



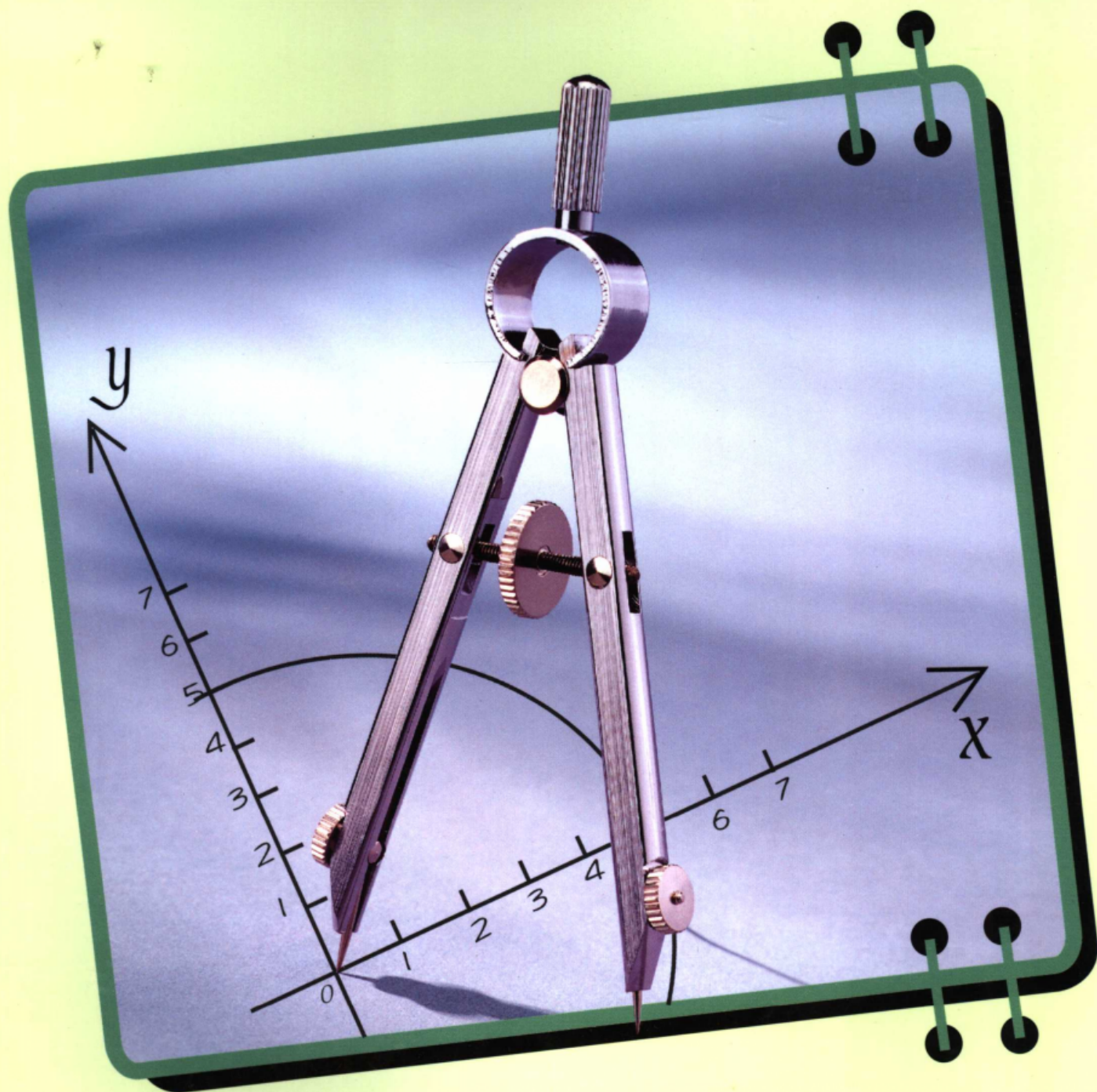
复旦卓越·全国学前教育专业系列

数学

(一)

总主编 孔宝刚

执行主编 樊亚东



复旦大学出版社



体现课程改革新理念、新思维 追求幼师教育中国化、科学化

全国学前教育专业系列教材

专业基础类

《学前卫生学》	主编 麦少美
《学前心理学》	主编 汪乃铭 钱 峰
《学前教育学》	主编 郑健成
《学前儿童健康教育活动指导》	主编 麦少美 孙树珍
《学前儿童社会教育活动指导》	主编 周梅林
《学前儿童语言教育活动指导》	主编 张加蓉 卢 伟
《学前儿童科学教育活动指导》	主编 夏 力
《学前儿童艺术教育活动指导》	主编 郭亦勤

艺体类

《幼儿园实用手工》	主编 沈建洲
《手工基础教程》	主编 沈建洲
《绘画》(一)(二)	主编 张昭济
《健美操教程》	主编 文 岩
《舞蹈基础》	主编 陈康荣
《幼儿歌舞创编指导》	主编 贾任兰
《声乐》(一)	主编 杨丽华
《声乐》(二)	主编 杨丽华 夏艳萍
《幼儿歌曲创编》	主编 马 成 王炳文
《幼儿歌曲钢琴即兴伴奏法》	主编 侯德炜 赵 木
《钢琴基础》(一)	主编 李和平
《音乐赏析》	主编 高 希 秦 岭
《乐理 视唱 练耳》	主编 林鸿平

文化基础类

《语文》	主编 苏艳霞 丁春锁
《学前儿童文学》	主编 李 莹 肖育林
《幼儿教师口语训练教程》	主编 王素珍
《数学》(一)(二)(三)	主编 孔宝刚
《生物学》	主编 贺永琴
《信息技术基础教程》	主编 张 莉

专业课程类

《学前教育科学研究方法》	主编 张宝臣 李志军
《学前儿童游戏教程》	主编 翟理红

ISBN 7-309-05124-6



9 787309 051247 >

0·370 定价: 22.00元



复旦卓越·全国学前教育专业系列

教学的教师免

的弟子文

数 学

(一)

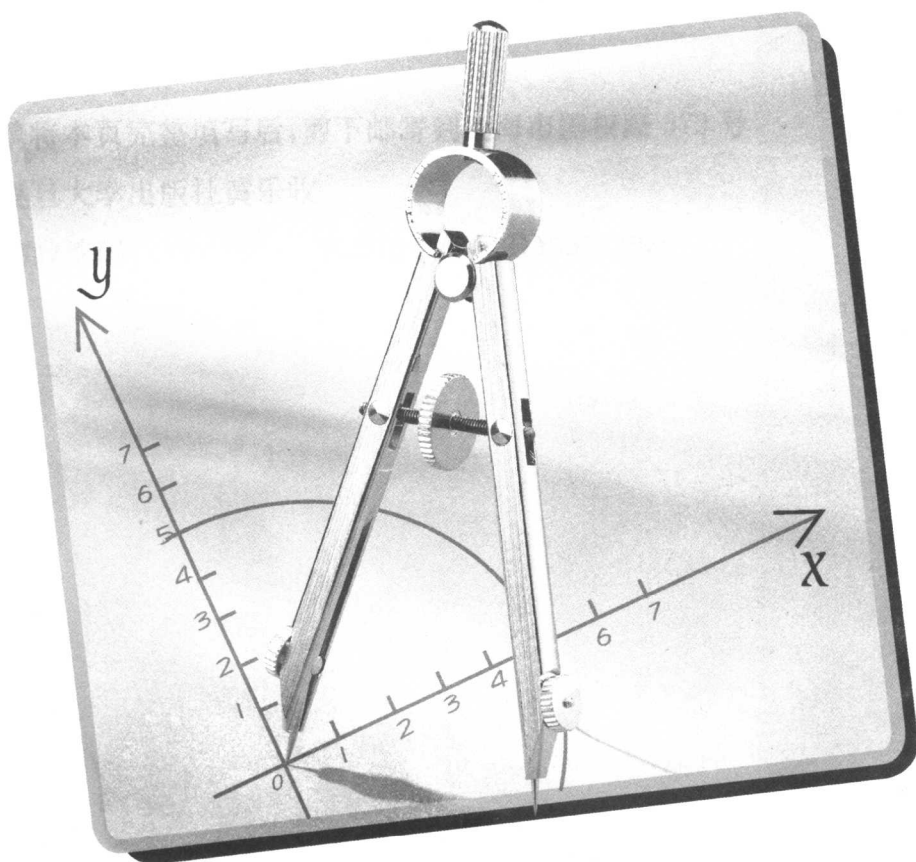
总 主 编 孔宝刚

执 行 主 编 樊亚东

本 册 主 编 孔宝刚

本册编写人员 (按姓氏笔画排列)

于洪波 王新冉 孔宝刚 汤小如 许文龙
李军华 赵筑申 耿 焱 靳一娜 樊亚东



图书在版编目(CIP)数据

数学(一)/总主编孔宝刚. —上海:复旦大学出版社,
2006. 8

(复旦卓越·全国学前教育专业系列)

ISBN 7-309-05124-6

I. 数… II. 孔… III. 数学-幼儿师范学校-教材
IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 091289 号

数学(一)

总主编 孔宝刚

出版发行 复旦大学出版社 上海市国权路 579 号 邮编 200433
86-21-65642857(门市零售)
86-21-65118853(团体订购) 86-21-65109143(外埠邮购)
fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

责任编辑 黄 乐
装帧设计 冯晓莉
总 编 辑 高若海
出 品 人 贺圣遂

印 刷 上海华业装潢印刷厂有限公司
开 本 890 × 1240 1/16
印 张 12.25
字 数 362 千
版 次 2006 年 8 月第一版第一次印刷
印 数 1—5 100

书 号 ISBN 7-309-05124-6/O · 370
定 价 22.00 元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。
版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本册书是高等幼儿师范学校学前教育专业数学课程教材的第一册（全部教材共三册）。内容主要包括集合、函数、不等式、和数列。首先在集合与对应的基础上建立了一般函数的模型，接着具体讨论了几种常见的函数实例，如指数函数、对数函数、三角函数等；最后，运用函数的思想方法讨论了涉及不等式以及数列的简单问题。通过本册书的学习，体会数学中如何描述变量之间的关系，感悟通过建立数学模型来刻画和研究现实世界的数学原理、思想和方法。

本书适合作为各类高等幼师、师范院校学前教育系的数学文化基础课教材。

丛书编审委员会

主 任 孟献忠

副主任 张昭济 陈志超 张永彬

委 员(按姓氏笔画排列)

王向东 王建平 王素珍 王莉娅 孔宝刚

由显斌 刘仁生 麦少美 杨丽华 张兰英

张加蓉 张宝臣 张祥华 陈代伟 陈雅芳

罗 峰 周玉衡 周 兢 姜亚林 洪 维

贺永琴 秦明华 秦金亮 贾任兰 夏 力

高云庆 郭亦勤 唐国光 黄景玉 薛宝林

总 序

1903年是中国人独立设置幼稚园的开端,为促进幼儿教育的发展,幼儿师范教育也走上中国教育的大舞台.幼儿师范教育诞生初期,师资、课程、教材均借鉴于国外,但前辈幼师人从未停止过中国化、科学化幼师教育的探索,他们的不懈努力成为我们今天最宝贵的精神财富.

新中国成立以后,幼儿师范教育获得了新生,一批独立设置的幼儿师范学校逐步成为培养幼儿教师的基地,特别是《幼儿师范学校教学计划》的颁布,使新生的幼师教育在课程和教材领域开始走向规范化.经历了“文化大革命”大风暴之后,幼儿师范教育再次焕发青春.20世纪80年代中期,国家教委审定并出版了全国幼儿师范学校通用教材和培训教材,为恢复和发展幼儿师范教育,规范幼教师资培养、培训规格和标准,起到了重要的指导作用.

进入新世纪以来,学前教育越来越受到全社会的重视,幼教师资学历层次上移成为大趋势,幼儿师范教育也基本完成从三级师范向二级师范的过渡,大部分三年制幼儿师范学校或改为五年制,或并入高师设置学前教育系,原有的教材体系已不能适应办学要求,适应专科层次幼儿师范教育新发展的教材体系成为“空白点”.正是由于新教材的空缺,使得相当一部分学校只能沿用旧教材,或选择高师本科教材,甚至采用小学教育专业或高中教材,而这显然不符合幼儿师范教育发展的自身规律和培养目标.教材问题成为制约幼儿师范教育培养目标实现的一个“瓶颈”.

教材是实施课程标准的基本工具.在基础教育课程改革的大背景下,我们对于教材功能的认识已发生深刻变革,教材不是“规范”和“控制”教学的工具,“为教学服务”是对其根本功能的重新定位.教材既承载知识和技能,更渗透思维方法的给予、认知结构的优化、实践能力的形成和创新精神的培养,在幼儿师范教育实现大专化的进程中,适时编写出版一套代表学前教育发展方向,体现幼教新理念、新思维和反映课程改革新成果的幼师系列教材,无疑将会为新时代的幼儿师范教育注入新的活力.

2003年,正值中国幼儿教育百年庆典,一批长期工作在第一线的幼儿师范教育工作者,共聚上海,商讨教材建设问题,并达成编写五年制幼师新教材的意向.2004年,这一意向受到复旦大学出版社有关领导和专家的重视,并得到国家教育部师范司有关领导的大力支持,来自全国近三十所高师学前教育系、幼儿师范学校的专家、学者和教师,再一次聚会上海,在研讨课程标准的基础上,正式确定了新教材的编写工作.

2005年夏,第一批教材正式出版发行.我们希望这一套教材的出版,能成为新世纪为探索幼儿师范教育中国化、科学化,并逐步与国际接轨的一次有益尝试.课程改革,教材先行,希望能够有更多的人参与和重视幼儿师范教育,有更多的新教材问世,使我们的教材体系呈现多样化的特点,为幼师教育改革与发展,为中国幼教事业走向辉煌增色添彩.

“全国学前教育专业系列教材”编审委员会

2005年6月

前 言

随着我国幼儿师范教育体制改革的不断深入,我国大部分中等幼儿师范学校已升格为专科学校,因此编写一套具有时代特征并且针对性较强的学前教育数学教材,显得十分迫切和必要,因此我们组织编写了这一套学前教育数学教材。

本教材共分三册,每学年一册。教材的内容汲取国内外先进的数学教育思想、教育观念和教育方法,融合教育部《普通高中数学课程标准(实验)》的精神,贴近学前教育专业的目标与要求,体现学前教育专业数学课程的基本理念,突出数学基础知识和技能的系统性、科学性、示范性和实用性,旨在帮助学生认识数学的科学价值、文化价值和应用价值,并获得适应现代生活、胜任幼儿教育和未来发展所需要的数学素养。

教材具有以下几个主要特点:

1. 注重内容的基础性和系统性。教材在内容安排上突出知识和技能的基础性,在数学理论、方法、思想上体现了与时俱进的“双基”内涵,改变了“繁、难、偏、旧”状态,增加了符合时代要求的新的基础知识和基本技能。教材按知识发展、问题背景、思想方法、数学理论、简单应用等主要环节逐步展开,通过问题将知识贯通。

2. 注重理论与实践相结合。教材充分关注数学与自然、生活、科技、文化等多门学科的联系,力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验密切联系背景中感受数学思想、建立数学模型、运用数学方法,在知识的发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识和应用意识,让学生感受到数学与外部世界是息息相关、紧密相连的。

3. 突出选择性和针对性。教材在内容安排上分必学内容和选择性内容两部分(章节前面有*为选择性内容),充分考虑不同地区、不同学生的需求,为学生的不同发展提供了一定的选择空间,也为教师的教学留有一定的余地。另外,针对培养的学生是未来从事幼儿教育的实际,在每章内容安排上都有针对性地插入适量的“习题课”,以进行知识巩固练习和技能练习,提高学生的基本技能。

4. 教材编写结构新颖。全书主要按“问题背景→意义建构→思想方法→数学理论→实际应用→小结回顾”的呈现方式进行组织和编写,内容通俗易懂,特别重视知识与方法的发生过程,选题的起点虽低,但注重本质且形式多样,易于教,也易于学。

本教材在编写过程中,经过了专家的反复论证和编写人员的多次修改,并得到了参编学校领导的大力支持及有关专家的帮助,在此表示感谢。由于时间有限,难免有错误和不当之处,敬请各位专家、同行给予指正。

编 者

2006年7月

本书部分常用符号

$\in$ $x \in A$	x 属于 A ; x 是集合 A 的一个元素
$\notin$ $y \notin A$	y 不属于 A ; y 不是集合 A 的一个元素
$\{ \}$ $\{x P(x), x \in A\}$	使命题 $P(x)$ 为真的元素 x 的集合
$\emptyset$	空集
$\mathbf{N}$	非负整数集; 自然数集
$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$	正整数
$\mathbf{Z}$	整数集
$\mathbf{Q}$	有理数集
$\mathbf{R}$	实数集
$\subseteq$ $B \subseteq A$	B 包含于 A ; B 是 A 的子集
$\subset$ $B \subset A$	B 真包含于 A ; B 是 A 的真子集
$\cup$ $A \cup B$	A 与 B 的并集
$\cap$ $A \cap B$	A 与 B 的交集
$\complement_U B$	U 中子集 B 的补集或余集
$f: A \rightarrow B$	集合 A 到集合 B 的映射
$\sin x$	x 的正弦
$\cos x$	x 的余弦
$\tan x$	x 的正切
$S_{\triangle ABC}$	$\triangle ABC$ 的面积
a_n	数列 $\{a_n\}$ 的通项公式
S_n	数列的前 n 项和

目 录

第一章

集合 / 1

- 1.1 集合的含义与集合间的基本关系 / 2
 - 1.1.1 集合的含义与表示 / 2
 - 1.1.2 集合间的基本关系 / 4
- 1.2 集合的基本运算 / 7
 - 1.2.1 交集、并集 / 7
 - 1.2.2 补集 / 9
- * 1.3 集合中元素的个数 / 11
- 1.4 习题课 / 13
- 小结 / 16

第二章

基本初等函数 I / 19

- 2.1 函数与映射 / 20
 - 2.1.1 函数的概念 / 21
 - 2.1.2 函数的表示法 / 24
 - 2.1.3 映射 / 25
- 2.2 习题课 1 / 27
- 2.3 函数的基本性质 / 29
 - 2.3.1 函数的单调性 / 29
 - 2.3.2 函数的最大(小)值 / 31
 - 2.3.3 函数的奇偶性 / 33
- * 2.4 反函数 / 37
 - 2.4.1 反函数的概念 / 37
 - 2.4.2 互为反函数的函数图像间的关系 / 38
- 2.5 习题课 2 / 40
- 2.6 指数与指数幂运算 / 43
 - 2.6.1 根式 / 43
 - 2.6.2 分数指数幂 / 44
 - 2.6.3 无理数指数幂 / 46
- 2.7 指数函数及其性质 / 48
- 2.8 习题课 3 / 52
- 2.9 对数与对数运算 / 55

2.9.1	对数的概念 / 55
2.9.2	对数的运算性质 / 57
* 2.10	换底公式 / 59
2.11	对数函数及其性质 / 61
2.12	习题课 4 / 65
	小结 / 68

第三章

不等式 / 71

3.1	不等关系 / 72
3.2	不等式的解法 / 74
3.2.1	含有绝对值的不等式的解法 / 74
3.2.2	一元二次不等式的解法 / 77
* 3.2.3	不等式的解法举例 / 80
3.3	基本不等式及其应用 / 82
3.4	习题课 / 86
	小结 / 89

第四章

数列 / 91

4.1	数列的概念 / 92
4.2	等差数列 / 96
4.2.1	等差数列及其通项公式 / 96
4.2.2	等差数列的前 n 项和 / 100
4.3	等比数列 / 103
4.3.1	等比数列及其通项公式 / 103
4.3.2	等比数列的前 n 项和 / 106
4.4	习题课 / 109
	小结 / 112

第五章

基本初等函数 II / 115

5.1	角的概念的推广 / 116
5.2	弧度制 / 119
5.3	习题课 1 / 122
5.4	三角函数 / 124
5.4.1	任意角的三角函数 / 124
5.4.2	同角三角函数的基本关系式 / 128
5.4.3	诱导公式 / 130

5.4.4	两角和的三角函数 / 134
* 5.4.5	两角差的三角函数 / 138
5.4.6	二倍角的三角函数 / 140
5.5	习题课 2 / 143
5.6	三角函数的图像和性质 / 146
5.6.1	正弦函数、余弦函数的图像和性质 / 146
* 5.6.2	正切函数的图像和性质 / 150
* 5.6.3	函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像 / 152
* 5.6.4	已知三角函数值求角 / 155
5.7	习题课 3 / 157
	小结 / 161

第六章

	解三角形 / 165
6.1	正弦定理 / 166
6.2	余弦定理 / 170
6.3	正弦定理、余弦定理的应用 / 173
6.4	习题课 / 176
	小结 / 178

第一章 集 合

1.1 集合的含义与集合间的基本关系

1.2 集合的基本运算

*1.3 集合中元素的个数

1.4 习题课

小结

在幼儿园的一次活动中，老师要求小朋友在观察给定的一些树叶后，按树叶的大小、外形、颜色进行分类，并记下分类后的数量，也就是说“集合”知识的运用已渗透到了学前教育的活动中。在本章，我们将学习集合的一些基本知识，用集合的语言来表示有关的数学对象，用集合的方法解决有关的数学问题。

1.1 集合的含义与集合间的基本关系

1.1.1 集合的含义与表示



问题

在学校举办的体育节中,共有两类项目的比赛:田径项目和球类项目. 06 级 1 班有 10 名同学参加了田径项目比赛,有 8 名同学参加了球类项目比赛,那么,在体育节中这个班有 18 名同学参加比赛吗?

观察下面一些例子:

- (1) 06 级 1 班的所有同学;
- (2) 06 级 1 班所有参加田径项目比赛的同学;
- (3) 06 级 1 班所有参加球类项目比赛的同学.

例(1)中,我们把 06 级 1 班的每一名同学作为一个元素,这些元素的全体便组成一个集合;例(2)中,我们把 06 级 1 班参加田径项目比赛的每一名同学作为一个元素,这些元素的全体便组成一个集合;同样,例(3)中,我们把 06 级 1 班参加球类项目比赛的每一名同学作为一个元素,这些元素的全体便组成一个集合.

一般地,我们把一定范围内研究的对象称为元素(element),把一些确定的元素组成的总体叫做集合(set).

给定集合中的元素必须是确定的. 例如,“中国的直辖市”构成一个集合,该集合的元素就是北京、天津、上海和重庆,而南京、合肥等市就不是这个集合中的元素;“china”中的字母构成一个集合,该集合中的元素就是 c, h, i, n, a. “歌唱得好的人”不能构成集合,因为组成它的元素是不确定的.

给定集合中的元素是互不相同的,也就是说,集合中的元素是不重复出现的. 例如,“book”中的字母构成一个集合,该集合中的元素是 b, o, k.

集合常用大写的拉丁字母来表示,如集合 A、集合 B..., 元素常用小写的拉丁字母来表示,如元素 a、元素 b...

如果 a 是集合 A 中的元素,就记作 $a \in A$, 读作“a 属于 A”;如果 a 不是集合 A 的元素,就记作 $a \notin A$, 读作“a 不属于 A”.

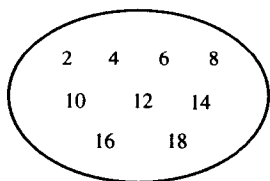


图 1-1-1

表示集合的常用方法有以下两种:

列举法: 将集合中的元素一一列举出来,并置于大括号“ $\{ \}$ ”内,如 $\{ \text{北京, 天津, 上海, 重庆} \}$, $\{ c, h, i, n, a \}$. 用这种方法表示集合,元素之间要用逗号分隔,但列举法与元素的次序无关.

描述法: 将集合的所有元素都具有的性质(满足的条件)表示出来,写成 $\{ x | P(x) \}$ 的形式,如 $\{ x | x \text{ 是 } 1 \sim 20 \text{ 以内的偶数} \}$.

有时用 Venn 图来示意集合更加形象直观,如图 1-1-1 所示.

数学中一些常用的数集及其记法如下:

全体非负整数组成的集合称为**非负整数集**(或**自然数集**),记为 $\mathbf{N}$;

所有正整数组成的集合称为**正整数集**,记为 $\mathbf{N}_+$;

全体整数组成的集合称为**整数集**,记为 $\mathbf{Z}$;

全体有理数组成的集合称为**有理数集**,记为 $\mathbf{Q}$;

全体实数组成的集合称为**实数集**,记为 $\mathbf{R}$.



例 1

试分别用列举法和描述法表示下列集合:

(1) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有实数根组成的集合;

(2) 大于 5 小于 15 的所有实数组成的集合.

解: (1) 设方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数根为 x ,

方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集用描述法表示为

$$A = \{ x | x^2 - 4 = 0, x \in \mathbf{R} \}.$$

方程 $x^2 - 4 = 0$ 的实数根是 2, -2, 因此集合 A 用列举法表示为

$$A = \{ 2, -2 \}.$$

(2) 设大于 5 小于 12 的整数为 x , 因此, 所要表示的集合用描述法以及列举法可分别表示为

$$B = \{ x | 5 < x < 12, x \in \mathbf{N} \},$$

$$B = \{ 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}.$$



例 2

求不等式 $2x - 5 < 3$ 的解集.

解: 由 $2x - 5 < 3$ 可得 $x < 4$, 所以不等式 $2x - 5 < 3$ 的解集为 $\{ x | x < 4, x \in \mathbf{R} \}$.

这里 $\{ x | x < 4, x \in \mathbf{R} \}$ 可简记为 $\{ x | x < 4 \}$.

我们知道, 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数根, 所以方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 的实数根组成的集合中没有元素.

我们把不含任何元素的集合叫做**空集**(empty set), 记为 $\emptyset$.



例 3

求方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 的所有实数解的集合.

解: 因为 $x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数解, 所以

$$\{ x | x^2 + x + 1 = 0, x \in \mathbf{R} \} = \emptyset.$$



练习

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) 设 A 为所有亚洲国家组成的集合, 则

中国___A,法国___A,

德国___A,日本___A;

(2) 0 ___ $\mathbf{N}$, -4 ___ $\mathbf{N}$, π ___ $\mathbf{Q}$, $\frac{3}{2}$ ___ $\{2, 3\}$,

3.2 ___ $\mathbf{Z}$, -9 ___ $\mathbf{Q}$, $\sqrt{3}$ ___ $\mathbf{R}$, 0 ___ $\emptyset$;

(3) $A = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$, 则 0 ___ A , -3 ___ A ;

(4) $B = \{x \mid 2 < x < 9, x \in \mathbf{N}\}$, 则 $\frac{1}{2}$ ___ B , 3 ___ B ;

(5) $C = \{x \mid -2 < x < 9, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $\frac{1}{2}$ ___ C , 9 ___ C .

2. 判断下列命题是否正确:

(1) “某幼师舞蹈跳得好的同学”构成一个集合;

(2) 小于4且不小于-1的奇数集合是 $\{-1, 1, 3\}$;

(3) 集合 $\{0\}$ 中不含有元素;

(4) $\{-1, 3\}$ 与集合 $\{3, -1\}$ 是两个不同的集合;

(5) “充分接近 $\sqrt{5}$ 的实数”构成一个集合;

(6) 已知集合 $S = \{a, b, c\}$ 中的元素是 $\triangle ABC$ 的三边长,那么, $\triangle ABC$ 一定不是等腰三角形.

3. 用列举法表示下列集合:

(1) $A = \{x \mid x^2 - 3 = 0\}$;

(2) $B = \{x \mid 3 < x < 10, x \in \mathbf{N}\}$;

(3) $C = \{x \mid x \text{ 是“mathematics”中的字母}\}$.

4. 用描述法表示下列集合:

(1) 由方程 $x^2 - 8 = 0$ 所有的实数根组成的集合;

(2) 不等式 $3x + 5 > 0$ 的解集;

(3) 正偶数的集合.

1.1.2 集合间的基本关系



问题

在实数集合中,任意两个实数间有相等关系、大小关系等等.类比实数之间的关系,集合之间会有什么关系?

观察下列各组集合,你能发现两个集合间的关系吗?你能用语言来表述这种关系吗?

(1) $A = \{x \mid x \text{ 是06级1班参加田径项目比赛的学生}\}$,

$B = \{x \mid x \text{ 是06级1班的学生}\}$;

(2) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$;

(3) $A = \{x \mid x \text{ 是中国的四大发明}\}$, $B = \{\text{指南针,造纸,火药,活字印刷}\}$.

在问题(1)、(2)中,集合 A 与集合 B 都有这样的一种关系,即集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素.

一般地,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素则称集合 A 为集合 B 的**子集**(subset),记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“集合 A 包含于集合 B ”,或“集合 B 包含集合 A ”.如

$$\{1, 2, 3\} \subseteq \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\},$$

$A \subseteq B$ 可以用 Venn 图示意,如图 1-1-2.

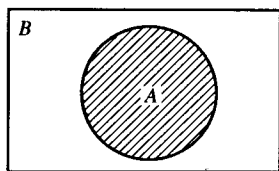


图 1-1-2

根据子集的定义,我们知道 $A \subseteq A$. 也就是说,任何一个集合是它本身的子集,对于空集 $\emptyset$,我们规定 $\emptyset \subseteq A$,即空集是任何集合的子集.

在问题(3)中由于“中国的四大发明”就是指南针、造纸、火药、活字印刷,因此,集合 A 中的元素与集合 B 中的元素是完全相同的.

如果两个集合所含的元素完全相同(即集合 A 的元素都是集合 B 的元素,集合 B 的元素也都是 A 的元素)则称这两个集合相等.记作 $A=B$,如

$$\{x | x \text{ 是中国的四大发明}\} = \{\text{指南针, 造纸, 火药, 活字印刷}\}.$$

$$\{x | x^2 - 4 = 0, x \in \mathbf{R}\} = \{2, -2\}.$$



例 1

写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集.

解: 集合 $\{a, b\}$ 的所有子集是 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$.

如果 $A \subseteq B$ 并且 $A \neq B$,这时集合 A 称为集合 B 的**真子集**(proper subset),记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$,读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”,如 $\{a\} \subset \{a, b\}; \{b\} \subset \{a, b\}$. (符号“ $\subset$ ”也可表示为“ $\varsubsetneq$ ”)



例 2

下列各组的三个集合中,哪两个集合之间具有真包含关系?

$$(1) S = \{-3, -1, 0, 1, 3\}, A = \{-3, -1\}, B = \{0\};$$

$$(2) S = \{x | x \text{ 为地球人}\}, A = \{x | x \text{ 为中国人}\}, B = \{x | x \text{ 为新加坡人}\}.$$

解: 在(1)、(2)中都有 $A \subset S, B \subset S$,可用图 1-1-3 来表示.

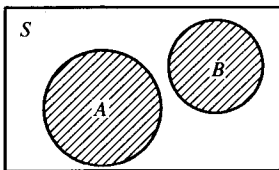


图 1-1-3



练习

1. 判断下列表示是否正确:

$$(1) \{0, 2, 5\} \subseteq \{0, 2, 5\}; \quad (2) a \subseteq \{a\};$$

$$(3) \{1\} \in \{1, 2\}; \quad (4) \emptyset \subset \{0\};$$

$$(5) \{a, b\} = \{b, a\}; \quad (6) \emptyset = \{0\};$$

$$(7) A = \{x | 1 < x < 4\}, B = \{x | 0 < x < 2\}, \text{则 } A \subset B.$$

2. 写出集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集,并指出哪些是它的真子集,哪些是它的非空真子集.

3. 用适当的符号填空:

$$(1) a \underline{\hspace{1cm}} \{a\};$$

$$(2) d \underline{\hspace{1cm}} \{a, b, c\};$$