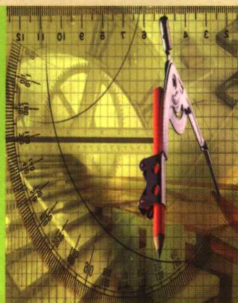
XINBIAN GAOZHI GAOZHUAN GUIHUA JIAOCAI

新编高职高专规划教材

主 编 韩新社

主 审 朱春浩



高等数学

GAODENG SHUXUE

中国科学技术大学出版社

XINBIAN GAOZHI GAOZHUAN GUIHUA JIAOCAI

新编高职高专规划教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

主　编：韩新社

副主编：朱双荣　王文平

主　审：朱春浩

中国科学技术大学出版社

内 容 提 要

本书是根据高职高专教育高等数学课程教学基本要求，结合数学教学改革的实际经验，按照“以应用为目的，以必须够用为度”的原则编写而成。

内容包括：函数、极限与连续，导数和微分，导数的应用，不定积分，定积分及其应用，微分方程，级数，拉普拉斯变换，多元函数微积分，矩阵与行列式，线性规划初步，Mathematica 使用简介。

本书可作为高职高专教育工程专业类教材，也可供成人高等教育或工程技术人员自学以及有关人员参加自学考试参考使用。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/韩新社主编.—合肥：中国科学技术大学出版社，2006.8
ISBN 7-312-01968-4

Ⅰ.高…　Ⅱ.韩…　Ⅲ.高等数学—高等学校：技术学校—教材　Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 087730 号

中国科学技术大学出版社出版发行
（安徽省合肥市金寨路 96 号，230026）
安徽新华印刷股份有限公司印刷
全国新华书店经销

开本：710×960/16　　印张：22.375　　字数：420 千
2006 年 8 月第 1 版　　2006 年 8 月第 1 次印刷
印数：1—4000 册
定价：34.00 元

前　言

近年来，我国高等职业技术教育有了突飞猛进的发展。为了培养德、智、体、美等各方面全面发展的高等技术应用型人才，我们在多年从事高职教学实践和经验的基础上，编写了这本具有高职高专特色的工程专业类数学教材。

在编写本教材时，我们根据教育部制定的高职高专教育高等数学课程教学基本要求，结合数学教学改革的实际经验，从高职教育的实际出发，按照“以应用为目的，以必须够用为度”的原则，以“理解基本概念，掌握运算方法及应用”为依据，删去了不必要的逻辑推导，强化了基本概念的教学，淡化了数学运算技巧的训练，突出了实际应用能力的培养，特别是结合教学内容较系统地介绍了 Mathematica 软件的使用方法，不但极大地提高了学生利用计算机求解数学问题的能力，而且提高了学生学数学、用数学的积极性。

在编写本教材时，我们力求做到应用性强，适用面宽，文字简明通顺，加大信息量，渗透现代数学思想。本书注意从实际问题中引入概念，注意把握好理论推导的深度，注重基本运算能力、分析问题和解决问题能力的培养，贯彻理论联系实际和启发式教学原则，深入浅出，通俗易懂，便于教师讲授和读者自学。因此，本书除可作为高职高专工科类各专业教学用书外，也可作为其他大专层次的教学用书和广大自学者的自学用书。

全书内容包括：函数、极限与连续，导数和微分，导数的应用，不定积分，定积分及其应用，微分方程，级数，拉普拉斯变换，多元函数微积分，矩阵与行列式，线性规划初步，Mathematica 使用简介。

本书内容精练，共分 12 章，每节后附有习题，总课时约为 100 学时。节前加有“ * ”的内容，供教师根据专业的特点与学生的实际情况选用。

本书第 1、7 章由阮淑萍编写，第 2、3、6、8 章及附录 2、3 由姜淑莲编写，第 4、5、9 章和附录 1 由朱双荣编写，第 10、11 章由王文平编写，第 12 章由韩新社编写。王磊绘制了全书的插图。

本书由韩新社任主编，他提出了全书的总体构思及编写的指导思想；朱双荣、

王文平为副主编；朱春浩为主审，他认真、仔细地审阅了全稿，并提出了许多宝贵的修改意见。

在本书的编写过程中，得到武汉船舶职业技术学院教务处及其他部门的大力支持，作者在此向他们谨致谢意。

由于作者水平有限，不妥与错误之处在所难免，敬请专家、同仁和广大读者批评指正。

编　者

2006 年 5 月

目　录

第1章 函数、极限与连续

函数是微积分学研究的主要对象，它是变量之间的相互关系的抽象；极限是微积分学的重要基本概念，它是导数、定积分以及重积分的基础. 本章将在复习和加深函数概念的基础上，首先介绍函数极限的概念，然后讨论函数极限的性质、运算法则，最后介绍函数连续性的概念.

1.1 初等函数

1.1.1 基本初等函数

我们已经学习了函数的定义及其有关概念. 为了今后学习方便，下面将函数的有关知识重述一下.

定义 1.1 **设 x 和 y 是两个变量，D 为一个非空实数集. 如果对于每个数 $x \in D$，变量 y 按照某对应关系 f 总有确定的数值与之对应，那么 y 称为 x 的函数，记作 $y = f(x)$. x 称为自变量，y 称为因变量，数集 D 称为函数的定义域，数集 $M = \{f(x) \mid x \in D\}$ 称为函数的值域.**

在函数 $y = f(x)$ 中，当 x 取定 $x_0(x_0 \in D)$ 时，则称 $f(x_0)$ 为 $y = f(x)$ 在 x_0 处的函数值，即 $f(x_0) = f(x)\big|_{x=x_0}$.

我们中学已学过的指数函数、对数函数、幂函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数. 现将其性质罗列于表 1-1、表 1-2、表 1-3、表 1-4.

表 1-1

函数	指数函数 $y = a^x(a > 0, a \neq 1)$		对数函数 $y = \log_a x(a > 0, a \neq 1)$	
	$a > 1$	$0 < a < 1$	$a > 1$	$0 < a < 1$
定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$
值　域	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$
单调性	单调递增	单调递减	单调递增	单调递减

表 1-2

函 数	幂函数 $y = x^{\alpha}$			
	$\alpha = 3$	$\alpha = 2$	$\alpha = 1/2$	$\alpha = -1$
定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$[0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
值 域	$(-\infty, +\infty)$	$[0, +\infty)$	$[0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
奇偶性	奇函数	偶函数	非奇非偶	奇函数
单调性	单调递增	在$(-\infty, 0]$内单调递减 在$[0, +\infty)$内单调递增	单调递增	在$(-\infty, 0)$、$(0, +\infty)$内分别单调递减

表 1-3

函 数		$y = \sin x$ (正弦函数)	$y = \cos x$ (余弦函数)	$y = \tan x$ (正切函数)	$y = \cot x$ (余切函数)
定义域		$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$\left(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ $(k \in \mathbf{Z})$	$(k\pi, (k+1)\pi)$ $(k \in \mathbf{Z})$
值 域		$[-1, 1]$	$[-1, 1]$	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$
奇偶性		奇函数	偶函数	奇函数	偶函数
周期性		$T = 2\pi$	$T = 2\pi$	$T = \pi$	$T = \pi$
单调性	$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$	单调递增	单调递减	单调递增	单调递减
	$\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$	单调递减	单调递减	单调递增	单调递减
	$\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$	单调递减	单调递增	单调递增	单调递减
	$\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$	单调递增	单调递增	单调递增	单调递减

表 1-4

函　数	$y=\arcsin x$（反正弦函数）	$y=\arccos x$（反余弦函数）	$y=\arctan x$（反正切函数）	$y=\operatorname{arccot} x$（反余切函数）
定义域	$[-1,1]$	$[-1,1]$	$(-\infty,+\infty)$	$(-\infty,+\infty)$
值　域	$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$	$[0,\pi]$	$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$	$(0,\pi)$
单调性	单调递增	单调递减	单调递增	单调递减

1.1.2 复合函数

设有函数 $y=f(u)=\sqrt{u}$，$u=\varphi(x)=x^2+1$，若要把 y 表示成 x 的函数，可用代入法来完成：

$y=f(u)=f[\varphi(x)]=f(x^2+1)=\sqrt{x^2+1}.$

这个处理过程就是函数的复合过程. 一般地有

定义 1.2　设 y 是 u 的函数：$y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数：$u=\varphi(x)$，且 $\varphi(x)$ 的函数值全部在 $f(u)$ 的定义域内，此时 y（通过 u）与 x 的函数关系 $y=f[\varphi(x)]$ 称为 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 复合而成的函数，简称 x 的复合函数，u 称为中间变量.

【例 1】　试将下列各函数 y 表示成 x 的复合函数：

(1) $y=\sqrt[3]{u}$，$u=x^4+x^2+1$；

(2) $y=\ln u$，$u=3+v^2$，$v=\sec x$.

解　(1) $y=\sqrt[3]{u}=\sqrt[3]{x^4+x^2+1}$，即 $y=\sqrt[3]{x^4+x^2+1}$.

(2) $y=\ln u=\ln(3+v^2)=\ln(3+\sec^2 x)$，即 $y=\ln(3+\sec^2 x)$.

【例 2】　指出下列各函数的复合过程，并求其定义域：

(1) $y=\sqrt{x^2-3x+2}$；

(2) $y=e^{\cos 3x}$；

(3) $y=\ln(2+\tan^2 x)$.

解　(1) $y=\sqrt{x^2-3x+2}$ 是由 $y=\sqrt{u}$，$u=x^2-3x+2$ 这两个函数复合而成的，要使函数 $y=\sqrt{x^2-3x+2}$ 有意义，须 $x^2-3x+2\geqslant 0$，解此不等式得 $y=\sqrt{x^2-3x+2}$ 的定义域为 $(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$.