经山东省中小学教材审定委员会
2006 年审查通过

新课程助学丛书

数学助学

九年级
（下册第三、四章）

（北师大版）

山东友谊出版社

经山东省中小学教材审定委员会
2006年审查通过

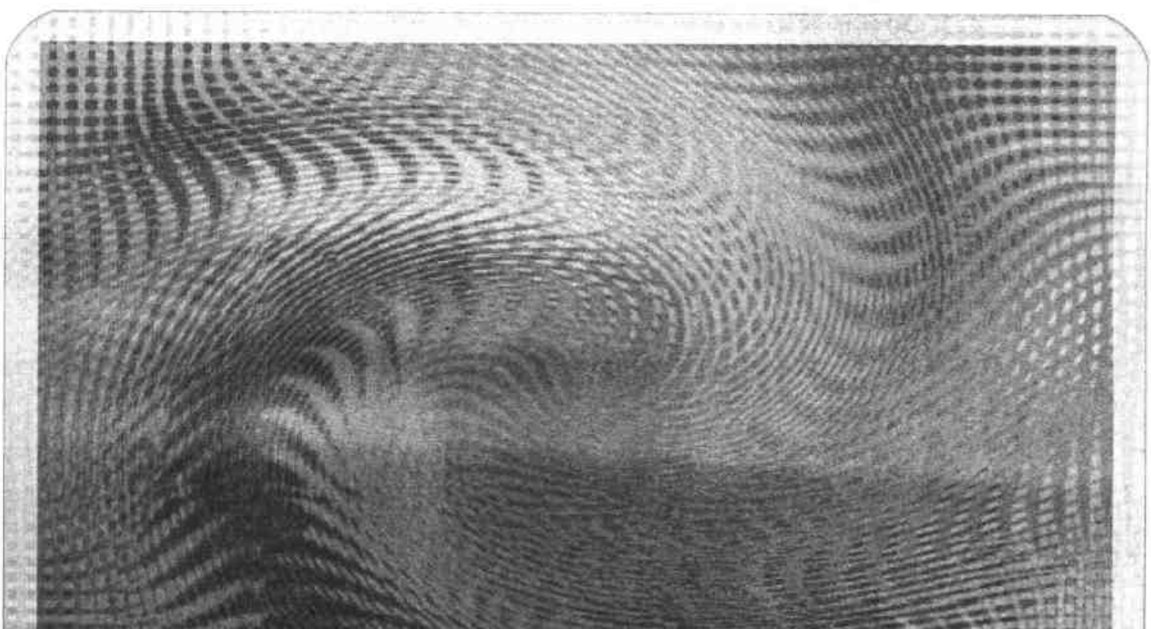
新课程助学丛书

数学助学

九年级

（下册第三、四章）

（北师大版）



山东友谊出版社

本册主编　樊兆鹏　甘信宝

新课程助学丛书

数学助学

九年级

（下册第三、四章）

（北师大版）

出　　版：山东友谊出版社

地　　址：济南市胜利大街 39 号　邮编：250001

电　　话：总编室（0531）82098148　82098756

发行部（0531）82098147（传真）

发　　行：山东省新华书店

印　　刷：枣庄市教育印刷中心

版　　次：2006 年 12 月第 1 版

印　　次：2006 年 12 月第 1 次印刷

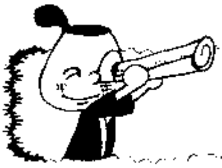
规　　格：787mm×1092mm　16 开本

印　　张：7.5

字　　数：150 千字

书　　号：ISBN 7－80737－155－2

定　　价：7.35 元



前言

为进一步推动新课程改革的深入发展，培养学生学习的独立性和自主性，让数学学习活动成为一个生动活泼、主动和富有个性的过程，根据教育部“为丰富学生的课外活动、拓宽知识视野、开发智力、提高学生的思想道德素质和指导学生掌握正确的学习方法，社会有关单位和各界人士、各级教育部门、出版单位应积极编写和出版健康有益的课外读物”文件的精神，我们组织了一批教学经验丰富的教研员、特(高)级教师编写了这套《新课程助学丛书——数学助学》(北师大版七～九年级).

本丛书编排科学，图文并茂.每章设课标要求、知识结构、学法建议三个模块，每节分学习目标、范例导航、能力自测三个栏目，章末配有综合能力测试题.丛书注重“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”的三维目标的落实，突出应用性、探究性、开放性，注重学生学习方式的转变，突出每一个学生的独特的“学”，努力培养学生从生活中发现数学、应用数学解决问题的能力.

本书由樊兆鹏、甘信宝主编，樊兆鹏、甘信宝、徐宇怀、孙启岗、王领军、李勇编写.

本册内容包括九年级下册第三、四章及各章综合测试，供九年级使用.

由于编写时间仓促，书中难免出现不妥之处，敬请广大专家、读者批评指正.

编　者

2006年11月

目录

第三章　圆

学习目标

1.经历探索圆及其相关结论的过程,发展数学思考能力.

2.认识圆的轴对称性和中心对称性.

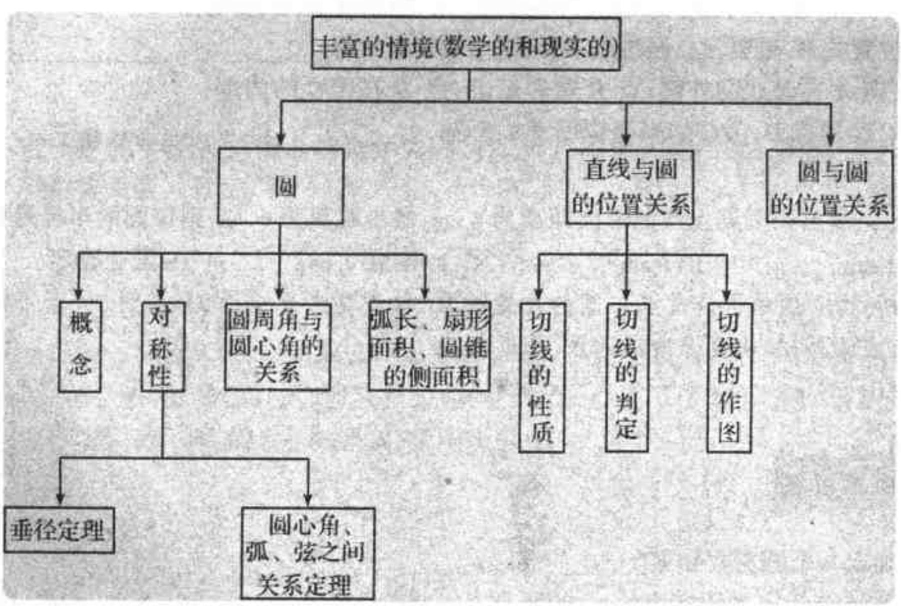
3.探索并理解垂径定理、圆心角、弧、弦之间相等关系的定理、圆周角和圆心角的关系定理.

4.探索并了解点与圆、直线与圆以及圆与圆的位置关系.

5.了解切线的概念,探索切线与过切点的直径之间的关系,能判定一条直线是否为圆的切线,会过圆上一点画圆的切线.

6.进一步认识和理解研究图形性质的各种方法.

知识结构



3.1 车轮为什么做成圆形

学习目标

1.经历形成圆的概念的过程,经历探索点与圆位置关系的过程.

2.理解圆的概念,理解点与圆的位置关系.

范例导航

例1 已知⊙O的半径为2 cm,$OP=6$ cm,A为OP的中点,试确定点A与⊙O的位置关系.

分析:要确定点与圆的位置关系,就需找到所求点到圆心的距离与该圆的半径,然后比较大小,确定点与圆的位置关系.

解:$OA=\frac{1}{2}OP=\frac{1}{2}\times 6=3$ (cm),$OA>$⊙O的半径,

∴点A在⊙O外.

例2 如图3-1,在△ABC中,$\angle ACB=90°$,$CD\perp AB$,$\angle A=30°$,$AC=3$ cm,以C为圆心,$\sqrt{3}$ cm为半径画⊙C,指出点A、B、D与⊙C的位置关系.若要⊙C经过点D,则这个圆的半径为________.

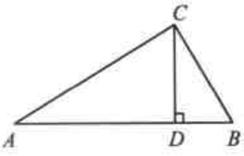


图3-1

解:点A在⊙C的外部;点B在⊙C上;点D在⊙C的内部.要使⊙C经过点D,⊙C的半径应等于1.5 cm.

例3 某点到圆周上点的最大距离为8 cm,最小距离为6 cm,则该圆的半径是(　　)

A.1 cm　　B.7 cm　　C.1 cm或7 cm　　**D.无法确定**

分析:由于题中未提及点与圆的位置关系,首先要考虑全面,分类讨论,点可能在圆内、圆上或圆外;其次要弄清最远点、最近点.

解:C.

能力自测

1.确定一个圆需要知道________和________.

2.到已知点A的距离为4 cm的所有点组成的图形是________.

3.Rt△ABC中,$\angle C=90°$,以A为圆心,AC的长为半径画圆,则B点在________.

4.已知⊙O的直径为8 cm,点A、B、C与圆心O的距离分别为4 cm,3 cm,5 cm,则点

A 在_____,点 B 在_____,点 C 在_____.

5. Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$AB=4$,$BC=3$,E 为 AB 的中点,以 B 为圆心,BC 为半径作圆,则点 E 在⊙B_______.

6. 一根绳子长为 5 m,它的一端拴在柱子上,另一端拴着一只狗,则狗的最大活动区域的面积是_______.

7. 已知 $OP=4$ cm,以 O 为圆心,以 r 为半径画圆,点 P 在⊙O 外,则 r 的取值范围是_______.

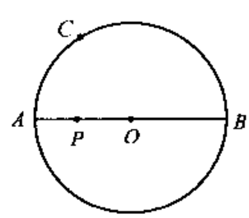
8. $\angle AOB=60°$,C 为$\angle AOB$ 的角平分线上一点,且 $OC=5$ cm,过点 C 作 $CD\perp OA$,垂足为 D,以 C 为圆心,2.5 cm 为半径画圆,则点 D 与⊙C 的位置关系如何?

9. 已知⊙O 的半径为 1,点 P 到⊙O 的距离为 R,且方程 $x^2-2x+R=0$ 有实数根,试判定点 P 与⊙O 的位置关系.

10. ⊙O 的半径为$\sqrt{3}$,$OP=1.732$,试判定点 P 与⊙O 的位置关系.

11. 若⊙O 的半径为 5,圆心的坐标为(3,4),点 P 的坐标为(5,2),判断点 P 与⊙O 的位置关系.

12. 如图,已知 AB 是⊙O 的直径,P 是 OA 上一点,C 是⊙O 上不同于 A、B 的点,试比较 PA、PB、PC 的大小关系,并说明理由.



3.2 圆的对称性

学习目标

1. 经历探索圆的对称性及相关性质的过程.
2. 理解圆的对称性及相关性质.
3. 进一步体会和理解研究几何图形的各种方法.

范例导航

例1 “圆材埋壁”是我国古代著名的数学著作《九章算术》中的一个问题:“今有圆材,埋在壁中,不知大小,以锯锯之,深一寸,锯道长一尺,问径几何?”用现在的数学语言表达是:“如图3-2,CD 为⊙O 的直径,弦 $AB\perp CD$,垂足为 E,$CE=1$ 寸,$AB=10$ 寸,求直径 CD 的长.”依题意,CD 长为(　　)

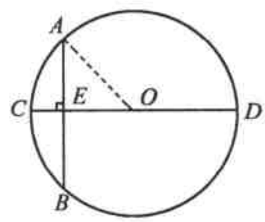


图3-2

A. $\frac{25}{2}$寸　　B. 13寸

C. 25寸　　D. 26寸

分析:本题中隐含着使用垂径定理的条件,连接 OA,构成 Rt△OEA,解 Rt△OEA 即可.

解:连接 OA.

$\because CD$ 是直径,弦 $AB\perp CD$,

$\therefore AE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$(寸).

在 Rt△OEA 中,$OA^2=AE^2+OE^2$,

$\therefore OA^2=5^2+(OA-1)^2$.

解之,得 $OA=13$.

$\therefore CD=2OC=2OA=2\times 13=26$(寸).

故选 D.

例2 如图3-3,在⊙O 中,$AB=2CD$,求证:$\overset{\frown}{AB}>2\overset{\frown}{CD}$.

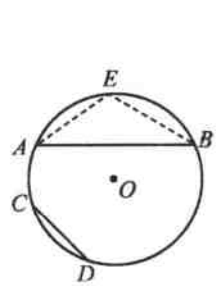


图3-3

分析:在同一个圆中,不等的弦对的弧不等,要证 $\overset{\frown}{AB}>2\overset{\frown}{CD}$,可以证明 $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}>\overset{\frown}{CD}$.

证明:取 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点 E,则 $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{EB}$,　$\therefore AE=EB$.

又 $\because AE+EB>AB=2CD$,　$\therefore AE>CD$.

$\therefore \overset{\frown}{AE} > \overset{\frown}{CD}$.　$\therefore 2\overset{\frown}{AE} > 2\overset{\frown}{CD}$.　$\therefore \overset{\frown}{AB} > 2\overset{\frown}{CD}$.

例 3　如图 3-4，⊙O 的直径为 10 cm，弦 AB 为 8 cm，P 是弦 AB 上的一个动点，那么 OP 的取值范围是______.

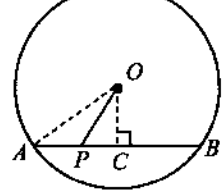


图 3-4

分析：求 OP 的取值范围，就是求 OP 的最大值与最小值，这由动点 P 的位置决定.当点 P 运动到点 C，即 $OC \perp AB$ 时，OP 最短；当点 P 运动到 A 点或 B 点时，OP 最长.

解：连接 OA，过 O 点作 $OC \perp AB$ 于 C，则 $AC = \frac{1}{2}AB = 4$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOC$ 中，$OA = 5$，$OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$，

$\therefore OC \leqslant OP \leqslant OA$，即 $3 \leqslant OP \leqslant 5$.

能力自测

一、选一选，填一填.

1.下列命题，正确的是（　　）

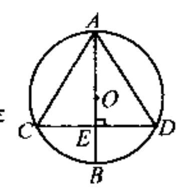
A.平分一条直径的弦垂直于这条直径

B.平分一条弧的直线垂直于这条弧所对的弦

C.弦的垂线必过这条弦所在圆的圆心

D.在一个圆内，平分一条弧和它所对弦的直线必过这个圆的圆心

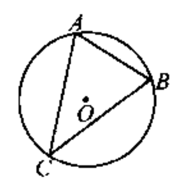
2.如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD \perp AB$，垂足为 E，下列结论中错误的是（　　）



A. $CE = DE$　　　　B. $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD}$

C. $\angle BAC = \angle BAD$　　　　D. $AC > AD$

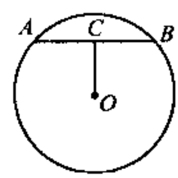
3.如图，在⊙O 中，弦 AB 的长等于⊙O 的半径，$\overset{\frown}{ACB}$为优弧，则$\angle ACB$ 的度数为（　　）



A. 15°　　B. 30°

C. 45°　　D. 60°

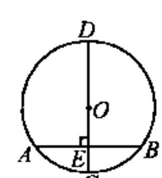
4.如图，在半径为 5 的⊙O 中，弦 AB 的长为 8，那么它的弦心距 OC 等于（　　）



A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 6

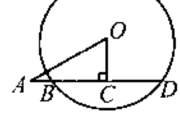
5.如图，CD 为⊙O 的直径，弦 $AB \perp CD$ 于 E 点，且 $CE = 1$，$AB = 10$.则 $CD =$ ________.



6.过⊙O内一点M的最长弦长为10 cm,最短弦长为8 cm,那么OM的长为(　　)

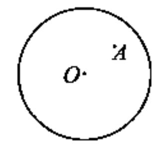
A.3 cm　　B.6 cm　　C.$\sqrt{41}$ cm　　D.9 cm

7.如图,直线AD交⊙O于点B、D,⊙O的半径为5 cm,$AO=8$ cm,$\angle A=30°$,$OC\perp AD$,C为垂足,则$BD=$______.



8.一个圆的半径为5 cm,圆内有两条互相平行的弦,一条弦长8 cm,另一条弦长为6 cm,则这两条弦之间的距离为____________.

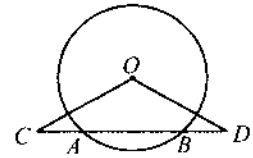
9.如图,A点是半径为5的⊙O内的一点,且$OA=3$,过点A且长度小于8的弦有______条.



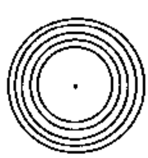
二、做一做.

10.在⊙O中,E为$\overset{\frown}{AB}$的中点,连接OE,交AB于点D,已知⊙O的直径为8 cm,弦AB的长为6 cm,求DE的长.

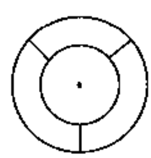
11.如图,已知⊙O,线段CD与⊙O交于A、B两点,且$OC=OD$.试比较线段AC和BD的大小,并说明理由.



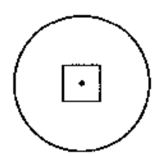
12.世界上因为有了圆的图案,万物才显得富有生机,如图所示,来自现实生活的图形都有圆:


一石激起千层浪

(a)


汽车方向盘

(b)


铜钱

(c)

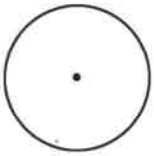
它们看上去多么美丽与和谐,这正是因为圆具有轴对称性和中心对称性.

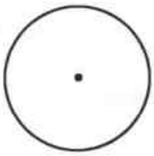
(1)请问:以上三个图形中,是轴对称图形的是_____,是中心对称图形的是______.(分别用代号a、b、c填空)

(2)请你在下面两个圆中,按要求分别画出与上面图案不重复的图案(草图,用尺规画或徒手画均可,但要尽可能准确些,美观些).

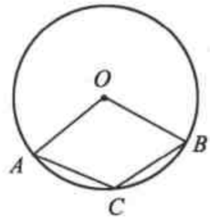
a.是轴对称图形,不是中心对称图形;

b.既是轴对称图形,又是中心对称图形.


(a)


(b)

13. 已知 A、B 是⊙O 上的两点，$\angle AOB = 120°$，C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，如图，试确定四边形 $OACB$ 的形状，并说明理由.



3.3 圆周角和圆心角的关系

学习目标

1. 经历探索圆周角和圆心角的关系的过程.
2. 理解圆周角的概念及其相关性质.
3. 体会分类、归纳等数学思想方法.

范例导航

例 1 如图 3－5 所示，AB 为⊙O 的直径，CD 为⊙O 的弦，AB、CD 的延长线交于 E，已知 $AB = 2DE$，$\angle E = 18°$，则$\angle AOC$ 的度数为______.

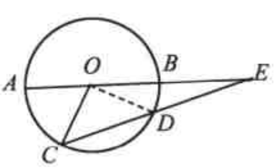


图 3－5

分析：本题要求圆心角$\angle AOC$ 的度数，由图可知，$\angle AOC$ 是$\triangle COE$ 的一个外角，即$\angle AOC = \angle C + \angle E$，故只需求$\angle C$ 的度数，而由 $AB = 2DE$ 知 DE 与半径相等，从而想到连接 OD，构造等腰$\triangle ODE$ 和$\triangle OCD$，则$\angle ODC = \angle C = 2\angle E = 36°$.

解：连接 OD.

$\because AB$ 为⊙O 的直径，OC、OD 为半径，且 $AB = 2DE$，

$\therefore OC=OD=DE$.

$\therefore \angle C=\angle CDO, \angle DOE=\angle E=18°$.

又$\because \angle C=\angle CDO=\angle DOE+\angle E$,即$\angle C=2\angle E=36°$,

$\therefore \angle AOC=\angle C+\angle E=54°$.

例2 **如图3-6,AB 是$\odot O$ 的直径,CD 是弦,若 $AB=10$ cm,$CD=$ 8 cm,那么 A、B 两点到直线 CD 的距离之和为(　　)**

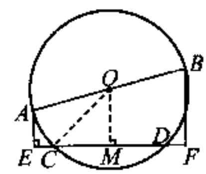


图3-6

A. 12 cm　　B. 10 cm　　C. 8 cm　　D. 6 cm

分析: 如图,过 O 点作 $OM\perp EF$ 于 M,连接 OC.

$\because MC=\frac{1}{2}CD=4$ cm,而 $OC=5$ cm,$\therefore OM=3$ cm.

$\because AE\perp CD, BF\perp CD, OM\perp CD$,

$\therefore AE /\!/ OM /\!/ BF$.

又 $OA=OB$,

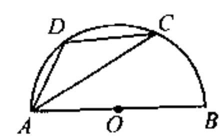
$\therefore OM=\frac{1}{2}(AE+BF), AE+BF=2OM=6$ cm.

答案: D.

能力自测

一、选一选,填一填.

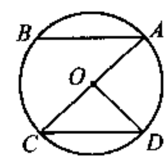
1. 如图,AB 是半圆 O 的直径,AC 是弦,D 是$\overset{\frown}{AC}$的中点,若$\angle BAC=30°$,则$\angle DCA$ 的度数是(　　)



A. 20°　　B. 30°

C. 45°　　D. 40°

2. 如图,AC 是$\odot O$ 的直径,AB、CD 是$\odot O$ 的两条弦,且 $AB /\!/ CD$,若$\angle BAC=35°$,则$\angle AOD$ 等于(　　)



A. 35°　　B. 70°

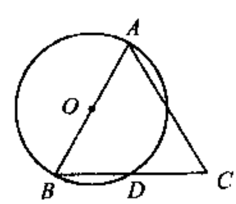
C. 105°　　D. 17.5°

3. 若$\overset{\frown}{AB}$与$\overset{\frown}{CD}$是同圆的两弧,且$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$,则(　　)

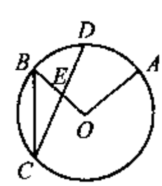
A. $AB=2CD$　　B. $AB<2CD$

C. $AB>2CD$　　D. 无法确定

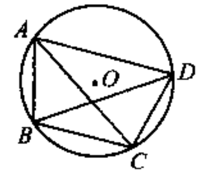
4. 如图,已知 AB 是$\odot O$ 的直径,D 是圆上任意一点(不与 A、B 重合),连接 BD 并延长到 C,使 $DC=BD$,连接 AC,则$\triangle ABC$ 的形状是______三角形.



5. 如图,A、B、C、D 是$\odot O$ 上的四点,且 D 是$\overset{\frown}{AB}$的中点,CD 交 OB 于 E,$\angle AOB=100°$,$\angle OBC=55°$,则$\angle OEC=$______.



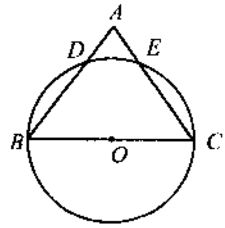
6. 如图，在⊙O 中，A、B、C、D 是⊙O 上的点，图中有相似三角形________对.



7. 四边形 $ABCD$ 为⊙O 的内接四边形，E 为 AB 延长线上一点，$\angle CBE = 40°$，则$\angle AOC =$ ________.

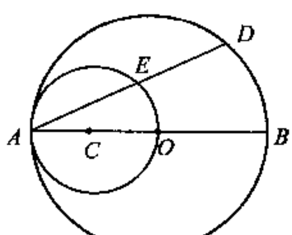
二、做一做.

8. 如图，以 BC 为直径的⊙O 交 AB 于点 D，交 AC 于点 E，$BD = CE$. 求证：$AB = AC$.

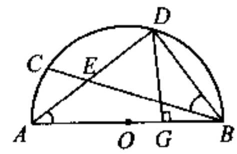


9. 点 A、B、C 在半径为 2 cm 的⊙O 上，若 $BC = 2\sqrt{3}$ cm，求$\angle A$ 的度数.

10. 如图，AB 是⊙O 的直径，以 OA 为直径的⊙C 与⊙O 的弦 AD 相交于点 E，你认为图中有哪些相等的线段，为什么？



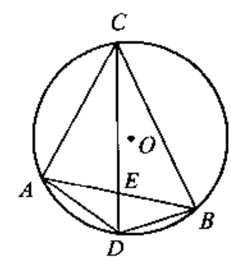
11. 如图，已知 AB 为⊙O 的直径，D 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，连接 BC，交 AD 于 E，$DG \perp AB$ 于 G.



(1)求证：$BD^2 = AD \cdot DE$；

(2)若 $\tan A = \dfrac{3}{4}$，$DG = 8$，求 DE 的长.

12. 如图，在⊙O 中，CD 平分$\angle ACB$，弦 AB、CD 相交于点 E，连接 AD、BD.

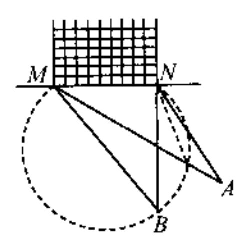


(1)写出图中 3 对相似三角形；

(2)找出图中相等的线段，并说明理由.

三、想一想

13. 在足球比赛场上，甲、乙两名队员互相配合向对方球门 MN 进攻. 当甲带球冲到 A 点时，乙已随后冲到 B 点(如图). 此时甲是自己直接射门好，还是迅速将球回传给乙，让乙射门好呢？



3.4 确定圆的条件

学习目标

1.经历不在同一条直线上的三个点确定一个圆的探索过程.

2.了解不在同一条直线上的三个点确定一个圆,以及过不在同一条直线上的三个点作圆的方法,了解三角形的外接圆、三角形的外心等概念.

3.进一步体会解决数学问题的策略.

范例导航

例1 请作出图3-7所示的破残圆片的圆心.(要求尺规作图,不写作法,但保留作图痕迹)

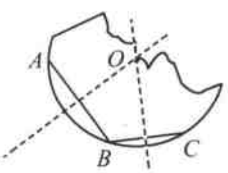


图3-7

分析:实际上这是由弧找圆心的问题,可转化为过三点找圆心的问题.在残破圆片上未残缺的部分任取三点,并连接任两点,作两线段的垂直平分线,交点即为圆心.如图3-7.

例2 已知一个直角三角形的面积为12 cm²,周长为$12\sqrt{2}$ cm,那么这个直角三角形外接圆的半径是______.

分析:设直角三角形中两条直角边分别为a、b,斜边为c,则$\frac{1}{2}ab=12$.

$\therefore ab=24$.

又$\because a+b=12\sqrt{2}-c$,$a^2+b^2=c^2$,

$\therefore (a+b)^2-2ab=a^2+b^2$,即$(12\sqrt{2}-c)^2-48=c^2$.

$\therefore c=5\sqrt{2}$.

$\therefore$外接圆半径为$\frac{5}{2}\sqrt{2}$ cm.

解:$\frac{5}{2}\sqrt{2}$ cm

能力自测

一、选一选,填一填.

1.下列说法正确的是(　　)

A.过三点一定能作圆

B.任意一个三角形一定有一个外接圆且只有一个

C.任意一个圆--定有一个内接三角形且只有一个

D.三角形的外心到三角形三边的距离相等

2.到△ABC 的三个顶点距离相等的点是△ABC 的(　　)

A.三条角平分线的交点

B.三条边的垂直平分线的交点

C.三条高线的交点

D.三条中线的交点

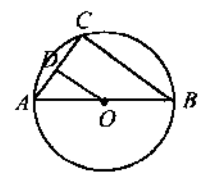
3.对于三角形的外心,下列说法中错误的是(　　)

A.它到三角形三个顶点距离相等

B.它是三角形三条边中垂线的交点

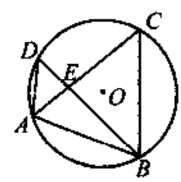
C.它一定在三角形的外部

D.它到三角形任意一个顶点的距离等于其外接圆的半径



4.如图,⊙O 的直径是 AB,AC 为弦,$OD \parallel BC$,交 AC 于 D,$OD = 1$ cm,则 BC 的长为(　　)

A.3 cm　　B.2 cm　　C.1.5 cm　　D.4 cm



5.如图,△ABC 和△ABD 都是⊙O 的内接三角形,AC、BD 相交于 E,则与△ADE 相似的三角形是________.

6.在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$,$\angle A = 60°$,$BC = 4\sqrt{3}$,则此三角形外接圆的半径是______.

7.⊙O 是 Rt△ABC 的外接圆,半径为 12 cm,$\angle C = 90°$,$BC = 8$ cm,则 $\tan A =$______.

8.已知线段 $AB = 12$ cm,则经过 A、B 两点,且半径为 10 cm 的圆有________个,半径为 6 cm 的圆有________个,半径为 5 cm 的圆有________个.

二、做一做.

9.如图,A、B、C 表示三个村庄,要建一个工厂,使它到三个村庄的距离相等,求作工厂的位置.