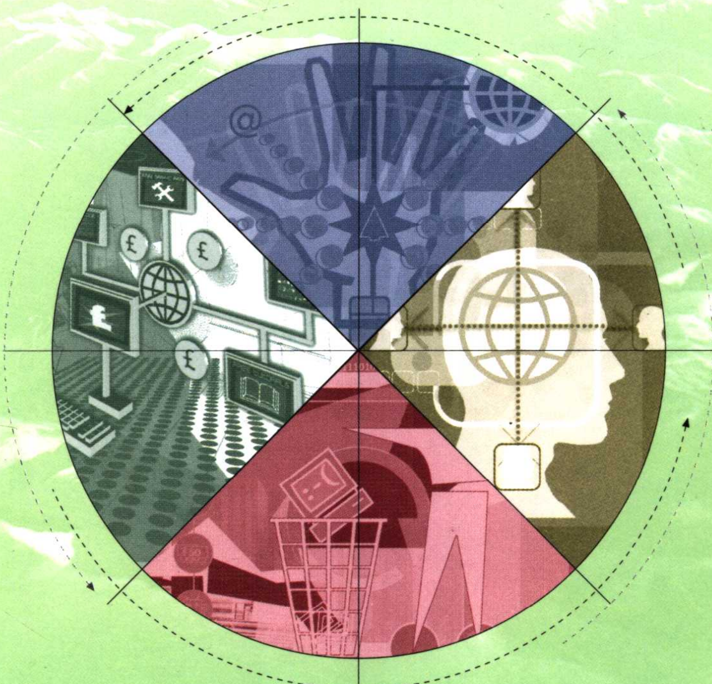
全国农业高职高专财经类规划教材

经济数学

主　编　沈建根
副主编　贺文恕

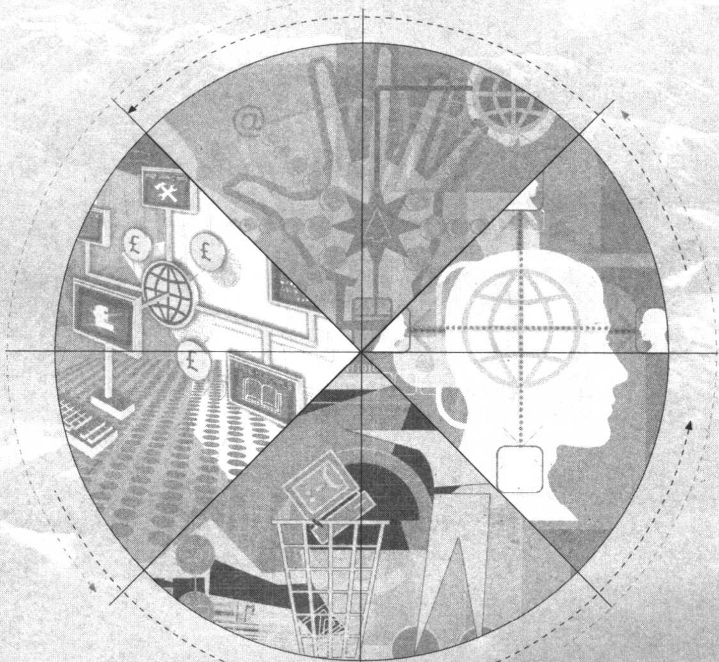


经济科学出版社

全国农业高职高专财经类规划教材

经济数学

主　编　沈建根
副主编　贺文恕



经济科学出版社

责任编辑：谭志军　纪晓津
责任校对：徐领弟　董蔚挺
版式设计：代小卫
技术编辑：邱　天

经济数学
主　编　沈建根
副主编　贺文恕
经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
社址：北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100036
总编室电话：88191217　发行部电话：88191540
网址：www. esp. com. cn
电子邮件：esp@ esp. com. cn
北京欣舒印务有限公司印刷
河北三佳集团装订厂装订
787 × 1092　16 开　20. 5 印张　480000 字
2007 年 3 月第一版　2007 年 3 月第一次印刷
印数：0001—3000 册
ISBN 978 - 7 - 5058 - 6054 - 4/F · 5315　定价：28. 00 元
（图书出现印装问题，本社负责调换）
（版权所有　翻印必究）

图书在版编目（CIP）数据

经济数学／沈建根主编．—北京：经济科学出版社，
2007.3
全国农业高职高专财经类规划教材
ISBN 978－7－5058－6054－4

Ⅰ．经…　Ⅱ．沈…　Ⅲ．经济数学－高等学校：技
术学校－教材　Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 008745 号

前　言

本书是专门针对高职高专经济管理类专业学生编写的数学教材。作者均是长期从事职业教育、在教学一线的骨干教师，对当前高职高专数学教学中存在的问题有深刻的认识，对高职高专学生学习数学的特点有很好的把握。作者在编写过程中，吸收了自己在一线教学实践的经验和“十五”期间高职高专经济类高等数学的教改成果。全书内容主要包括函数极限与连续、导数与微分、导数应用、定积分与不定积分、偏导数与全微分、行列式、矩阵与线性方程组、概率论与数理统计、Mathematica 数学实验等。

作者在编写过程中注重以下原则的体现:

(1) 注意内容的实用性与数学自身系统性和逻辑性的结合。一是充分考虑经济管理工作中对数学素质的要求，同时又结合学生的实际基础，恰当把握教学内容的深度和广度，不过分追求理论上的严密性，尽可能显示内容的直观性与应用性。

(2) 按照以实例引入概念、最终回到数学应用的方式，在内容展开的过程中贯穿将经济问题转化为数学问题的思想，着重培养学生用数学原理和方法消化吸收经济概念、经济原理和专业知识的能力。

(3) 注重数学思想与方法的阐述，科学精神、创新意识的培养，兼顾对学生抽象概括能力、逻辑推理能力、自学能力以及运算能力和综合运用所学知识分析问题、解决问题的能力的培养，体现课程的文化性和工具性。

(4) 针对学生的认知特点，概念的表述尽量从几何、数值和解析三个方面加以体现；注意解题演算与数学软件包 Mathematica 的结合，用基本方法和基本技能训练巩固数学概念，用数学软件处理复杂的计算，化解学习中的困难，提高学生兴趣。

参加本书编写的有：嘉兴职业技术学院沈建根（第九章）、青海畜牧兽医职业技术学院贺文恕（第三章、第四章）、江苏联合职业技术学院樊正刚（第五章）、北京农业职业学院李桂华（第六章）、浙江台州科技职业学院王君丽（第八章）、江苏畜牧兽医职业技术学院袁建华（第一章、第二章）、陕西杨陵职业技术学院张涛（第七章）。

本书由沈建根任主编，贺文恕任副主编。教材的编写大纲及最终统稿由沈建根完成，参与审稿的有贺文恕、张涛、金红惠（嘉兴职业技术学院）、褚继峰（清华大学博士研究生）等。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，希望专家学者不吝指正，以期在修订中得到改进和完善。

编者

2006 年 8 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目录

第一章　函数的极限与连续

【学习目标】

掌握基本初等函数的图像与性质；理解复合函数、初等函数的概念；了解极限的定义，知道左、右极限概念并能在学习过程中加深对极限思想的理解；了解无穷小量、无穷大量的定义，熟悉无穷小量的运算性质，了解无穷小量的比较；掌握求极限的各种方法；理解连续函数的概念，了解间断点的概念并会判断间断点的类型；了解初等函数的连续性，知道闭区间上连续函数的性质。

初等数学研究的对象基本上是不变的量，而高等数学则以变量为研究对象，变量与变量之间相互依赖的函数关系及其属性是高等数学的主要研究对象。极限概念及其运算法则是研究函数的主要工具，高等数学中的许多概念及运算法则都是建立在极限的基础之上。

本章先复习基本初等函数，然后研究极限与函数的连续性等基本概念及它们的运算法则和性质。

第一节　初等函数

在实际问题中经常遇到这样一类函数，它们是由幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数等函数构成的。这一节将在复习上述五类函数的基础上给出复合函数和初等函数的概念。初等函数是微积分中要研究的主要函数。

一、基本初等函数

下列函数称为基本初等函数：

（1）幂函数：$y=x^{\alpha}$（α 为任意实数）

（2）指数函数：$y=a^{x}$（$a>0$，$a\neq1$）

（3）对数函数：$y=\log_{a}x$（$a>0$，$a\neq1$）

（4）三角函数：$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$，$y=\csc x$

（5）反三角函数：$y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$

以上函数，在中学数学中我们已学过，现在我们扼要地复习一下。

（一）幂函数：$y=x^{\alpha}$（α 为任意实数）

它的定义域随 α 而异，但不管 α 为何值，x^{α} 在（0，$+\infty$）内总有定义，而且图形都经过（1，1）点。

如 $y=x^{2}$，$y=x^{\frac{2}{3}}$等，定义域为（$-\infty$，$+\infty$），图形关于 y 轴对称，如图 1－1 所示；

$y=x^{3}$，$y=x^{\frac{1}{3}}$等，定义域为（$-\infty$，$+\infty$），图形关于原点对称，如图 1－2 所示；

$y=x^{-1}$，定义域为 $(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$，图形关于原点对称，如图 1-3 所示；

$y=x^{\frac{1}{2}}$，定义域为 $[0, +\infty)$，如图 1-4 所示。

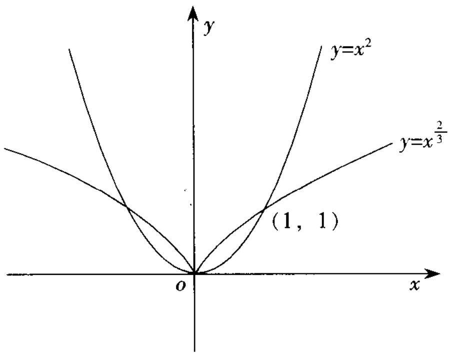


图 1-1

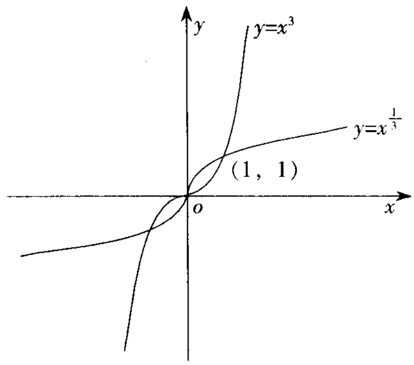


图 1-2

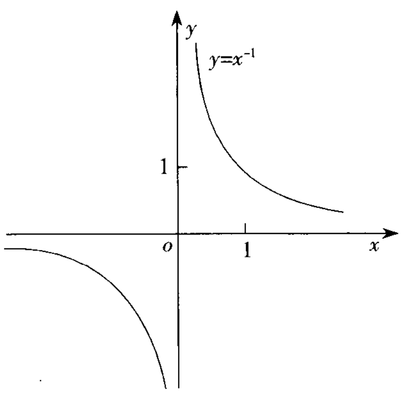


图 1-3

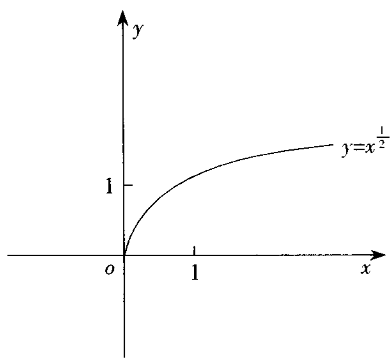


图 1-4

（二）指数函数：$y=a^x$ $(a>0, a\neq1)$

定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为 $(0, +\infty)$，都通过 $(0, 1)$ 点，当 $a>1$ 时，函数单调增加，当 $0<a<1$ 时，函数单调减少，如图 1-5 所示。

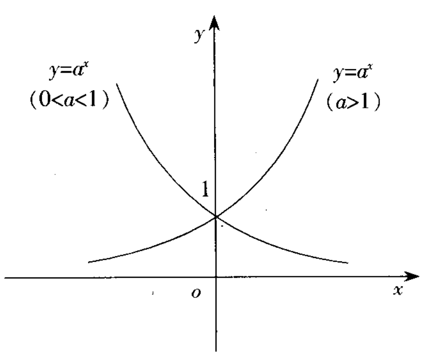


图 1-5

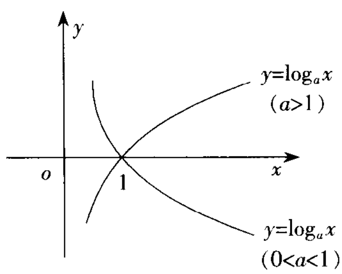


图 1-6

（三）对数函数：$y=\log_a x$（$a>0$，$a\neq 1$）

定义域为（0，$+\infty$），都通过（1，0）点，值域为（$-\infty$，$+\infty$），当 $a>1$ 时，函数单调增加；当 $0<a<1$ 时，函数单调减少，如图 1－6 所示。对数函数与指数函数互为反函数。

（四）三角函数

三角函数有六种，分别是 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$，$y=\cot x$，$y=\sec x$ 和 $y=\csc x$。它们的图形分别如图 1－7、图 1－8、图 1－9、图 1－10、图 1－11 和图 1－12 所示。

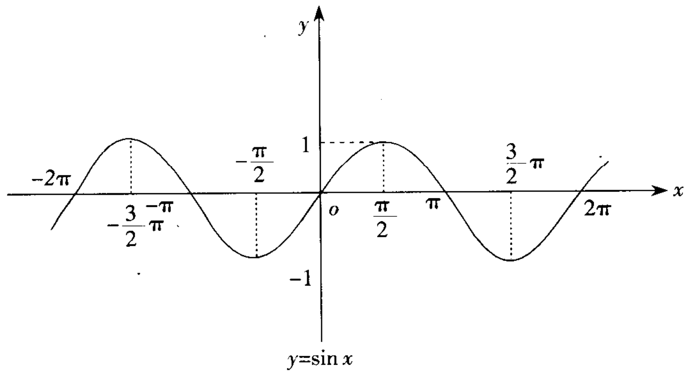


图 1－7

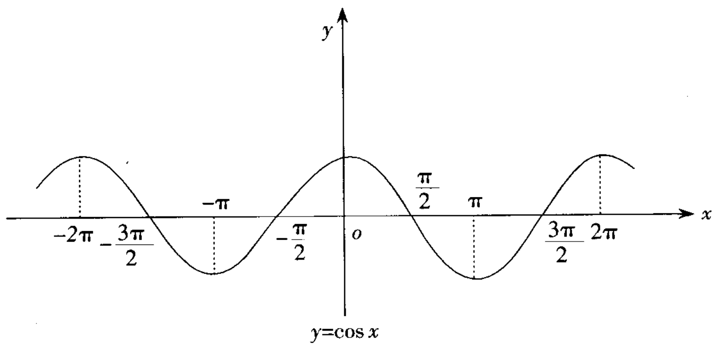


图 1－8

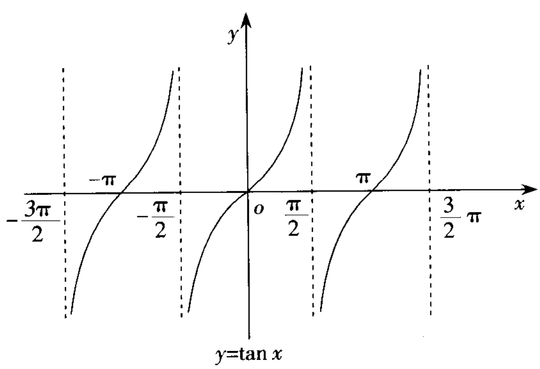


图 1－9

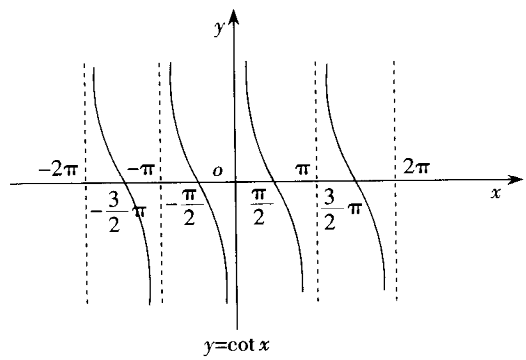
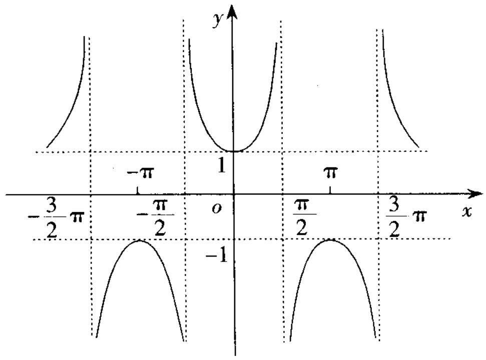


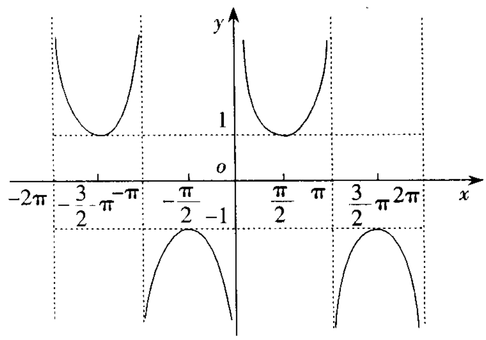
图 1－10

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com



$y=\sec x$

图 1 - 11



$y=\csc x$

图 1 - 12

正弦函数和余弦函数都是以 2π 为周期的周期函数，它们的定义域都是 $(-\infty, +\infty)$，值域都是 $[-1, 1]$，都是有界函数。

正弦函数是奇函数，余弦函数是偶函数。

正切函数 $y=\tan x$ 的定义域为

$$D=\left\{x \mid x \in R,\ x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2},\ n \in Z\right\}$$

余切函数 $y=\cot x$ 的定义域为

$$D=\{x \mid x \in R,\ x \neq n\pi,\ n \in Z\}$$

正切函数和余切函数都是以 π 为周期的周期函数，它们都是奇函数。

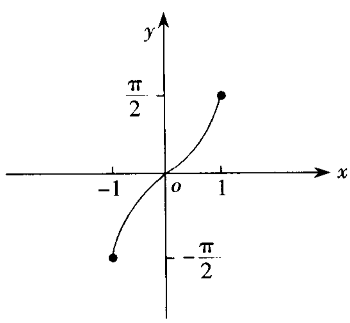
正割函数 $y=\sec x$ 的定义域同正切函数。

余割函数 $y=\csc x$ 的定义域同余切函数。

正割函数、余割函数都是以 2π 为周期的周期函数，并且在开区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内都是无界函数。

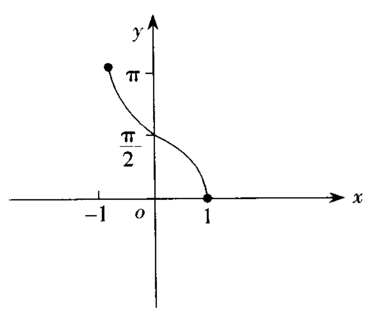
（五）反三角函数

常用的反三角函数有：$y=\arcsin x$，$y=\arccos x$，$y=\arctan x$，$y=\operatorname{arccot} x$。它们的图形分别如图 1 - 13、图 1 - 14、图 1 - 15 和图 1 - 16 所示。



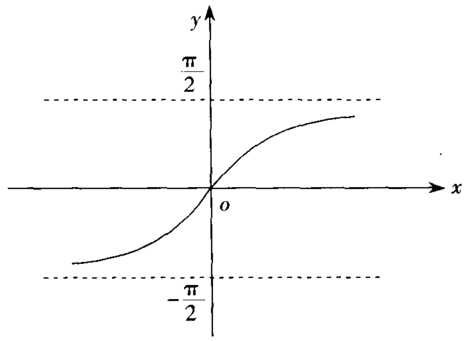
$y=\arcsin x$

图 1 - 13



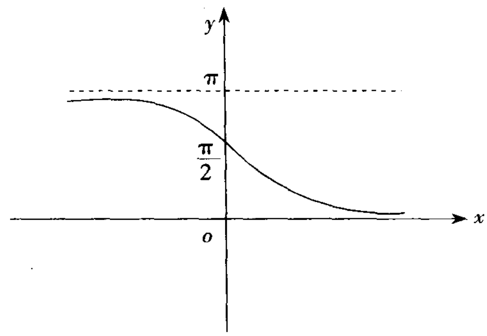
$y=\arccos x$

图 1 - 14



y=arctan x

图 1-15



y=arccot x

图 1-16

反正弦函数 $y=\arcsin x$ 的定义域为 $[-1, 1]$，值域为$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$，它在闭区间 $[-1, 1]$ 内是增函数。

反余弦函数 $y=\arccos x$ 的定义域为 $[-1, 1]$，值域为 $[0, \pi]$，它在闭区间 $[-1, 1]$ 内是减函数。

反正切函数 $y=\arctan x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$，它在开区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是增函数。

反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为 $(0, \pi)$，它在开区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数。

二、复合函数

我们先看一个例子，设有两个函数

$$y=\ln u \text{ 和 } u=\sin x$$

以 $\sin x$ 代替第一式中的 u，得

$$y=\ln \sin x$$

我们说，函数 $y=\ln \sin x$ 是由 $y=\ln u$ 和 $u=\sin x$ 复合而成的复合函数。一般地，有如下定义：

定义 1-1　设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 Z_φ，$Z_\varphi \cap D_f$ 非空，则称函数 $y=f[\varphi(x)]$ 为 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数。其中 x 为自变量，y 为因变量，u 称为中间变量。

【例 1-1】 已知 $y=f(u)=\sqrt{u}$，$u=\varphi(x)=a-x^2$。考察 $a=1$，$a=-1$ 时，这两函数能否复合成复合函数。

解：(1) $a=1$ 时有

$$y=\sqrt{u}, \ u=1-x^2$$
$$D_f=[0, +\infty), \ Z_\varphi=(-\infty, 1]$$

显然 $Z_\varphi \cap D_f \neq \varnothing$，故这两函数可复合成复合函数，两函数复合而成的函数为 $y=f[\varphi(x)]=\sqrt{1-x^2}$。

（2）$a=-1$ 时有

$$y=\sqrt{u},\ u=-1-x^2$$

$$D_f=[0,\ +\infty),\ Z_\varphi=(-\infty,\ -1]$$

显然 $Z_\varphi \cap D_f=\varnothing$，故这两函数不能复合成一个复合函数。

这说明，不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的。

复合函数是函数之间的一种运算结果，利用复合函数的概念，可以将一个较复杂的函数看成由几个简单函数复合而成，从而便于对函数进行研究。

【例 1-2】 写出下列函数的复合过程：

（1）$y=(2x+1)^5$；（2）$y=e^{\cos x}$；（3）$y=\tan^5(x^2+1)$。

解：（1）$y=(2x+1)^5$ 由 $y=u^5$ 和 $u=2x+1$ 复合而成；

（2）$y=e^{\cos x}$ 由 $y=e^u$ 和 $u=\cos x$ 复合而成；

（3）$y=\tan^5(x^2+1)$ 由 $y=u^5$，$u=\tan v$ 和 $v=x^2+1$ 复合而成。

三、初等函数

定义 1-2 由常数和基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合运算而构成的并可用一个式子表示的函数，称为初等函数。例如：

$$y=(2x+1)^5,\ y=\cos^2 x,\ y=\sqrt{\ln x+2^x-\sin^2 x}$$

都是初等函数，而

$$y=\begin{cases}\sin x, & x<0\\ x+1, & x\geqslant 0\end{cases}$$ 就不是初等函数。

初等函数是用一个解析式表示的，因此分段函数一般不是初等函数。但是由于分段函数在其定义域的不同子区间上通常是用初等函数表示的，故我们仍可通过初等函数来研究它们。本课程中讨论的函数绝大多数都是初等函数。

习题 1-1

1. 填空题。

（1）六个三角函数中，为奇函数的是________，为有界函数的是________。

（2）$y=\arcsin x$ 的定义域是________，值域是________；$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)=$________，$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)=$________。

（3）$y=\operatorname{arccot} x$ 的定义域是________，值域是________；$\operatorname{arccot}(\sqrt{3})=$________，$\operatorname{arccot}(-\sqrt{3})=$________。

2. 选择题。

（1）下列结论正确的是（　　）。

A. 函数 $y=5^x$ 与 $y=5^{-x}$ 的图像关于原点对称　B. 函数 $y=5^x$ 与 $y=5^{-x}$ 的图像关于 x 轴对称

C. 函数 $y=5^x$ 与 $y=-5^x$ 的图像关于 y 轴对称　D. 函数 $y=5^x$ 与 $y=\log_5^x$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称

（2）下列函数中是基本初等函数的是（　　）。

A. $y=\begin{cases}2x^2, x>0\\ 2x+1, x<0\end{cases}$　B. $y=2x+\sin x$

C. $y=x$　　D. $y=\cos\sqrt{x}$

（3）设$f(x)=x^2$，$\varphi(x)=2^x$，则$f[\varphi(x)]=$（　　）。

A. 2^{x^2}　　B. x^{2^x}

C. x^{2x}　　D. 2^{2x}

3. 写出下列函数的复合过程。

（1）$y=\cos 2x$　　（2）$y=e^{\frac{1}{x}}$

（3）$y=e^{\sin^2 x}$　　（4）$y=\ln\arcsin(x+1)$

（5）$y=\sqrt[3]{\tan^2\left(x+\frac{1}{6}\right)}$　　（6）$y=\sin(\ln\sqrt{x^2-1})$

第二节　经济分析中常见的函数模型

经济活动与数学有着广泛的联系，在当今的经济活动中，数学已不再是单纯用作计数或统计，还常用于对其中一些复杂现象进行分析，建立数学模型，做出决策并影响和控制这些活动。本节将介绍一些经济分析中常见的函数模型。

一、需求函数

在经济学中，“需求”是指消费者在一定价格条件下既有购买的愿望，又有购买能力购买的商品量。一般来说，对一种商品，消费者对它的需求是受到诸多因素影响的，如消费者的收入、商品的价格，其他相关商品的价格以及消费者的偏好等，其中这一商品的市场价格是影响需求的最主要因素，下面我们将价格以外的其他因素都看成是不变的，只研究需求与价格的关系。

设p表示商品的价格，Q表示需求量，那么有$Q=f(p)$，这个函数我们称之为需求函数。

一般来说，商品价格降低，需求增加；商品价格提高，需求减少。因此，一般需求函数$Q=f(p)$是单调减少函数。因为$Q=f(p)$单调减少，所以存在反函数$p=f^{-1}(Q)$，一般也称之为需求函数。用D来表示需求曲线，如图1－17所示。

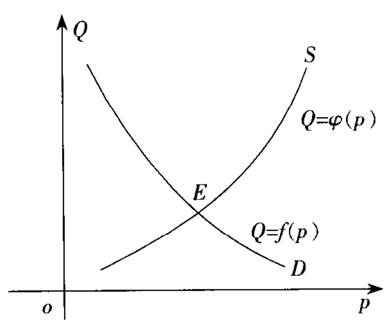


图1－17

根据观察可得到一些价格与需求的数据（p，Q），常用下列一些简单初等函数来拟合需

求函数：

线性函数 $Q=b-ap \quad a,\ b>0$

反比例函数 $Q=\dfrac{k}{p} \quad k>0,\ p\neq 0$

幂函数 $Q=kp^{\alpha} \quad k>0,\ \alpha<0,\ p\neq 0$

指数函数 $Q=ae^{-bp} \quad a,\ b>0$

二、供给函数

“供给”指在一定价格条件下，生产者愿意出售并且有可供出售的商品量。

供给也是由多种因素决定的，如商品的市场价格、生产者生产商品的成本等，这里不考虑价格以外的其他因素，只讨论供给与价格的关系。

设 p 表示商品价格，Q 表示供给量，那么有

$$Q=\varphi(p)$$

这个函数我们称之为供给函数。一般来说，与需求函数的情况相反，供给量是随着市场价格的上涨而增加的，即一般供给函数是单调增加函数。因为 $Q=\varphi(p)$ 单调增加，所以存在反函数 $p=\varphi^{-1}(Q)$，一般也称之为供给函数。用 S 表示供给曲线，如图 1－17 所示。

常用下列一些函数拟合供给函数：

线性函数 $Q=ap-b \quad a,\ b>0$

幂函数 $Q=kp^{\alpha} \quad k,\ \alpha>0$

指数函数 $Q=ae^{bp} \quad a,\ b>0$

三、均衡价格

对一种商品而言，需求量与供给量相等时的价格，称为均衡价格。也就是需求曲线和供给曲线的交点 E 处的横坐标 $p=p_0$，此时需求量与供给量为 Q_0，称为均衡商品量，如图 1－18 所示。

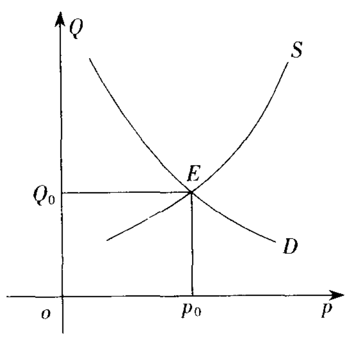


图 1－18

当 $p<p_0$ 时，如图 1－19 中，$p=p_1$ 处，此时需求量为 Q_D，而供给量为 Q_S，$Q_D>Q_S$，这时市场上会出现“供不应求”现象，会出现抢购、黑市等情况。但这种情况是暂时的，必然会导致价格上涨，即价格 p 增大。

当 $p > p_0$ 时，如图 1－20 中，$p = p_2$ 处，此时出现需求量 Q_D 小于供应量 Q_S 的情况，市场上出现“供过于求”现象，商品滞销。这种情况也是暂时的，必然导致价格下跌，即价格 p 减小。

总之，商品的市场价格，在市场的调节下，将围绕均衡价格摆动。

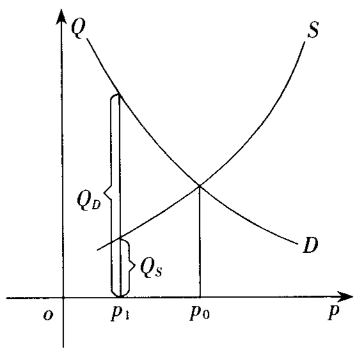


图 1－19

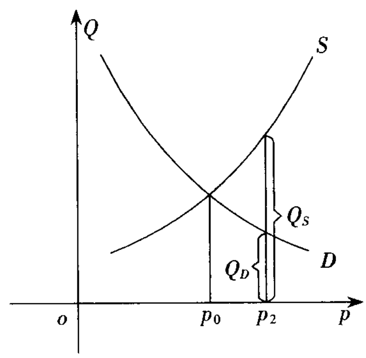


图 1－20

四、成本函数

成本就是生产者用于生产产品的费用，成本可分为两类：第一类是厂房、设备等固定资产的折旧等，这类成本短期内不发生变化，即不随商品产量的变化而变化，因此常称为固定成本，常用 C_0 来表示；第二类是能源费用、原材料费用等，这类成本随商品产量的变化而变化，因此称之为可变成本，用 C_1 表示，这两类成本的总和就是生产者投入的总成本，用 C 来表示，即 $C = C_0 + C_1$。

在生产技术水平和生产要素的价格固定不变的条件下，产品的总成本 C 是产量 q 的函数，即 $C = C_0 + C_1(q)$。

常见的成本函数有：

线性函数 $C = C_0 + aq$　　　（其中 $C_1 = aq$）

二次函数 $C = C_0 + aq + bq^2$　（其中 $b \neq 0$，$C_1 = aq + bq^2$）

单从总成本无法看出生产者生产水平的高低，因此，工作中还需要考察单位产品的成本，即平均成本，记为 $\overline{C}$，即 $\overline{C} = \dfrac{C(q)}{q}$。

这个函数我们称之为平均成本函数，其中 $C(q)$ 是总成本函数。

【例 1－3】 生产某种商品的总成本（单位：元）是

$$C(q) = 1\ 000 + 2q$$

求生产 50 件这种商品时的总成本和平均成本。

解：生产 50 件商品时的总成本为：

$$C(50) = 1\ 000 + 2 \times 50 = 1\ 100 \text{（元）}$$

因为平均成本 $\overline{C} = \dfrac{C(q)}{q} = \dfrac{1\ 000}{50} + 2 = 22$（元/件）

即生产 50 件商品的总成本为 1 100 元，平均成本为 22 元/件。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com