2)(3) C. (3)(4) D. (1)(4)

3. 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合, 最多含

【 】

- A. 2 个元素 B. 3 个元素 C. 4 个元素 D. 5 个元素

二、填空题

1. 关于 x 的方程 $ax + b = 0$, 当 a, b 满足条件_____时, 其解集是有限集; 当 a, b 满足条件_____时, 其解集是无限集.
 2. 用符号语言、描述法分别写出正整数集合、奇数集合、能被 3 整除的整数集合: _____

三、解答题

1. 含有三个实数的集合 A 可设为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$, 也可表示为 $\{a^2, a + b, 0\}$, 求 $a^{2004} + b^{2003}$ 的值.

2. 设 A 是数集, 满足 $a \in A \Rightarrow \frac{1}{1-a} \in A$, 且 $1 \notin A$, a 为实数.

- (1) 若 $2 \in A$, 求集合 A ;
 (2) A 能否为一单元素集? 若能, 请求出集合 A ; 若不能, 请说明理由;
 (3) 证明: 若 $a \in A$, 则 $1 - \frac{1}{a} \in A$.

1.2 子集、全集、补集

本讲精讲

例1 以下各组中的元素或集合之间有什么关系？请用适当的符号表示出来。

(1) 0 与 $\{0\}$; (2) 0 与 $\emptyset$; (3) $\emptyset$ 与 $\{0\}$; (4) $\{0,1\}$ 与 $\{(0,1)\}$; (5) $\{(b,a)\}$ 与 $\{(a,b)\}$.

分析: 本题主要考查元素与集合、集合与集合、单元素集、有序数对等基本知识.

解: (1) $0 \in \{0\}$; (2) $0 \notin \emptyset$; (3) $\emptyset \subseteq \{0\}$ 或 $\emptyset \subsetneq \{0\}$ (空集是任何集合的子集); (4) $\{0,1\} \neq \{(0,1)\}$ [前者有两个元素, 后者只有一个元素 $(0,1)$]; (5) 当 $a=b$ 时, $\{(a,b)\} = \{(b,a)\}$; 当 $a \neq b$ 时, $\{(a,b)\} \neq \{(b,a)\}$.

点评: 元素与集合之间的关系, 用“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”表示, 而集合与集合之间的关系, 用“ $\subseteq$ ”、“ $\subsetneq$ ”、“ $=$ ”等表示.

例2 设全集 $U = \{0,1,2,3,4\}$, 集合 $A = \{0,1,2,3\}$, 集合 $B = \{2,3,4\}$, 则 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$ 分别为

A. $\{4\}, \{2,3,4\}$ B. $\{4\}, \{0,1\}$ C. $\{0,1,2,3\}, \{0,1\}$ D. $\{0,4\}, \{2,3,4\}$

分析: 本题可用补集的定义求解.

解: 由补集的概念知, $U = \{0,1,2,3,4\}$, $A = \{0,1,2,3\}$, 则 $\complement_U A = \{4\}$; 同理 $\complement_U B = \{0,1\}$.

故选 B.

点评: 本题主要考查补集的有关知识, 只要弄清概念, 问题便迎刃而解.

例3 已知全集 U, M, N 是全集 U 的非空子集, 且 $N \subseteq \complement_U M$, 则必有

A. $M \subseteq \complement_U N$ B. $M \subsetneq \complement_U N$ C. $\complement_U M = \complement_U N$ D. $M = N$

分析: 对抽象集合的补集, 一般运用文氏图的方法来解决, 简单、直观.

解: $\because N \subseteq \complement_U M$, 画出文氏图, 如图 1-1 所示,

两种情况下, 都有 $M \subseteq \complement_U N$, 故选 A.

点评: 补集作为一种思想方法, 为我们研究问题开辟了新的思路, 在思维受阻时, 运用逆向思维, 就会有所突破. 实际上, 补集思想是数学思想方法转化的重要体现; 另外利用文氏图, 体现了数形结合的思想.

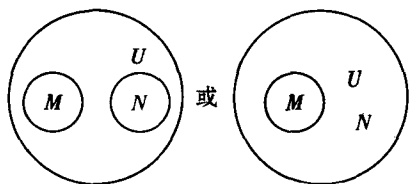


图 1-1

本节精练

一、选择题

1. 下列关系式: ① $\{a,b\} = \{b,a\}$; ② $\{a,b\} \subseteq \{b,a\}$; ③ $\emptyset = \{\emptyset\}$; ④ $\{0\} = \emptyset$; ⑤ $\emptyset \subsetneq \{0\}$; ⑥ $0 \in \{0\}$, 其中正确的有

A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个或 3 个以下

2. 已知集合 $P = \{x|x^2=1\}$, 集合 $Q = \{x|ax=1\}$, 若 $Q \subseteq P$, 那么 a 的值是

A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 0, 1 或 -1

3. 集合 $\{1,2,3\}$ 的子集共有

A. 7 个 B. 8 个 C. 6 个 D. 5 个

4. 集合 $M = \{x | x = 1 + a^2, a \in \mathbf{N}^*\}$, $P = \{x | x = a^2 - 4a + 5, a \in \mathbf{N}^*\}$, 下列关系中正确的是

【 】

A. $M \subsetneq P$

B. $P \subsetneq M$

C. $M = P$

D. $M \not\subseteq P$, 且 $P \not\subseteq M$

二、填空题

设 U 是全集, M, N 是 U 的两个子集, 用适当的符号填空. (1) 若 $M \subseteq N$, 则 $\complement_U M$ $\quad \quad \quad \complement_U N$;
(2) 若 $\complement_U M = N$, 则 M $\quad \quad \quad \complement_U N$.

三、解答题

1. 设集合 $A = \{1, 2\}$, 集合 $B = \{x | x \subseteq A\}$, 用列举法写出 B , 并指出集合 A 与集合 B 的关系.

2. 设集合 $A = \{x | a - 2 < x < a + 2\}$, $B = \{x | -2 < x < 3\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

3. 已知集合 $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, 又知集合 C 是这样一个集合: 若各元素都加 2, 就变为 A 的一个子集; 若各元素都减 2, 就变为 B 的一个子集. 求集合 C .

1.3 交集、并集

本节知识

例 1 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 已知 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$,
 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{3, 7\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{2, 6, 8\}$, 求集合 A 和集合 B .

分析: 此题看似复杂, 实际上只要根据 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$, 利用转化的思想即可解答. 当然, 也可利用文氏图来解, 简捷、迅速.

解: $\because (\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$,

$\therefore A \cap B = \{4\}$.

又 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B) = \{1, 5\}$,

$\therefore A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$.

即 $2, 4, 6, 8 \in A, 3, 4, 7 \in B$.

$\therefore A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{3, 4, 7\}$.

点评:此题利用文氏图解答较易(如图 1-2).

例 2 已知 $A = \{x | x^2 - ax \leq x - a, a \in \mathbf{R}\}, B = \{x | 2 \leq x + 1 \leq 4\}$,
若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围.

分析:由 $A \cup B = B$, 则一定有 $A \subseteq B$. 应注意 A 可能为空集这种情况.

解:由 $A: x^2 - (a+1)x + a \leq 0$, 即 $(x-1)(x-a) \leq 0$; 和 $B: 1 \leq x \leq 3$; 及 $A \cup B = B$ 知, $A \subseteq B$.
 $\therefore 1 \leq a \leq 3$.

点评:当问题归纳为两个区间的关系时,可画数轴帮助思考,应特别注意的是这类问题端点的取舍情况.

例 3 高一年级某班学生期末考试成绩表明:(1)36 人数学成绩不低于 80 分;(2)20 人物理成绩不低于 80 分;(3)15 人数学、物理成绩都不低于 80 分.

问:有多少学生的两科成绩至少有一科不低于 80 分?

分析:应先把文字语言转化为集合语言,再利用文氏图解决较易.

解:如图 1-3, 设 A, B 分别表示数学、物理成绩不低于 80 分的学生的集合, 则 A 有 36 个元素, B 有 20 个元素, $A \cap B$ 有 15 个元素, 问题转化为求 $A \cup B$ 有多少个元素.

由并集的定义:

属于 A 不属于 B 的有 $36 - 15 = 21$ (人);

属于 B 不属于 A 的有 $20 - 15 = 5$ (人);

既属于 A 又属于 B 的有 15 人,

故共有 $21 + 5 + 15 = 41$ (人).

即 $A \cup B$ 共有 41 人.

点评:该题实质上是简单的容斥原理. 即 $A \cup B = A + B - (A \cap B)$, 则集合 A, B 共有 $36 + 20 - 15 = 41$ (人).

本节精练

一、选择题

1. 已知 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(\complement_I A) \cup (\complement_I B)$ 等于 【 】

A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

2. 如图 1-4, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 【 】

A. $(M \cap P) \cap S$ B. $(M \cap P) \cup S$
C. $(M \cap P) \cap (\complement_I S)$ D. $(M \cap P) \cup (\complement_I S)$

3. 已知 I 为全集, 集合 $M, N \subseteq I$, 若 $M \cap N = N$, 则 【 】

A. $\complement_I M \supseteq \complement_I N$ B. $M \subseteq \complement_I N$ C. $\complement_I M \subseteq \complement_I N$ D. $M \supseteq \complement_I N$

二、填空题

1. 设 $A = \{x | x^2 + a_1x + b_1 = 0\}, B = \{x | x^2 + a_2x + b_2 = 0\}$, 全集为 $\mathbf{R}$, 试用 A, B 的交、并、补集

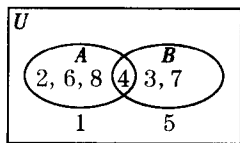


图 1-2

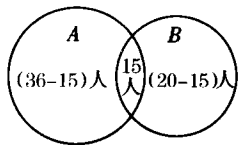


图 1-3

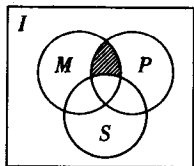


图 1-4

表示下列方程和不等式的解集:① $(x^2 + a_1x + b_1)(x^2 + a_2x + b_2) = 0$;② $(x^2 + a_1x + b_1)^2 + (x^2 + a_2x + b_2)^2 = 0$;③ $x^2 + a_1x + b_1 \neq 0$;④ $(x^2 + a_1x + b_1)^2 + (x^2 + a_2x + b_2)^2 \neq 0$.

①_____;②_____;③_____;④_____.

2. 设 I 是全集, 非空集合 P, Q 满足 $P \subsetneq Q \subsetneq I$, 若含 P, Q 的一个集合运算表达式, 使运算结果为空集, 则这个运算表达式可以是_____. (写出一个表达式即可)

三、解答题

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x < 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

2. 50 名学生做物理、化学两种实验, 已知物理实验做得正确的有 40 人, 化学实验做得正确的有 31 人, 两种实验都做错的有 4 人, 问: 这两种实验都做对的有多少人?

3. 已知 $A = \{(x, y) | x = n, y = an + b, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{(x, y) | x = m, y = 3m^2 + 15, m \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 144\}$, 问: 是否存在实数 a, b , 使得: (1) $A \cap B = \emptyset$; (2) $(a, b) \in C$ 同时成立.

4. 高一(3)班的学生中, 参加语文课外小组的有 20 人, 参加数学课外小组的有 22 人, 既参加语文又参加数学课外小组的有 10 人, 既未参加语文又未参加数学课外小组的有 15 人, 问: 高一(3)班共有学生多少人?

5. 已知全集 $U = \{x | x \text{ 取不大于 } 30 \text{ 的质数}\}$, 是否存在 U 的两个子集 A, B , 使 $A \cap (\complement_U B) = \{5, 13, 23\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{11, 19, 29\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{3, 7\}$? 若存在, 请求出 A, B ; 若不存在, 请说明理由.

1.4 含绝对值的不等式解法

本讲要点

例1 不等式 $(1+x)(1-|x|) > 0$ 的解集是

【 】

- A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x | x < 0, \text{ 且 } x \neq -1\}$
C. $\{x | -1 < x < 1\}$ D. $\{x | x < 1, \text{ 且 } x \neq -1\}$

分析: 本题可利用特值法, 当然, 也可直接解.

解法一: 筛选法, 注意到 $x=0$ 时, 不等式成立. 又 $x \neq -1$, 则取 $x=-2$, 代入验证不等式亦成立. 故选 D.

解法二: $(1+x)(1-|x|) > 0 \Leftrightarrow (1+x)(1-|x|)(1+|x|) > 0 \Leftrightarrow (1+x)(1-x^2) > 0 \Leftrightarrow (1+x)^2(1-x) > 0 \Leftrightarrow 1-x > 0 \text{ 且 } x \neq -1 \Rightarrow x < 1, \text{ 且 } x \neq -1$.

点评: 解法一中取特殊值, 筛选出正确答案是一种简捷的方法, 应掌握且能够灵活运用.

例2 解不等式 $|x-1| + |2-x| > 3+x$.

分析: 关键是去绝对值符号, 因本题中有两个绝对值, 故应讨论.

解: 先用零点标根法, 分段去掉绝对值符号, 再把各段的解并起来.

(1) 当 $x \leq 1$ 时, 原不等式即为 $-(x-1) - (x-2) > 3+x$, 即 $x < 0$.

$\therefore x < 0$.

(2) 当 $1 < x \leq 2$ 时, 原不等式可化为 $x-1 - (x-2) > 3+x$, 即 $x < -2$.

$\therefore x \in \emptyset$.

(3) 当 $x > 2$ 时, 原不等式可化为 $(x-1) + (x-2) > 3+x$, 即 $x > 6$.

$\therefore x > 6$.

综上可得, 原不等式的解集为 $\{x | x < 0\} \cup \{x | x > 6\} = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 6\}$.

点评: 解含绝对值的不等式, 通过化归, 目标是脱去绝对值符号, 使含绝对值的不等式变为不含绝对值的不等式.

例3 设对任意的实数 x , 不等式 $|x+1| - |x-2| > k$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

分析: 和例2 类比, 这里多出一个参数 k , 所以难度加大了. 当然, 仍可用分段讨论来处理. 若注意到 x 的系数均为 1, 用绝对值的几何意义来解, 会更简捷.

解法一: 设 $y = |x+1| - |x-2|$,