

基本材料力學

錢 自 誠 著



臺灣中華書局印行



序

編者教授材料力學多年，深感國內採用之教本，深淺多寡不一；不適初學之用。茲參考中美德英有關諸書，將其基本原理，重要定理，各種解法，擷英取華；尤注意圖解與解法步驟，潤編是書，名爲基本材料力學，所冀初學者閱後，能明其大要，與各種受力情形，並具有計算機件應力之能力。

本書共分三編十一章，第一編包括第一至第七共七章，述及各種簡單應力。第二編包括第八、九兩章，述及合成應力。第三編包括第十、十一兩章，述及功能與靜不定問題。由簡而繁，由淺而深，使初學者不覺困難，而能洞明其全貌。

本書專門名詞，多採自教育部頒佈之機械工程名詞，亦有依照國內所通用者，尙餘少數由編者自擬。單位均用公制。

本書初版，恐有未妥，深望讀者指示。

民國四十五年八月
于 暨 南 成 功 大 學

錢 自 誠

例 言

1. 本書可供工程大學材料力學教本，及工程設計時參考之用。
2. 本書共三編十一章 73 節，約共十六萬字，插圖 371 習題 246 每週授課四小時，一學期可教完。
3. 每章教完，應做習題，每週約作十餘題，一學期應選作 120 至 150 題。
4. 如每週授課三小時，第十一章後部可省略，其他各章酌予省略。
5. 如每週授課二小時，第一、五、八、九、十各章可省略一半，第十一章全部省略。
6. 如高級職業學校用作參考時，除微積分省略改用代數外，其他各章省略如 5。
7. 關於專門名詞、符號、單位、參考書，及各種材料之應力，可先翻閱附錄。
8. 書中插圖爲戴君永義與吳君延昭描繪，附特誌感。

基本材料力學

目 次

頁數

第一篇 簡單應用

第一章 總 論

1. 材料力學	1
2. 載荷與應力	1
3. 彈性	3
4. 變形	4
5. 應變	5
6. 決定各種簡單應力之條件	5
7. 簡單應力之種類	6
8. 各種合成應力	9
9. 靜定與靜不定問題之概義	12
習題一 (總論)	13

第二章 拉應力, 壓應力與剪應力

A. 拉應力

10. 拉伸試驗	18
11. 虎克定律	21
12. 泊松比	22
13. 許用應力與安全係數	23
14. 迴轉圓環之張力	25
15. 熱應力	27

B. 壓應力

16. 斷面不變之壓應力	29
17. 斷面變動之壓應力	30

C. 剪應力	
18. 剪應力之意義	31
19. 剪應變與剪彈性係數	32
20. 剪應力與餘剪應力	33
21. 應用	33
習題二 (包括, 拉應力, 壓應力與剪應力)	
21. 應用	33
第 三 章 剪力與彎矩	
22. 樑之意義與種類	44
23. 剪力與彎矩之關係	48
24. 用計算法求剪力圖與彎矩圖	53
25. 用圖解法求剪力圖與彎矩圖	60
26. 活動載荷之剪力與彎矩	67
習題三 (包括剪力與彎矩)	
第 四 章 樑之應力	
A. 樑之彎應力	
27. 樑之彎應力	80
28. 各種樑斷面之慣矩, 斷面係數與慣矩半徑	85
B. 樑之剪應力	
29. 樑之剪應力	87
30. 幾種樑斷面之剪應力分佈	92
31. U字形樑斷面之剪應力, 剪流分佈與剪流中心	95
習題四 (包括樑之彎應力與剪應力)	
第 五 章 樑之撓度	
32. 用積分法求撓度	105
33. 用彎度面法求撓度(亦稱面矩法)	112
34. 用共軛樑法求撓度	124
35. 用疊合法求撓度	134
36. 撓度算式	137
習題五 (撓度)	
第 六 章 扭應力與扭變形	
37. 圓軸之扭轉	144

38. 空心軸之扭轉·····	151
39. 斷面不為圓形之扭轉·····	153
習題六 (包括扭應力與扭變形)·····	155
第 七 章 柱壓應力與臨界載荷	
40. 柱壓的意義·····	158
41. 長柱之臨界應力與臨界載荷·····	159
42. 短柱之臨界應力與臨界載荷·····	164
習題七 (柱壓應力與臨界載荷)·····	168
第二篇 合成應力	
第 八 章 平面應力與應變之分析	
43. 單向應力情況 σ_x ·····	172
44. 雙向應力情況 σ_x, σ_y ·····	176
45. 一般平面應力情況 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ·····	179
46. 純剪應力情況·····	186
47. 用莫氏圓求任意斷面上之合成應力·····	188
48. 求平面中之應變·····	198
49. 各種材料損壞學說·····	202
習題八 (包括平面合成應力與應變)·····	204
第 九 章 各種合成應力	
50. 拉應力(或壓應力)與剪應力之合成應力·····	207
51. 拉應力(或壓應力)與彎應力之合成應力·····	212
52. 彎應力與剪應力之合成應力·····	220
53. 彎應力與扭應力之合成應力·····	228
54. 柱壓應力與彎應力之合成應力·····	231
55. 扭應力與剪應力之合成應力·····	236
習題九 (各種合成應力)·····	238
第三篇 靜不定問題	

第 十 章 變形功能

A. 各種受力情形之功能

56. 拉力與壓力之功能	245
57. 剪力之功能	247
58. 彎矩之功能	248
59. 扭矩及全部之功能	250
60. 重量落於結構部分上, 所發生之功能	253
B. 各種功能之定理	
61. 虛功定理	255
62. 卡思的義安定理	256
63. 最小變形功定理	259
64. 互換定理	261
65. 三彎矩算式	265
習題十 (變形功能)	269
第十一章 靜不定問題之解法	
66. 靜不定結構之意義與特點	273
67. 用卡思的義安定理, 解靜不定桁架	274
68. 用最小變形功定理, 解靜不定桁架	277
69. 用對稱條件, 解靜不定桁架	280
70. 一次靜不定樑之解法	281
71. 二次靜不定樑之解法	287
72. 多支點樑之解法	291
73. 靜不定框架之解法	295
習題十一 (靜不定問題)	316

附 錄

- 一、參考書
- 二、符號對照表
- 三、單位換算表
- 四、材料機械性能表
- 五、幾種標準形鐵表
- 六、漢英索引
- 七、英漢名詞對照表

第一篇 簡單應力

第一章 總 論

1. 材料力學

材料力學爲力學之一部門，凡設計一機件時須先計算其外部及內部之受力情況，由應用力學求得此機件應受之載荷或外力情況，此時此機件當爲一剛體。

至此機件之內部受力情況，如所受之內力（或應力）與應力分佈或已否變形，與已否彎曲，甚至折斷等材料內部問題；則可用材料力學以計算之。此時此機件當爲彈性物體。故材料力學爲研究物體內部之應力，變形或斷裂等一切有關材料內部抗力之學問。

物體內部之應力分佈，有時理論高深，有時問題複雜；初學者往往不易明瞭。爲實用着想，一般均由材料試驗或結構試驗作基礎，以求其某一斷面上之應力分佈與變形。

近年來歐美各國，多用電阻應變計，量各種複雜機件上，各處之應力分佈，非常真確。此種實驗結果作爲設計及維護上之參考與改進，甚爲成功。

2. 載荷與應力

一個機件，大部均爲受力部門，如蒸氣機之活塞，受到蒸氣力；飛機之機翼，受到空氣壓力。這許多力，都從外面加到機件上，均稱爲載荷亦稱爲外力。

載荷依時間，分佈，方向與支持情形，約可分爲下列幾種：

a. 依時間分：

- i) **靜載荷**：載荷逐漸增加，在一定數值以後不再變動，此時載荷為常數。
- ii) **變動載荷**：載荷自 O 至 $+P$ ，再自 $+P$ 回至 O ，如此週期變動。
- iii) **覆變動載荷**：載荷自 O 增加至 $+P$ ，自 $+P$ 回至 O ，再降至 $-P$ ，最後回至 O ，如此週期變動。
- iv) **碰衝載荷**：在極短時間內，受一數值甚大之載荷，或一機件受一正在運動之外力，此種外力稱為碰衝載荷。

b. 依分佈分：

- i) **分佈載荷**：如空氣力，水壓力等。
- ii) **集中載荷**：如外力集中於一點。

c. 依方向與支持情形分：

- i) **拉力**：載荷方向背向支持地點。
- ii) **壓力**：載荷方向對向支持地點。
- iii) **彎矩**：載荷之着力點與支持點有一距離。載荷與樑中線在同一平面中。
- iv) **扭矩**：載荷為一力矩，但此力矩面垂直扭軸。

各種不同之載荷，發生不同之應力，影響甚大，不可不注意。如薄殼機翼可承受甚大之分佈力，但不能承受一個較小之集中力。

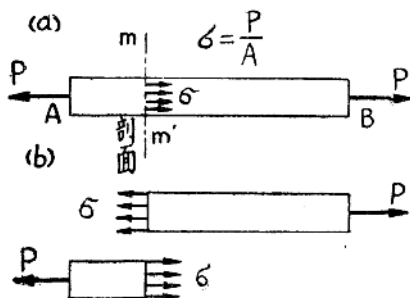
一個機件受某一載荷時，則在此機件之內部，必有一反力，亦稱內力或應力；此反力：

- (1) 可視為物體內部小質點之相互吸力，如木、竹之纖維質等，若無此纖維力，則此物體早已分裂。
- (2) 可視為彈性物體之彈回力，此彈回力使物體內部互相連成一體。

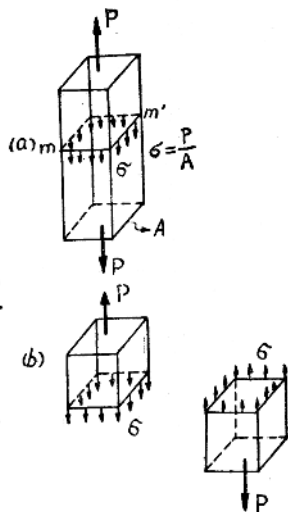
一般應力在一個斷面（斷面即為垂直軸向之剖面）上，當為平均分佈。如圖 1-1a b，方柱 AB 受外力 P ；在斷面 mm' 剖下，即得二個平衡；如圖 1-1b 或見立體圖，圖 1-2ab。

$$\text{拉應力 } \sigma = \frac{P}{A} \dots \dots \dots (1-1)$$

P = 外力，垂直于斷面 A 。(有時稱為直交外力，或法線力)。 σ 亦垂直于斷面 A ，即 $\sigma \perp mn$ 。(亦稱垂直應力)。見圖 1-1ab。



(圖 1-1 ab)



(圖 1-2 ab)

3. 彈 性

材料有一性質，受外力時即發生變形，如受拉力則伸長。但將外力逐漸取去，則其伸長之變形，隨即逐漸消失，且可能回復原狀。

因為加外力時，材料內之位能變為外功。

外力逐漸取去時，一部或全部之外功，又變為材料之位能。

如長度 l_0 加力時，變為

$$l = l_0 + \Delta l \quad \text{見圖 1-3a}$$

Δl = 伸長之距離

但外力取去後，則其長度可能仍回至 l_0 ；亦可能不復回至原狀。此種性質稱為彈性。

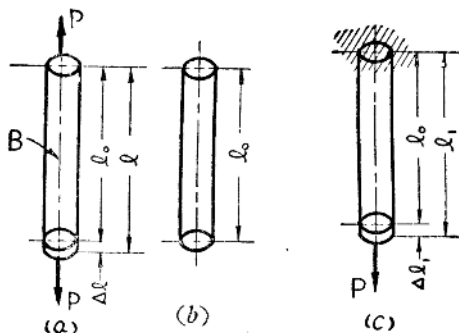
彈性為材料之物理性質。每一種材料，均有一個此種材料常數，即彈性係數 E 。

彈性可分二類；

一類為完全彈性，即取去外力後，材料回復原狀，仍回至 l_0 ，見圖 1-3b。

另一類為部分彈性，即取去外力後，此材料能回復一部分變形；但不能回復原形，如回復至

$$l_1 = l_0 + \Delta l_1, \quad \Delta l > \Delta l_1 > 0, \quad l > l_1 > l_0, \quad \text{見圖 1-3c}$$



(圖 1-3 abc)

4. 變 形

機件受載荷時，多少有些變形，此時物體內部發生內力，即彈回力。每一纖維，均受到內力而逐漸拉長或縮短，或其他變形。

如以拉長為例，見圖 1-3a，這圓柱 B 自原長 l_0 變成拉後長度 $l = l_0 + \Delta l$ ，即拉長了 Δl ；或稱物體 B 發生變形 Δl 。見圖 1-3a。

此拉長距離 Δl 可以量測，但一般量 l 及 l_0 ；自 $l - l_0$ 求得 Δl ，比較正確。

變形分兩種，一種稱為**彈性變形**，即取去外力時，完全回復原狀。此時 $\Delta l = 0$ 。一般材料如鋼、鐵、木，僅在其彈性限度內，可當為彈性變形。超過此彈性限度，則不為彈性變形。

另一種稱為**永久變形**，外力取去後，遺留一部分變形。此時 $\Delta l \neq 0$ 。

如圖 2-2 中之 OG 。即為外力加至 F 點，然後取去外力，回至 G ，則 $OG \times l$ 表示留存之永久變形。

$$\begin{aligned}\text{如} \quad l_0 &= 10[cm] \\ \Delta l_1 &= 0.5[cm] \\ l &= l_0 + \Delta l = 10.5[cm]\end{aligned}$$

外力退回後，全長縮為 $l_1 = 10.2[cm]$

此時 $\Delta l_1 = 0.2[cm]$ ，仍有一部分變形， Δl_1 即為留存之永久變形，但不再縮回至原長，即 $l_1 \neq l_0$ 或 $\Delta l_1 \neq 0$ ，見圖 1-3c。

5. 應 變

如圖 1-3a，圓柱自原長 l_0 拉長，變成 $l = l_0 + \Delta l$ ；則其長度之伸長率，為變形除以原長，稱為應變 ε 。

$$\text{即} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \dots \dots \dots (1-2)$$

$$\begin{aligned}\text{如} \quad l_0 &= 10[cm] \\ \Delta l &= 0.5[cm]\end{aligned}$$

$$\text{則} \quad \varepsilon = \frac{0.5}{10} = 0.05 = 5\%$$

實驗時，因 Δl 很小，均量原長 $l_0 = 10[cm]$ 及拉長後距離

$$\begin{aligned}l &= 10.5[cm] \\ \Delta l &= l - l_0\end{aligned}$$

$$\text{代入得；} \quad \varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \dots \dots \dots (1-2a)$$

6. 決定簡單應力之條件

一般機件，大都受複雜的應力；工程師為解決此種問題，把此複雜的問題，化為比較簡單的和理想的簡單應力問題。

再自簡單應力之受力情況，個別計算其應力分佈；然後互相合併，成為全部應力分佈。但一個複雜的應力狀況，不易分為數個簡單應力狀況。今舉出下列各種條件，可以幫助決定其受力情況，並分成簡單應力問題。

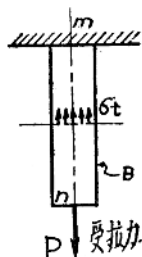
1) 機件之支持條件

一個機件，如何在空間與其他機件相連，如用一個螺絲，幾個螺絲，一個或幾個鉚釘，或用焊接或一端或二端相疊等連接方法；對於機件之受力情況，大有影響。

如樑的一端，用四個螺絲相接；與其二端各以一個螺絲相接；均可穩定支持。前者在接連處受力最大，後者在中間受力最大；二者受力情況，完全不同。故做題時，先應觀察該機件之支持條件，此點不可忽視。

2) 外力在機件上之着力點

外力在機件上之着力點，對於機件之受力情形及應力分佈，關係甚大。如受力的地位適在機件之中線上，如圖 1-4；則此機件受簡單之拉應力。如外力不在中線上，（見圖 1-11b）則此機件受拉應力和彎應力，二者相差甚多。



(圖 1-4)

3) 載荷之方向

機件受到載荷時，載荷之方向對於機件之應力，關係頗大。今以一條長而細之柱桿為例，見圖 1-9。其上端受外力 P 。

如 P 為向下，則柱桿僅能忍受很小的 P 。

如 P 向上，則柱桿受拉力，可受得住較大的 P 。

二者外力 P 的數量相等，但方向相反，可忍受之應力，相差可至數倍或數十倍。

7. 簡單應力之種類

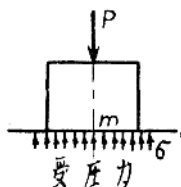
從上面決定簡單應力的條件，並依一般實用情形，可分六種簡單應力。

1) 拉應力 σ_t

受力方向在機件之中線上，且外力背向支持地點；如圖 1-4，即外力 P 在中線 mn 上，並背向支點 m 。

2) 壓應力 σ 。

機件受壓時，受力方向在機件之中線上，惟外力向支持點 m 壓緊，適與拉力方向相反。見圖 1-5。此時此塊物體受壓應力。

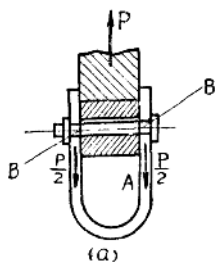


(圖 1-5)

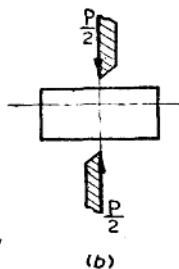
3) 剪應力 τ

機件受剪應力時，外力垂直于機件中線 mn ；受力地區，即在外力之平面中。

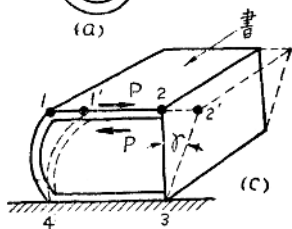
在鉚釘之斷面 A 中，好像有二把剪力，互相把鉚釘切斷，見圖 1-6ab。



(a)



(b)



(c)

(圖 1-6 abc)

自圖 1-6a，在 B 點之鉚釘剖面中，各受到剪力 $\frac{P}{2}$ 。

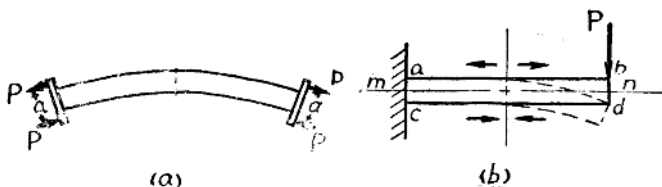
自圖 1-6c，書上受外力 P ， P 與底面平行，變形後點 1 變至點 1'，點 2 變至點 2' 並發生剪應變 γ ，(實為一角度)。在書內每一面紙張上，即上紙面與下紙面間，均受到剪應力 τ 。見圖 1-6c。

4) 彎應力 σ 。

圖 1-7a 表示一樑，兩端各受一彎矩 $P \cdot a$ 。上面纖維受拉應力，下面纖維受壓應力；故中間向上彎。

又圖 1-7b，一個一端固定支持之樑，在另一端，受外力 P ， P 經過機件中線，並垂直機件中線 mn 。上面 ab 伸長，下面 cd 縮短，力矩面為

外力 P 與中線 mn 二線所成之平面。如圖 1-7b。



(圖 1-7 ab)

5) 扭應力 τ

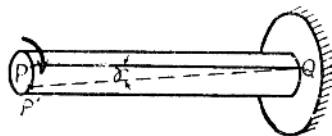
一條圓柱，右端為固定支持，左端用扭矩 M_t 在時針向扭轉；即左手握住左端，並在時針向轉。此如造成一個扭轉。

從扭轉產生扭應力 τ ，及扭應變 γ 。

此時外力為一扭矩 M_t 。扭矩面垂直機件中線。

在外面自原地點 P 抵至 P' ，在支持處 Q 點不變位。

自 PQ 至 $P'Q$ 扭成一剪應變 γ (即扭變角) 見圖 1-8。

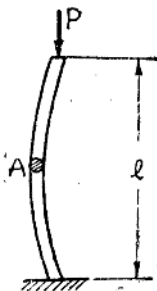


(圖 1-8)

6) 柱壓應力 σ_{cl}

壓力 P 在機件中線上，把機件壓短，同時亦壓彎少些。此種機件甚長，斷面甚小稱為柱。一般稱為長柱，此種受力情形，稱為柱壓。細長比 $\frac{l}{i}$ 為 80~120，此處 i 為斷面的慣矩半徑。

長柱受力很小，即行彎曲，這是一種穩定性問題。見圖 1-9。



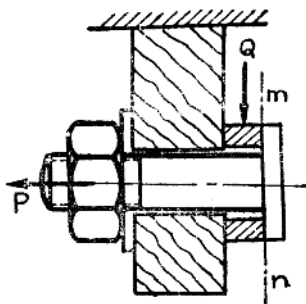
(圖 1-9)

8. 各種合成應力

一般機件，並不如理想的都受簡單應力，而大都受比較複雜的合成應力，今分別略述如下：

1) 拉應力或壓應力與剪應力之合成應力

如圖 1-10，螺釘右端在斷面 mn 上，受到自剪力 Q 來之剪應力，及自拉力 P 來之拉應力；故剖面 mn 上受到拉應力和剪應力之合成應力。

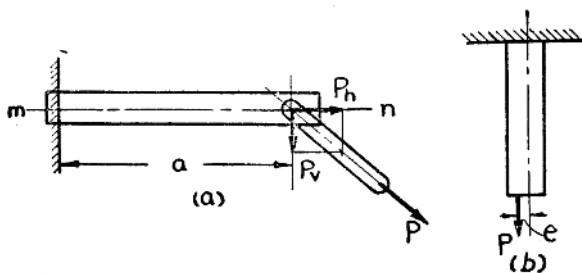


(圖 1-10)

2) 拉應力或壓應力與彎應力之合成應力

樑上受斜向向下之外力 P 。見圖 1-11a。

P 可分為垂直和平行于樑軸 mn 之分力 P_v 及 P_h 。



(圖 1-11 ab)

P_h 對於樑發生拉應力 σ_t 。

P_v 對於樑發生彎應力 σ_b 。

σ_t 與 σ_b 合併為合成應力 σ_r ，見圖 1-11a。此時一般 σ_b 大於 σ_t 。

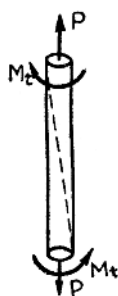
又如拉力 P 與中線平行，但不經中線而有偏心距離 e ，則此桿亦受拉應力與彎應力之合成應力。見圖 1-11b。

3) 拉應力或壓應力與扭應力之合成應力

圖 1-12 表示一個機件受扭矩 M_t 和拉力 P ，並成平衡，即發生 τ_t 和 σ_t 。

一條繩，左右手各執一端，左手向右扭，同時向下拉，右手向左扭並向上拉，如此繩受拉應力及扭應力之合成應力，比較易斷。

其他如老虎鉗上之螺絲柱，亦受拉應力及扭應力之合成應力。



(圖 1-12)

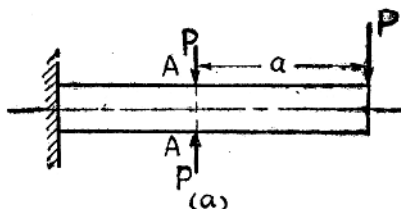
4) 彎應力與剪應力之合成應力

如圖 1-13a，在斷面 AA 受到：

(1) 彎矩 $P \cdot a$ ，因此發生彎應力 σ_b 。

(2) 剪力 P ，因此發生剪應力 τ ，見圖 1-13b。

σ_b 與 τ 併成合成應力 σ_r 。



(圖 1-13 ab)



(b)

5) 彎應力與扭應力之合成應力

一條彎鐵 ABC，在 A 點固定，在 C 點受向下外力 P ，見圖 1-14。在 B 點之斷面中，受剪力 P 和彎矩 $M_b = P \cdot a$ 。